EJERCICIOS PROPUESTOS

7.1 Halla el valor de x para que 3, x, 27 y 18 formen una proporción.

$\frac{3}{x} = \frac{27}{18} \Rightarrow 3 \cdot 18 = 27 \cdot x \Rightarrow 54 = 27x \Rightarrow x = \frac{54}{27} \Rightarrow x = 2$

7.2 Comprueba si los siguientes números forman una proporción.

a) 21, 30, 140 y 200.

b) 16, 25, 14 y 21.

a) Se consideran las razones $\frac{21}{30}$, $\frac{140}{200}$. Como $21 \cdot 200 = 4200 = 30 \cdot 140$, los números forman proporción: $\frac{21}{30} = \frac{140}{200}$.

b) Se consideran las razones $\frac{16}{25}$, $\frac{14}{21}$. Puesto que $16 \cdot 21 = 336 \neq 14 \cdot 25 = 350$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{16}{25} \neq \frac{14}{21}$.

7.3 Alberto tiene cinco cartas con los números 2, 4, 5, 8 y 20, y le han dicho que escogiendo cuatro de esos números puede formar una proporción.

a) Forma la proporción.

b) ¿Es única la solución?

a) Los números 2, 8, 5 y 20 forman una proporción, ya que $2 \cdot 20 = 5 \cdot 8 = 40$, luego $\frac{2}{8} = \frac{5}{20}$.

b) La solución no es única. Otras proporciones válidas son: $\frac{8}{2} = \frac{20}{5}$ y $\frac{5}{2} = \frac{20}{8}$.

7.4 Las siguientes magnitudes son directamente proporcionales. Calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla.

Magnitud 1.ª	4	8	12	
Magnitud 2.ª			6	36

1.ª casilla: $\frac{4}{x} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot x = 6 \cdot 4 \Rightarrow 12 \cdot x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{12} = 2$

2.ª casilla: $\frac{8}{y} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot y = 6 \cdot 8 \Rightarrow 12 \cdot y = 48 \Rightarrow y = \frac{48}{12} = 4$

3.ª casilla: $\frac{z}{36} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot 36 = 6 \cdot z \Rightarrow 6 \cdot z = 432 \Rightarrow z = \frac{432}{6} = 72$

La tabla queda así:

Magnitud 1.ª	4	8	12	72
Magnitud 2.ª	2	4	6	36

La razón de proporcionalidad es $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = \frac{72}{36} = 2$.

7.5 Un coche gasta 8 litros de gasolina cada 100 kilómetros. Si quedan 7 litros en el depósito, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer?

Con un litro de gasolina se pueden recorrer $\frac{100}{8} = 12{,}5$ km. Por tanto, con 7 litros se pueden recorrer $12{,}5 \cdot 7 = 87{,}5$ km.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{100}{8} = \frac{87{,}5}{7}$.

7.6 Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?

La rueda da $\frac{4590}{9} = 510$ vueltas en un minuto. Pasando las horas a minutos se tiene que $24 \cdot 60 = 1440$ minutos.

1 hora y 24 minutos son $1440 + 24 = 1464$ minutos.
En 1464 minutos, la rueda da $510 \cdot 1464 = 746\,640$ vueltas. Se observa la siguiente proporción: $\frac{4590}{9} = \frac{746\,640}{1464}$.

7.7 Tres sastres compran un lote de piezas iguales que cuestan 576,80 euros. El primero se queda con 2 piezas; el segundo, con 5, y el tercero, con 7.
¿Cuánto debe pagar cada sastre?

En total había $2 + 5 + 7 = 14$ piezas. Cada pieza costó $\frac{576{,}80}{14} = 41{,}20$ €. Por tanto, el primer sastre deberá pagar $41{,}20 \cdot 2 = 82{,}40$ €. El segundo, $41{,}20 \cdot 5 = 206$ €. El tercero, $41{,}20 \cdot 7 = 288{,}40$ €.

7.8 Un pastel está compuesto de 70 partes de harina, 12 de azúcar y 18 de aceite.
¿Qué peso de cada uno de estos componentes habrá que emplear para obtener un pastel de 800 gramos?

El pastel ha de estar formado en total por $70 + 12 + 18 = 100$ partes. Cada parte ha de pesar $\frac{800}{100} = 8$ gramos. Por tanto, se tendrán $70 \cdot 8 = 560$ gramos de harina, $12 \cdot 8 = 96$ gramos de azúcar y $18 \cdot 8 = 144$ gramos de aceite. Se observa la siguiente proporción: $\frac{560}{70} = \frac{96}{12} = \frac{144}{18}$. Además, $560 \text{ g} + 96 \text{ g} + 144 \text{ g} = 800$ g.

7.9 Calcula por dos procedimientos diferentes el 40% de 260.

40% de $260 = \frac{40}{100} \cdot 260 = 104$. O bien, 40% de $260 = 0{,}4 \cdot 260 = 104$

7.10 Calcula el 13,5% de 260.

13,5% de $260 = \frac{13{,}5}{100} \cdot 260 = 35{,}1$. O bien, 13,5% de $260 = 0{,}135 \cdot 260 = 35{,}1$

7.11 Las reservas de agua de un embalse están al 60%, lo que supone 12 millones de metros cúbicos. ¿Cuántos metros cúbicos de agua tendría si estuviese lleno?

Un modo de resolver el problema es el siguiente: el embalse tiene x metros cúbicos de agua.

60% de $x = 0{,}6 \cdot x = 12\,000\,000 \text{ m}^3 \Rightarrow x = 12\,000\,000 : 0{,}6 = 20\,000\,000 \text{ m}^3$ es la capacidad del embalse.

Otro modo es establecer una proporción: $\frac{60}{100} = \frac{12\,000\,000}{x} \Rightarrow x = \frac{12\,000\,000}{60} \cdot 100 = 20\,000\,000 \text{ m}^3$ es la capacidad del embalse.

7.12 Silvia, Elena y Manolo se han repartido un premio de 200 euros del siguiente modo: Silvia, 80 euros; Manolo, 70, y Elena, el resto.
¿Qué tanto por ciento del premio recibió cada uno?

Porcentaje de Silvia: $\frac{80}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 100}{200} = 40\%$

Porcentaje de Manolo: $\frac{70}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{70 \cdot 100}{200} = 35\%$

Porcentaje de Elena: Entre Silvia y Manolo han recibido el 75% del premio. Por tanto, Elena ha recibido el 25%, ya que $100 - 75 = 25$.

O bien, Elena ha recibido $200 - 70 - 80 = 50$ euros. $\frac{50}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 100}{200} = 25\%$.

7.13 Un centro médico tenía 800 vacunas contra la gripe. Si le quedan 128, ¿qué porcentaje ha gastado?

Se han gastado $800 - 128 = 672$ vacunas. Para calcular el porcentaje gastado se recurre a una proporción: $\frac{672}{800} = \frac{x}{100} \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 672 \cdot \frac{100}{800} = 84\%$ es el porcentaje de vacunas gastadas.

7.14 Disminuye 230 en un 25%.

Disminución: 25% de $230 = 0{,}25 \cdot 230 = 57{,}5$

Valor tras la disminución: $230 - 57{,}5 = 172{,}5$

O bien, si se disminuye 230 en un 25% queda el 75% del valor inicial, luego: 75% de $230 = 0{,}75 \cdot 230 = 172{,}5$

7.15 Incrementa 230 en un 25%.

Incremento: 25% de $230 = 0{,}25 \cdot 230 = 57{,}5$

Valor tras el incremento: $230 + 57{,}5 = 287{,}5$

O bien, si se incrementa 230 en un 25% queda el 125% del valor inicial, luego: 125% de $230 = 1{,}25 \cdot 230 = 287{,}5$

7.16 Aplícale a 850 una disminución de un 35%, y al resultado obtenido, un aumento de un 35%.
¿Qué esperas obtener? Razona el resultado.

Paso 1: disminución de un 35% a 850	*Paso 2: aumento de un 35% a 552,5*
Valor inicial: 850	Valor inicial: 552,5
Disminución: 35% de $850 = 0{,}35 \cdot 850 = 297{,}5$	Aumento: 35% de $552{,}5 = 0{,}35 \cdot 552{,}5 = 193{,}375$
Valor tras la disminución: $850 - 297{,}5 = 552{,}5$	Valor tras el aumento: $552{,}5 + 193{,}375 = 745{,}875$

Es posible que el alumno esperara obtener como resultado final la cantidad de partida. El objetivo del ejercicio es que el alumno comprenda que cuando se incrementa el 35%, se aplica el porcentaje sobre una cantidad inferior a la de partida, por lo que el aumento es inferior a la disminución inicial.

7.17 Pedro deposita en un banco 20 000 euros al 6,5% anual. ¿Cuánto retirará al cabo de 3 años?

$$i = \frac{Crt}{100} = \frac{20\,000 \cdot 6{,}5 \cdot 3}{100} = 3\,900 \text{ €}$$

Por tanto, si Pedro retira el capital al cabo de 3 años, retirará: $20\,000 + 3\,900 = 23\,900$ €.

7.18 ¿Qué interés producirá un capital de 600 euros al 4,5% de interés anual durante 2,5 años?

$$i = \frac{Crt}{100} = \frac{600 \cdot 4{,}5 \cdot 2{,}5}{100} = 67{,}5 \text{ € producirá de interés.}$$

7.19 ¿Qué interés producirán 6000 euros colocados al 6,5% a interés simple durante 18 meses?

Aplicando la fórmula del interés simple en meses:

$$i = \frac{Crt}{1200} = \frac{6000 \cdot 6{,}5 \cdot 18}{1200} = 585 \text{ € de interés producen 6000 € al 6,5\% en 18 meses.}$$

7.20 ¿A qué tanto por ciento se han depositado en un banco 1500 euros, si en 38 días produjeron unos intereses de 19 euros?

Sustituyendo los datos en la fórmula para el cálculo del interés en días $i = \frac{Crt}{36\,000}$:

$$19 = \frac{1500 \cdot r \cdot 38}{36\,000} \Rightarrow r = \frac{19 \cdot 36\,000}{1500 \cdot 38} = 12. \text{ El capital se depositó al 12\%.}$$

7.21 Para envasar cierta cantidad de combustible se necesitan 16 bidones de 200 litros. Para envasar la misma cantidad en 64 bidones, ¿de qué capacidad tienen que ser?

El número de bidones necesarios para envasar el combustible y la capacidad de los mismos son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de bidones	16	64
Capacidad	200	x

Se tiene que cumplir que $16 \cdot 200 = 64 \cdot x \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 200}{64} = 50$. La capacidad de los bidones ha de ser de 50 litros.

7.22 Un grifo que vierte 120 litros de agua por minuto llena una piscina en 12 horas. ¿Cuánto tiempo emplearía en llenar la piscina si vertiera 180 litros por minuto?

Los litros por minuto vertidos y el tiempo que se tarda en llenar la piscina son magnitudes inversamente proporcionales.

Litros/minuto	120	180
Tiempo (h)	12	x

Se tiene que cumplir que $120 \cdot 12 = 180 \cdot x \Rightarrow x = \frac{120 \cdot 12}{180} = 8$. Con un grifo que vierte 180 litros por minuto se necesitan 8 horas para llenar la piscina.

7.23 Reparte 420 en partes inversamente proporcionales a 3 y 4.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 420 \Rightarrow \frac{4 \cdot k + 3 \cdot k}{12} = \frac{7 \cdot k}{12} = 420 \Rightarrow k = \frac{420 \cdot 12}{7} = 720$$

El reparto queda así: $\frac{720}{3} = 240$; $\frac{720}{4} = 180$.

7.24 Reparte 468 en partes inversamente proporcionales a 5, 6 y 15.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{5} + \frac{k}{6} + \frac{k}{15} = 468 \Rightarrow \frac{6k + 5k + 2k}{30} = \frac{13 \cdot k}{30} = 468 \Rightarrow k = \frac{468 \cdot 30}{13} = 1080$$

El reparto queda así: $\frac{1080}{5} = 216$; $\frac{1080}{6} = 180$; $\frac{1080}{15} = 72$.

7.25 Si x es el doble que y, ¿cuánto le corresponderá a x respecto de y en un reparto inversamente proporcional?
Razona la respuesta.

Le corresponderá la mitad, ya que si k es la constante de proporcionalidad, el reparto quedará $\frac{k}{y}$ y $\frac{k}{x}$. Como $x = 2 \cdot y$, se tiene que $\frac{k}{x} = \frac{k}{2 \cdot y} = \frac{k}{y} : 2$.

7.26 Una familia gasta el 24% de sus ingresos mensuales en la hipoteca de su vivienda, $\frac{1}{3}$ en alimentación y 625 euros en vestido y otros gastos. Si sus ingresos mensuales son de 2520 euros, ¿cuánto pueden ahorrar cada mes?

En primer lugar se calculan los gastos por cada concepto:

– Gasto en vivienda: 24% de $2520 = \frac{24}{100} \cdot 2520 = 604{,}80$ €

– Gasto en alimentación: $\frac{1}{3}$ de $2520 = \frac{1}{3} \cdot 2520 = 840$ €

– Gasto en vestido y otros: 625 €

Por tanto, los gastos totales son: $604{,}80 + 840 + 625 = 2069{,}80$ €.
Al mes pueden ahorrar: $2520 - 2069{,}80 = 450{,}20$ €.

7.27 Angélica ya se ha leído las $\frac{2}{5}$ partes de un libro. Este fin de semana piensa leer los $\frac{4}{7}$ de lo que le queda y, aun así, le faltarán 36 páginas para acabarlo. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

Como ha leído las $\frac{2}{5}$ partes de un libro, le quedan por leer las $\frac{3}{5}$ partes. Este fin de semana leerá los $\frac{4}{7}$ de los $\frac{3}{5}$, es decir, $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{35}$. En ese momento llevará leído $\frac{2}{5} + \frac{12}{35} = \frac{14}{35} + \frac{12}{35} = \frac{26}{35}$ del libro. Por tanto, le quedan $1 - \frac{26}{35} = \frac{9}{35}$ de libro por leer. Se tiene entonces que $\frac{9}{35}$ del total son 36 páginas.

Si x es el número de páginas: $\frac{9}{35}x = 36 \Rightarrow x = \frac{35 \cdot 36}{9} = 140$. El libro tiene 140 páginas.

CÁLCULO MENTAL

7.28 Comprueba si los siguientes números forman proporción.

a) 4, 10, 16, 40
b) 3, 7, 6, 15
c) 2, 4, 16, 24
d) 10, 30, 5, 15

a) Como $4 \cdot 40 = 160 = 16 \cdot 10$, los números dados forman proporción: $\frac{4}{10} = \frac{16}{40}$

b) Como $3 \cdot 15 = 45 \neq 42 = 7 \cdot 6$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{3}{7} \neq \frac{6}{15}$

c) Como $2 \cdot 24 = 48 \neq 16 \cdot 4 = 64$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{2}{4} \neq \frac{16}{24}$

d) Como $10 \cdot 15 = 150 = 5 \cdot 30$, los números dados forman proporción: $\frac{10}{30} = \frac{5}{15}$

7.29 Halla el número que falta para que formen una proporción.

a) 4, x, 10, 5

b) x, 2, 6, 12

c) 12, 6, x, 2

d) 5, 7, 10, x

a) $\frac{4}{x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 5}{10} = 2$

b) $\frac{x}{2} = \frac{6}{12} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 2}{12} = 1$

c) $\frac{12}{6} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 2}{6} = 4$

d) $\frac{5}{7} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 7}{5} = 14$

7.30 Una impresora imprime 600 páginas en 2 horas. Calcula el número de páginas que imprimirá en 6 horas.

En una hora se imprimen $\frac{600}{2} = 300$ páginas. Por tanto, en 6 horas se pueden imprimir $300 \cdot 6 = 1800$ páginas. Se observa la siguiente proporción: $\frac{600}{2} = \frac{1800}{6}$

7.31 Si 2 bolígrafos cuestan 6 euros, ¿cuánto costarán 3 bolígrafos iguales a los anteriores?

Un bolígrafo cuesta $\frac{6}{2} = 3$ €. Por tanto, 3 bolígrafos han de costar $3 \cdot 3 = 9$ €.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{6}{2} = \frac{9}{3}$

7.32 Cuatro pintores tardan 6 horas en pintar una casa. Calcula cuántos días tardarán en pintar esa misma casa 8 pintores.

El número de pintores y el tiempo que se tarda en pintar una casa son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de pintores	4	8
Tiempo (h)	6	x

Se tiene que cumplir que $4 \cdot 6 = 8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 6}{8} = 3$. Por tanto, 8 pintores tardan 3 horas en pintar la casa.

7.33 Halla los siguientes porcentajes.

a) 15% de 300

b) 25% de 8000

c) 50% de 7500

d) 45% de 1000

a) $\frac{15}{100} \cdot 300 = 0{,}15 \cdot 300 = 45$

b) $\frac{25}{100} \cdot 8000 = 0{,}25 \cdot 8000 = 2000$

c) $\frac{50}{100} \cdot 7500 = 0{,}5 \cdot 7500 = 3750$

d) $\frac{45}{100} \cdot 1000 = 0{,}45 \cdot 1000 = 450$

7.34 Calcula cuánto debes pagar por una bufanda que cuesta 24 euros si te hacen un descuento del 25%.

25% de $24 = \frac{25}{100} \cdot 24 = 6$ € de descuento. Por tanto, el precio de la bufanda tras el descuento es de $24 - 6 = 18$ €.

O bien, si se hace un descuento del 25%, entonces solo se paga el 75% del precio de la bufanda, es decir, 75% de $24 = \frac{75}{100} \cdot 24 = 0{,}75 \cdot 24 = 18$ €.

Proporcionalidad numérica

7.35 Comprueba si los siguientes números forman una proporción.
a) 5, 31, 45 y 279
b) 27, 82, 353 y 491
c) 43, 27, 979 y 621
d) 12, 30, 32 y 80

a) Sí forman proporción, ya que $5 \cdot 279 = 1395 = 45 \cdot 31$. Se puede escribir $\frac{5}{31} = \frac{45}{279}$

b) No forman proporción, ya que $27 \cdot 491 = 13\,257 \neq 82 \cdot 353 = 28\,946$. Luego: $\frac{27}{82} \neq \frac{353}{491}$

c) No forman proporción, ya que $43 \cdot 621 = 26\,703 \neq 27 \cdot 979 = 26\,433$. Luego: $\frac{43}{27} \neq \frac{979}{621}$

d) Sí forman proporción, ya que $12 \cdot 80 = 960 = 30 \cdot 32$. Se puede escribir $\frac{12}{30} = \frac{32}{80}$

7.36 ¿Qué valor ha de tener x para que $\frac{13}{182} = \frac{17}{x}$ formen una proporción?

Es necesario que $13 \cdot x = 17 \cdot 182 \Rightarrow x = \frac{17 \cdot 182}{13} = 238$.

7.37 Halla el valor de las siguientes razones.

a) $\frac{\text{1 hora}}{\text{25 segundos}}$

b) $\frac{\text{1 kg}}{\text{800 g}}$

c) $\frac{\text{12 dm}}{\text{3 m}}$

d) $\frac{\text{1 semana}}{\text{4 horas}}$

En primer lugar se expresan numerador y denominador en las mismas unidades, y a continuación se efectúa el cociente.

a) 1 hora = 3600 segundos, luego $\frac{1\ hora}{25\ segundos} = \frac{3600\ segundos}{25\ segundos} = 144$

b) 1 kg = 1000 g, luego $\frac{1\ kg}{800\ g} = \frac{1000\ g}{800\ g} = 1{,}25$

c) 3 m = 30 dm, luego $\frac{12\ dm}{3\ m} = \frac{12\ dm}{30\ dm} = 0{,}4$

d) 1 semana = 7 días = 168 horas, luego $\frac{1\ semana}{4\ horas} = \frac{168\ horas}{4\ horas} = 42$

7.38 Calcula el valor de la letra en las siguientes proporciones.

a) $\frac{2}{5} = \frac{z + 3}{150}$ **b)** $\frac{2y}{3} = \frac{12}{6}$ **c)** $\frac{x}{12} = \frac{3}{x}$

a) Multiplicando en cruz: $2 \cdot 150 = 5 \cdot (z + 3) \Rightarrow 300 = 5z + 15 \Rightarrow z = \frac{300 - 15}{5} \Rightarrow z = 57$

b) Multiplicando en cruz: $6 \cdot 2y = 3 \cdot 12 \Rightarrow 12y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{12} = 3$

c) Multiplicando en cruz: $x^2 = 3 \cdot 12 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} \Rightarrow x = \pm 6$

Magnitudes directamente proporcionales. Repartos directamente proporcionales

7.39 Para hacer una compota de manzana se necesita cierta cantidad de azúcar por kilo de manzana. En la siguiente tabla tienes algunas cantidades.

Manzanas	**4**	**8**	**12**	**...**
Azúcar	**1**	**2**	**...**	**5**

a) ¿Existe alguna relación entre las cantidades?
b) Completa la tabla.
c) Calcula, si tiene sentido, la razón de proporcionalidad.

a) Sí, la cantidad de azúcar necesaria se corresponde con la cuarta parte de la cantidad de manzanas.

b)

Manzanas	**4**	**8**	**12**	20
Azúcar	**1**	**2**	3	**5**

c) La razón de proporcionalidad es 0,25, ya que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{5}{20} = 0{,}25$.

7.40 En una campaña de recogida de pilas para reciclar, Yolanda lleva 7 pilas; Mireia, 11, y Santiago, 12. Si a cambio reciben 60 bolígrafos, ¿cómo los repartirán de forma proporcional a las pilas que han recogido?

En total había $7 + 11 + 12 = 30$ pilas. Por cada pila han recibido $\frac{60}{30} = 2$ bolígrafos. Deben repartir los bolígrafos proporcionalmente al número de pilas aportadas.

Por tanto:

Yolanda ha de recibir $7 \cdot 2 = 14$ bolígrafos.
Mireia, $11 \cdot 2 = 22$ bolígrafos.
Santiago, $12 \cdot 2 = 24$ bolígrafos.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{14}{7} = \frac{22}{11} = \frac{24}{12}$
Además, $14 + 22 + 24 = 60$ bolígrafos.

7.41 La habitación de un hotel cuesta 31 euros por persona y noche. ¿Cuánto ha de pagar una familia de 4 personas por 3 noches si utilizan dos habitaciones?

Una persona paga 31 € por una noche. Por tanto, por tres noches ha de pagar $31 \cdot 3 = 93$ €.

Como son 4 personas, habrán de pagar $93 \cdot 4 = 372$ €.

Tanto por ciento. Variaciones porcentuales

7.42 Halla x en estos casos.
a) El 30% de x es 75.
b) El 47% de x es 141.
c) El 18,50% de x es 43 734.
d) El 1% de x es 2.

a) $0{,}30 \cdot x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{0{,}30} = 250$

b) $0{,}47 \cdot x = 141 \Rightarrow x = \frac{141}{0{,}47} = 300$

c) $0{,}185 \cdot x = 43\,734 \Rightarrow x = \frac{43\,734}{0{,}185} = 236\,400$

d) $0{,}01 \cdot x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{0{,}01} = 200$

7.43 Gabriel decide donar el 15% del dinero que le han dado por su cumpleaños a una asociación ecologista. Si recibió 30 euros, ¿cuánto donó?

15% de 30 $= \frac{15}{100} \cdot 30 = 4{,}5$. Gabriel ha donado 4,50 €

7.44 Pilar está pensando hacer un viaje en avión a una ciudad americana, consulta el precio por internet, y el billete de ida y vuelta en la compañía A le cuesta 540 euros; luego consulta en la compañía B y el precio anterior se incrementa en un 5%.
¿Cuánto cuesta el billete en la compañía B?

En la compañía *B*, el precio es el 105% del precio en la compañía *A*. Por tanto, en la compañía *B* el precio es:

105% de 540 $= \frac{105}{100} \cdot 540 = 567$ €.

7.45 Responde a estas preguntas.

a) ¿Qué tanto por ciento de 62 es 15?
b) ¿Qué tanto por ciento de 984 es 123?
c) ¿Qué tanto por ciento de 8940 es 894?

a) $\frac{x}{100} \cdot 62 = 15 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 100}{62} = 24{,}19$. El 24,19% de 62 es 15.

b) $\frac{x}{100} \cdot 984 = 123 \Rightarrow x = \frac{123 \cdot 100}{984} = 12{,}5$. El 12,5% de 984 es 123.

c) $\frac{x}{100} \cdot 8940 = 894 \Rightarrow x = \frac{894 \cdot 100}{8940} = 10$. El 10% de 8940 es 894.

Interés simple

7.46 Calcula el interés que producirán 1008 euros prestados al 7% durante 25 días.

Utilizando la fórmula del interés simple en días:

$$i = \frac{Crt}{36\,000} = \frac{1008 \cdot 7 \cdot 25}{36\,000} = 4{,}90 \text{ €}$$

7.47 Calcula el capital que, impuesto al 11,5%, ha producido un interés de 1035 euros en 4 años.

Sustituyendo los datos en la fórmula del interés simple $i = \frac{Crt}{100}$, se tiene:

$$1035 = \frac{C \cdot 11{,}5 \cdot 4}{100} = 0{,}46 \cdot C \Rightarrow C = \frac{1035}{0{,}46} = 2250 \text{ €}$$

7.48 Calcula el interés que producen 5000 euros al 10% al cabo de los siguientes tiempos.

a) 3 años.
b) Año y medio.
c) 4 meses.

a) $i = \frac{Crt}{100} = \frac{5000 \cdot 10 \cdot 3}{100} = 1500$ €

b) $i = \frac{Crt}{100} = \frac{5000 \cdot 10 \cdot 1{,}5}{100} = 750$ €

c) $i = \frac{Crt}{1200} = \frac{5000 \cdot 10 \cdot 4}{1200} = 166{,}67$ €

El interés producido es proporcional al número de meses. Así: $\frac{1500}{36} = \frac{750}{18} = \frac{166{,}67}{4}$

7.49 César ha recibido un préstamo de 20 000 euros al 12% durante 5 años. ¿A qué tanto por ciento deberá pedir Teresa un préstamo de 40 000 euros a 2 años para pagar los mismos intereses que su amigo?

En primer lugar se calculan los intereses de César:

$$i = \frac{Crt}{100} = \frac{20\,000 \cdot 12 \cdot 5}{100} = 12\,000 \text{ €}$$

A continuación se sustituyen los datos del préstamo de Teresa en la fórmula del interés simple, de modo que el interés producido sea de 12 000 €, y se despeja el rédito:

$$12\,000 = \frac{Crt}{100} = \frac{40\,000 \cdot r \cdot 2}{100} = 800 \cdot r \Rightarrow r = \frac{12\,000}{800} = 15 \Rightarrow \text{Teresa ha de pedir su préstamo al 15\%}$$

Magnitudes inversamente proporcionales. Repartos inversamente proporcionales

7.50 Un ganadero tiene pienso para alimentar 25 vacas durante 42 días. ¿Cuánto le duraría el pienso si solo tuviese 15 vacas?

El número de vacas y el tiempo que dura el pienso son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de vacas	25	15
Tiempo (días)	42	x

Se tiene que cumplir que $25 \cdot 42 = 15 \cdot x \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 42}{15} = 70$. Por tanto, si solo tuviese 15 vacas, el pienso le duraría 70 días.

7.51 El jardín de un parque lo han hecho 3 jardineros trabajando en total 120 horas. ¿Cuántas horas tendrán que trabajar 9 jardineros para hacer un jardín igual al anterior?

El número de jardineros y el tiempo de trabajo necesario son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de jardineros	3	9
Tiempo (horas)	120	x

Se tiene que cumplir que $120 \cdot 3 = 9 \cdot x \Rightarrow x = \frac{120 \cdot 3}{9} = 40$. Por tanto, 9 jardineros solo tendrían que trabajar 40 horas.

7.52 Reparte 15 750 en partes inversamente proporcionales a 6, 10 y 12.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{6} + \frac{k}{10} + \frac{k}{12} = 15\,750 \Rightarrow \frac{20k + 12k + 10k}{120} = \frac{42 \cdot k}{120} = 15\,750 \Rightarrow k = \frac{15\,750 \cdot 120}{42} = 45\,000$$

El reparto queda así: $\frac{45\,000}{6} = 7500$; $\frac{45\,000}{10} = 4500$; $\frac{45\,000}{12} = 3750$.

7.53 Miguel, Lucía, Hugo y Ana tienen, respectivamente, 4, 5, 10 y 20 postales, así que deciden repartir 60 más de forma inversamente proporcional al número de postales que tienen ahora. Calcula cuántas corresponden a cada uno.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{10} + \frac{k}{20} = 60 \Rightarrow \frac{5k + 4k + 2k + k}{20} = \frac{12k}{20} = 60 \Rightarrow k = \frac{60 \cdot 20}{12} = 100$$

Miguel recibe $\frac{100}{4} = 25$ postales; Lucía, $\frac{100}{5} = 20$ postales; Hugo, $\frac{100}{10} = 10$ postales, y Ana, $\frac{100}{20} = 5$ postales.

7.54 Si las dimensiones de un rectángulo son 12 centímetros de ancho y 15 de largo, ¿cuánto medirá el ancho de un rectángulo con la misma superficie que el anterior si de largo tiene 0,3 metros?

El área del rectángulo inicial es $A = 12 \cdot 15 = 180 \text{ cm}^2$.

En primer lugar se deben expresar en cm las dimensiones del largo del nuevo rectángulo: 0,3 m = 30 cm.

En el nuevo rectángulo se ha de verificar: $180 = a \cdot 30 \Rightarrow a = \frac{180}{30} = 6$ cm.

Por tanto, el ancho del nuevo rectángulo debe ser de 6 cm.

7.55 En un refugio de montaña hay provisiones para 8 montañeros durante 3 días.

a) Si han llegado a él 4 montañeros, ¿cuántos días durarán las provisiones?

b) Alberto estuvo en el refugio con sus amigos durante 4 días. ¿Cuántos amigos eran en total?

a) El número de montañeros y el tiempo que duran las provisiones son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de montañeros	8	4
Tiempo (días)	3	x

Se tiene que cumplir que $8 \cdot 3 = 4 \cdot x \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$. Por tanto, 4 montañeros tienen provisiones para 6 días.

b) Basta averiguar el valor de x en la tabla:

Número de montañeros	8	y
Tiempo (días)	3	4

Como son magnitudes inversamente proporcionales, se ha de verificar que $8 \cdot 3 = 4 \cdot y \Rightarrow y = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$.

Por tanto, en total eran 6 personas (Alberto más 5 amigos).

7.56 Se han repartido billetes gratis de autobús entre tres empleados de una empresa de forma inversamente proporcional a los años que llevan trabajando en ella. Juan lleva 20 años en la empresa y le tocan 16 billetes.

a) ¿Cuántos billetes le darán a Carlota, que lleva 40 años?

b) ¿Cuántos años lleva Ramón, si le han dado 64 billetes?

a) Tal como se ha realizado el reparto, el número de años en la empresa y el número de billetes repartidos son magnitudes inversamente proporcionales.

Años trabajados	20	40
Billetes recibidos	16	x

Se tiene que cumplir que $20 \cdot 16 = 40 \cdot x \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 16}{40} = 8$. Por tanto, a Carlota le darán 8 billetes.

b) De modo análogo al caso anterior, se tiene la tabla:

Años trabajados	20	y
Billetes recibidos	16	64

Se tiene que cumplir que $20 \cdot 16 = 64 \cdot y \Rightarrow y = \frac{20 \cdot 16}{64} = 5$. Por tanto, Ramón lleva 5 años en la empresa.

7.57 En una clase de 35 alumnos han aprobado matemáticas 27 de ellos. En otra de 30 alumnos han aprobado 22. ¿En cuál de las dos clases se ha obtenido mejor resultado?

La proporción de aprobados en la primera clase es $\frac{27}{35}$, y en la segunda, $\frac{22}{30}$. Para comparar ambas proporciones es necesario poner común denominador:

$$\text{m.c.m.}(30, 35) = 7 \cdot 5 \cdot 6 = 210 \Rightarrow \frac{27}{35} = \frac{162}{210} \text{ y } \frac{22}{30} = \frac{154}{210}$$

Como $\frac{27}{35} = \frac{162}{210} > \frac{154}{210} = \frac{22}{30}$, la proporción de aprobados es mejor en la primera clase.

7.58 Una persona deja 62 080 euros para que sean repartidos entre tres asociaciones benéficas de su ciudad. El reparto debe hacerse inversamente proporcional al número de socios que tiene cada una. En la asociación A hay 260 socios; en la B, 180, y en la C, 70. ¿Cuánto deberá recibir cada asociación?

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{260} + \frac{k}{180} + \frac{k}{70} = 62\,080 \Rightarrow \frac{63k + 91k + 234k}{16\,380} = \frac{388 \cdot k}{16\,380} = 62\,080 \Rightarrow k = \frac{62\,080 \cdot 16\,380}{388} = 2\,620\,800$$

La asociación A recibirá $\frac{2\,620\,800}{260} = 10\,080$ €; la asociación B, $\frac{2\,620\,800}{180} = 14\,560$ €, y la asociación C, $\frac{2\,620\,800}{70} = 37\,440$ €.

7.59 ¿Quién invertirá mejor sus 6000 euros, Marta, colocándolos al 5,5% a interés simple durante 3 años, o Leo, colocándolos al 6,5% a interés simple durante 2 años?

Utilizando la fórmula del interés simple $i = \frac{Crt}{100}$, se calcula el interés que obtiene cada uno.

El interés obtenido por Marta será: $i = \frac{Crt}{100} = \frac{6000 \cdot 5{,}5 \cdot 3}{100} = 990$ €.

El interés obtenido por Leo será: $i = \frac{Crt}{100} = \frac{6000 \cdot 6{,}5 \cdot 2}{100} = 780$ €.

Por tanto, Marta invertirá mejor su dinero.

7.60 En un momento del día, un árbol de 15 metros proyecta una sombra de 18. ¿Cuánto mide un edificio que en ese momento proyecta una sombra de 48 metros?

La longitud de la sombra y la altura del edificio son magnitudes directamente proporcionales.

Se ha de verificar que $\frac{15}{18} = \frac{x}{48} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 48}{18} = 40$. El edificio mide 40 metros.

7.61 Para empapelar una habitación se necesitan 40 rollos de papel de 0,68 m de ancho. Si los rollos tuvieran un ancho de 0,34 m, ¿cuántos se necesitarían para empapelar la misma habitación?

El número de rollos y la anchura de los mismos son magnitudes inversamente proporcionales:

Número de rollos	40	x
Anchura de los rollos	0,68	0,34

Se ha de verificar que $40 \cdot 0{,}68 = x \cdot 0{,}34 \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 0{,}68}{0{,}34} = 80$. Por tanto, se necesitan 80 rollos.

7.62 ¿Durante cuánto tiempo hay que colocar 480 euros al 5% para obtener 15 euros de intereses?

Basta introducir los datos en la fórmula del interés simple en meses $i = \frac{Crt}{1200}$ y despejar el tiempo:

$$15 = \frac{480 \cdot 5 \cdot t}{1200} \Rightarrow t = \frac{15 \cdot 1200}{480 \cdot 5} = 7{,}5 \text{ meses}$$

7.63 Nerea tiene una tienda y compra a un mayorista género por 1800 euros. Este le hace un descuento del 10% sobre esa cantidad y luego le carga el 16% de IVA. Rafa compra género al mismo mayorista también por 1800 euros, pero a este le carga primero el 16% de IVA y luego le hace el descuento del 10%. ¿Cuál de los dos paga menos?

Ambos pagan lo mismo.

Nerea	Rafa
10% de 1800 = 0,1 · 1800 = 180 € de descuento	16% de 1800 = 0,16 · 1800 = 288 € se añaden de IVA
1800 − 180 = 1620 € es el precio tras el descuento.	1800 + 288 = 2088 €
16% de 1620 = 0,16 · 1620 = 259,20 € se añaden de IVA	10% de 2088 = 0,1 · 2088 = 208,80 € de descuento
1620 + 259,2 = 1879,20 € es el total.	2088 − 208,8 = 1879,2 € es el total.

7.64 Elsa deja en el banco 3000 euros al 6% anual durante 3 años. Pasado ese tiempo decide dejar el capital y los intereses 2 años más también al 6%. Si inicialmente los 3000 euros los hubiese dejado 5 años al 6%, ¿habría obtenido más intereses?

No. 3000 € al 6% anual durante 3 años generan unos intereses de $i = \frac{Crt}{100} = \frac{3000 \cdot 6 \cdot 3}{100} = 540$ €. Por tanto, después de 3 años, Elsa tendrá 3000 + 540 = 3540 €.

Si ahora los deposita 2 años más al 6%, obtendrá $i = \frac{Crt}{100} = \frac{3540 \cdot 6 \cdot 2}{100} = 424{,}80$ €.
Luego finalmente tiene 3540 + 424,8 = 3964,80 €.

Si hubiera dejado los 3000 € durante 5 años al 6%, habría obtenido $i = \frac{Crt}{100} = \frac{3000 \cdot 6 \cdot 5}{100} = 900$ €, por lo que al final tendría 3000 + 900 = 3900 €, es decir, no habría obtenido más intereses que con la primera opción.

7.65 Un excursionista, caminando 10 días durante 8 horas diarias, recorre 320 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 30 días caminando 5 horas diarias?

En 1 día caminando 8 horas recorrerá 320 : 10 = 32 km. Por tanto, camina $\frac{32}{8} = 4$ km cada hora. Si un día camina durante 5 horas, recorrerá 4 · 5 = 20 km. En 30 días caminando durante 5 horas ha de recorrer 20 · 30 = 600 km.

7.66 Cuatro amigos han sido premiados en un concurso con 3250 euros por un trabajo que realizaron del siguiente modo: el primero hizo $\frac{1}{8}$; el segundo, $\frac{2}{7}$; el tercero, $\frac{4}{7}$, y el cuarto, el resto. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

A cada uno le ha de corresponder una fracción del total proporcional al trabajo realizado. Por tanto, al primero le corresponde $\frac{1}{8}$ de 3250 $= \frac{1}{8} \cdot 3250 = 406{,}25$ €; al segundo le corresponden $\frac{2}{7}$ de 3250 $= \frac{2}{7} \cdot 3250 = 928{,}57$ €; al tercero, $\frac{4}{7}$ de 3250 $= \frac{4}{7} \cdot 3250 = 1857{,}14$ €, y al último, el resto, es decir, 3250 − 406,25 − 928,57 − 1857,14 = 58,04 €.

7.67 La leche da, por término medio, un 15% de nata, y esta da un 25% de mantequilla.
a) Con 20 litros de leche, ¿cuánta nata se puede obtener?
b) ¿Cuánta mantequilla se obtiene con 80 litros de leche?

a) 15% de 20 $= 0{,}15 \cdot 20 = 3$. Se obtienen 3 litros de nata.

b) 15% de 80 $= 0{,}15 \cdot 80 = 12$. Con 80 litros de leche se obtienen 12 litros de nata.

25% de 12 $= 0{,}25 \cdot 12 = 3$. Con 12 litros de nata se obtienen 3 litros de mantequilla.

Se puede efectuar la cuenta en un solo paso con porcentajes anidados: $0{,}15 \cdot 0{,}25 \cdot 80 = 3$ litros de mantequilla.

7.68 Un embalse de 425 hectómetros cúbicos se encontraba el año pasado a un 60% de su capacidad. Este año ha descendido respecto al año anterior un 77%.
¿Cuál es su capacidad actualmente?

Si el nivel del agua ha descendido un 77%, significa que queda un 23% del agua inicial.

Luego este año contiene $0{,}23 \cdot 425 = 97{,}75$ hectómetros cúbicos.

Para calcular el porcentaje que esto supone sobre el total, se utiliza la siguiente proporción:

$$\frac{425}{60} = \frac{97{,}75}{x} \Rightarrow x = \frac{97{,}75 \cdot 60}{425} = 13{,}8$$

Actualmente, el embalse está al 13,8% de su capacidad.

7.69 Cinco jóvenes, en una acampada de 15 días, han gastado en comer 350 euros. En las mismas condiciones, ¿cuánto gastarán en comer 8 jóvenes en una acampada de 10 días?

Un joven en una acampada de 15 días gasta $350 : 5 = 70$ €.

Por tanto, gasta $70 : 15 = 4{,}67$ € diarios.

Un joven en una acampada de 10 días gasta $10 \cdot 4{,}67 = 46{,}70$ €.

Por tanto, 8 jóvenes gastarán $46{,}7 \cdot 8 = 373{,}60$ €.

7.70 Un libro tiene 648 páginas y cada página tiene 66 líneas de 80 caracteres. ¿Cuántas páginas deberá tener el mismo libro si cada página tiene 72 líneas de 90 caracteres?

El libro tiene en total $648 \cdot 66 \cdot 80 = 3\,421\,440$ caracteres. Con la nueva distribución, en cada página caben $72 \cdot 90 = 6480$ caracteres.

Por tanto, para introducir 3 421 440 caracteres se necesitan $3\,421\,440 : 6480 = 528$ páginas.

R E F U E R Z O

Proporcionalidad numérica

7.71 Alfredo ha metido 5 goles de los 8 penaltis que ha lanzado, mientras que Ruth ha metido 8 goles de 10 lanzamientos.
¿Cuál ha jugado mejor?

La proporción de goles marcados sobre el total de penaltis de Alfredo es de $\frac{5}{8}$.

La proporción de Ruth es de $\frac{8}{10}$. Como $\frac{5}{8} = \frac{25}{40} < \frac{32}{40} = \frac{8}{10}$, Ruth ha jugado mejor que Alfredo.

7.72 Indica si los siguientes números forman proporción:

a) 3, 12, 4, 16

b) 2, 1, 4, 2

c) 2, 1, 2, 4

d) a, b, 2a, 2b

a) $\frac{3}{12} = \frac{4}{16}$, ya que $3 \cdot 16 = 4 \cdot 12$. Luego sí forman proporción.

b) $\frac{2}{1} = \frac{4}{2}$, ya que $2 \cdot 2 = 4 \cdot 1$. Luego sí forman proporción.

c) $\frac{2}{1} \neq \frac{2}{4}$, ya que $2 \cdot 4 \neq 2 \cdot 1$. Luego no forman proporción.

d) $\frac{a}{b} = \frac{2a}{2b}$, ya que $a \cdot 2b = b \cdot 2a$. Luego sí forman proporción.

7.73 En la proporción $\frac{x}{21} = \frac{12}{y}$ halla los valores de x e y sabiendo que la constante de proporcionalidad es $\frac{1}{3}$.

Ha de verificarse que $\frac{x}{21} = \frac{1}{3} = \frac{12}{y} \Rightarrow 3 \cdot x = 21;\ 12 \cdot 3 = y \Rightarrow x = \frac{21}{3} = 7;\ y = 36$.

Magnitudes proporcionales

7.74 Si 2 kilogramos de manzanas cuestan 2,40 euros:

a) ¿Cuánto pagarás por 10 kilogramos?

b) ¿Y por 1,5?

En primer lugar se calcula el precio de 1 kilogramo de manzanas: 2,40 : 2 = 1,20 €

Por tanto, 10 kilogramos han de costar 10 · 1,20 = 12 €, y 1,5 kilogramos costarán 1,5 · 1,20 = 1,80 €.

7.75 Un tren que lleva una velocidad de 80 kilómetros por hora tarda 3,5 horas en hacer un trayecto. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido si aumenta su velocidad en 10 kilómetros por hora?

El tren recorre en total 80 km/h · 3,5 h = 280 km.

Si se recorren 280 km a 90 km/h se tardan 280 : 90 = 3,11 horas.

Tanto por ciento

7.76 Si el 45% de un número es 225, ¿cuál es el 70% de ese número?

45% de $x = 0{,}45 \cdot x = 225 \Rightarrow x = \frac{225}{0{,}45} = 500$. El número es 500.

70% de 500 = 0,70 · 500 = 350

7.77 En determinada ciudad reciclaron en un año 1592 toneladas de cartón. Al año siguiente, tras una campaña de información, la cantidad reciclada aumentó un 5,5%. ¿Cuánto fue el cartón reciclado?

100 + 5,5 = 105,5. Se recicló el 105,5% de las 1592 toneladas.

105,5% de 1592 = 1,055 · 1592 = 1679,56

Se reciclaron 1679,56 toneladas de cartón.

Interés simple

7.78 Calcula el interés que producirán 2651 euros puestos al 4% de interés simple durante 3 años.

Utilizando la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{Crt}{100} = \frac{2651 \cdot 4 \cdot 3}{100} = 318{,}12 \text{ €}.$$

7.79 ¿A qué tanto por ciento se han colocado 25 000 euros si en un año dieron un interés de 2000 euros?

Utilizando la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{Crt}{100} \Rightarrow 2000 = \frac{25\,000 \cdot r \cdot 1}{100} \Rightarrow r = \frac{2000}{250} = 8.$$ Se colocaron al 8% de interés simple.

7.80 ¿Cuánto dinero ha depositado Cristina en un banco al 7,5% para que al cabo de 56 días haya producido unos intereses de 140 euros?

Utilizando la fórmula del interés simple en días:

$$i = \frac{Crt}{36\,000} \Rightarrow 140 = \frac{C \cdot 7{,}5 \cdot 56}{36\,000} \Rightarrow C = \frac{140 \cdot 36\,000}{7{,}5 \cdot 56} = 12\,000 \text{ €}$$

7.81 ¿Cuánto tiempo tendrá que tener Teresa depositado en el banco 2500 euros al 6% anual para que se duplique su capital?

Teresa quiere obtener 2500 € de intereses. De este modo, al sumar el capital inicial a los intereses se obtiene el doble de la cantidad inicial.

Utilizando la fórmula del interés simple:

$$i = \frac{Crt}{36\,000} \Rightarrow 2500 = \frac{2500 \cdot 6 \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{2500 \cdot 100}{2500 \cdot 6} = 16{,}67 \text{ años.}$$

Necesitará tener el capital depositado 16,67 años.

AMPLIACIÓN

7.82 Una instalación con 8 focos funcionando 12 horas diarias durante 10 días consume 1,2 kilovatios por hora.
¿Cuánto consumirán 14 focos funcionando 14 horas al día durante dos semanas?

12 horas diarias durante 10 días suponen $12 \cdot 10 = 120$ horas. 8 focos durante 120 horas consumen 1,2 kilovatios. Por tanto, consumen $\frac{1{,}2}{120} = 0{,}01$ kilovatios en 1 hora. Dividiendo entre 8 se tiene que un foco en una hora consume $\frac{0{,}01}{8} = 0{,}0013$ kilovatios. 14 horas al día durante 14 días son $14 \cdot 14 = 196$ horas. 14 focos funcionando 14 horas al día durante dos semanas han de consumir: $0{,}0013 \cdot 14 \cdot 196 = 3{,}57$ kilovatios.

7.83 Una persona deposita en un banco un capital al 11% durante 4 años. Si el 25% de los intereses es retenido por el Ministerio de Hacienda y supone 720 euros, calcula:
a) Los intereses producidos.
b) El capital depositado.

a) $0{,}25 \cdot x = 720 \Rightarrow x = \frac{720}{0{,}25} = 2880$ € son los intereses producidos.

b) Sustituyendo los datos en la fórmula del interés simple: $i = \frac{Crt}{100}$, se tiene

$$2880 = \frac{C \cdot 11 \cdot 4}{100} \Rightarrow C = \frac{2880 \cdot 100}{11 \cdot 4} = 6545{,}45 \text{ € depositó en el banco.}$$

7.84 Dos socios aportan 15 000 euros cada uno y forman una sociedad. Al año ingresa otro socio aportando también 15 000 euros, y dos años más tarde ingresa otro socio aportando la misma cantidad. Al cabo de 5 años se liquida la sociedad por 85 000 euros. Se reparten los beneficios de manera directamente proporcional al tiempo que han tenido invertido el capital.

¿Cuánto recibe cada uno?

En total invirtieron $15\,000 \cdot 4 = 60\,000$ €. Por tanto, el beneficio a repartir es: $85\,000 - 60\,000 = 25\,000$ €.

Los dos primeros socios invirtieron su dinero durante ocho años; el tercero, durante siete años, y el último, durante cinco años.

En total: $8 + 8 + 7 + 5 = 28$.

Por cada año de inversión se reciben $\frac{25\,000}{28} = 892{,}86$ €. Cada uno de los dos primeros socios recibirá $892{,}86 \cdot 8 = 7142{,}86$ €.

El tercer socio recibirá $892{,}86 \cdot 7 = 6250{,}02$ €. El cuarto socio recibirá $892{,}86 \cdot 5 = 4464{,}30$ €.

7.85 Dos pueblos vecinos que tienen que pagar 185 000 euros por la construcción de un puente reciben de su comunidad autónoma una subvención del 60%. El pago del resto se distribuye de manera inversamente proporcional a la distancia de cada pueblo al puente. Si un pueblo dista 8 kilómetros y el otro 12, ¿cuánto deberá pagar cada pueblo?

Los pueblos tienen que pagar el 40% del precio total: $0{,}4 \cdot 185\,000 = 74\,000$ €.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{8} + \frac{k}{12} = 74\,000 \Rightarrow \frac{3k + 2k}{24} = \frac{5 \cdot k}{24} = 74\,000 \Rightarrow k = \frac{74\,000 \cdot 24}{5} = 355\,200$$

El primer pueblo ha de pagar $\frac{355\,200}{8} = 44\,400$ €, y el segundo, $\frac{355\,200}{12} = 29\,600$ €.

7.86 Un padre reparte cierta cantidad proporcionalmente a las edades de sus tres hijos, que tienen 10, 15 y 20 años. Las partes del hijo mayor y del menor suman 420 euros.

Halla lo que corresponde a cada uno y la cantidad total resultante.

Las edades del hijo mayor y menor suman $20 + 10 = 30$ años. El dinero ha sido repartido de modo proporcional al número de años. A 30 años le corresponden 420 €, por lo que a 1 año le corresponderán $\frac{420}{30} = 14$ €. Por tanto, al hijo de 10 años le han de corresponder $10 \cdot 14 = 140$ €; al hijo de 15 años, $14 \cdot 15 = 210$ €; al hijo de 20 años, $14 \cdot 20 = 280$ €.
En total había $280 + 140 + 210 = 630$ €.

7.87 El gasto de una cocina de gas de 4 fuegos funcionando 3 horas al día durante un mes ha sido de 16,35 euros.

¿Cuánto habrá que pagar por el consumo de una cocina de gas de 3 fuegos funcionando 2 horas diarias durante una semana?

En primer lugar se calcula cuánto consume un fuego durante una hora:
3 horas al día durante 30 días hacen un total de $30 \cdot 3 = 90$ horas $\Rightarrow$ 4 fuegos funcionando 90 horas consumen 16,35 € $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 4 fuegos consumen $\frac{16{,}35}{90} = 0{,}18$ €/h $\Rightarrow$ 1 fuego consume $0{,}18 : 4 = 0{,}045$ €/h
Por tanto, 1 fuego funcionando durante una semana dos horas diarias (en total, 14 horas) consumirá $0{,}045 \cdot 14 = 0{,}63$ €. Y tres fuegos en el mismo período consumirán: $0{,}63 \cdot 3 = 1{,}89$ €.

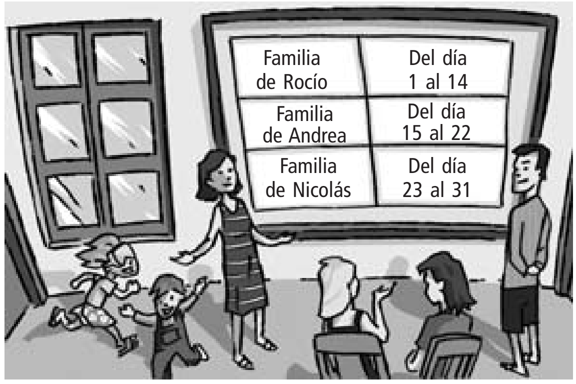
3 fuegos funcionando 2 horas diarias durante una semana consumen 1,89 €.

7.88 Piso compartido

Tres familias deciden alquilar un apartamento en la playa para pasar las vacaciones en el mes de agosto.

Observa qué días disfrutará cada una del apartamento.

El alquiler del apartamento el mes completo asciende a 1912 euros. Las tres familias deciden aportar 100 euros fijos más la parte proporcional que les corresponda según el número de días que vayan a utilizar el apartamento. ¿Cuánto pagará cada una?



Como aportan 100 euros fijos cada familia, en total aportan 300 €. Por tanto, quedan por pagar 1912 − 300 = 1612 €.

La familia de Rocío ha estado 14 días; la de Andrea, 8, y la de Nicolás, 9.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{14} + \frac{k}{8} + \frac{k}{9} = 1612 \Rightarrow \frac{36k + 63k + 56k}{504} = \frac{155 \cdot k}{504} = 1612 \Rightarrow k = \frac{1612 \cdot 504}{155} = 5241{,}6$$

La familia de Rocío ha de pagar $\frac{5241{,}6}{14} = 374{,}40$ €; la de Andrea, $\frac{5241{,}6}{8} = 655{,}20$ €, y la de Nicolás, $\frac{5241{,}6}{9} = 582{,}40$ €.

7.89 El impuesto sobre la renta

Los ciudadanos de un país están obligados a realizar una declaración anual de la renta y a pagar, en consecuencia, los impuestos determinados en la siguiente tabla.

Mínimo exento, de 0 a 12 000 €	**0%**
Desde 12 000 € hasta 18 000 €	**24%**
Desde 18 000 € hasta 32 000 €	**28%**
Desde 32 000 € hasta 52 000 €	**37%**
De 52 000 € en adelante	**43%**

De esta forma, Ángel, que ha ganado 20 000 euros, deberá pagar:

- **24% de los 6000 euros que corresponden al segundo tramo.**
- **Más el 28% de los 2000 euros que corresponden al tercer tramo.**

a) Calcula la cantidad total que debe pagar Ángel.

b) Calcula la cantidad que tiene que pagar Paula, que ha ganado 40 000 euros durante ese mismo año.

a) 24% de 6000 = 0,24 · 6000 = 1440 €; 28% de 2000 = 0,28 · 2000 = 560 €

Ángel debe pagar 1440 + 560 = 2000 €.

b) Paula debe pagar:

- 24% de 6000 € correspondientes al segundo tramo: 0,24 · 6000 = 1440 €
- 28% de 14 000 € correspondientes al tercer tramo: 0,28 · 14 000 = 3920 €
- 37% de 8000 € correspondientes al cuarto tramo: 0,37 · 8000 = 2960 €

Paula debe pagar 1440 + 3920 + 2960 = 8320 €.

7.A1 **Calcula el valor de las letras para que formen proporciones.**

a) 27, 15, x + 1, 5

b) 4, a, 12, 6

a) $\frac{27}{15} = \frac{x+1}{5} \Rightarrow (x+1) \cdot 15 = 27 \cdot 5 \Rightarrow 15x + 15 = 135 \Rightarrow x = \frac{135 - 15}{15} \Rightarrow x = 8$

b) $\frac{4}{a} = \frac{12}{6} \Rightarrow 4 \cdot 6 = 12 \cdot a \Rightarrow 12a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{12} \Rightarrow a = 2$

7.A2 **Calcula la razón de proporcionalidad o la constante de proporcionalidad inversa, si es posible, entre las dos magnitudes de estas tablas y complétalas.**

a)

1.ª Magnitud	**3**	**4**	**12**	**...**	**144**
2.ª Magnitud	**9**	**...**	**36**	**54**	**...**

b)

1.ª Magnitud	**4**	**12**	**144**	**...**	**...**
2.ª Magnitud	**...**	**36**	**3**	**54**	**9**

c)

1.ª Magnitud	**...**	**4**	**5**	**...**	**10**
2.ª Magnitud	**9**	**...**	**25**	**81**	**100**

a) La razón de proporcionalidad es 3.

1.ª Magnitud	3	4	12	18	144
2.ª Magnitud	9	12	36	54	432

b) Las magnitudes son inversamente proporcionales. La constante de proporcionalidad inversa es $K = 12 \cdot 36 = 432$

1.ª Magnitud	4	12	144	8	48
2.ª Magnitud	108	36	3	54	9

c) Las magnitudes no son proporcionales. La segunda magnitud se obtiene elevando al cuadrado la primera.

1.ª Magnitud	3	4	5	9	10
2.ª Magnitud	9	16	25	81	100

7.A3 **Reparte 420 en proporción directa a 3, 5 y 7.**

$3 + 5 + 7 = 15$. La constante de proporcionalidad es $k = \frac{420}{15} = 28$.

El reparto es $x = 28 \cdot 3 = 84$; $y = 28 \cdot 5 = 140$; $z = 28 \cdot 7 = 196$.

7.A4 **Reparte 420 en proporción inversa a 3, 5 y 7.**

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{7} = 420 \Rightarrow \frac{35k + 21k + 15k}{105} = \frac{71k}{105} = 420 \Rightarrow k = \frac{420 \cdot 105}{71} = 621{,}13$$

El reparto queda así: $\frac{621{,}13}{3} = 207{,}04$; $\frac{621{,}13}{5} = 124{,}23$ y $\frac{621{,}13}{7} = 88{,}73$.

7.A5 Contesta a las siguientes cuestiones.

a) ¿Cuál es el 30% de 20 centímetros?

b) ¿Cuál es el 25% de 2000 kilogramos?

c) Si 25 euros es el 50% de una cantidad, ¿cuál es esta cantidad?

d) ¿Qué tanto por ciento de 57 es 14?

a) 30% de 20 $= 0{,}30 \cdot 20 = 6$ centímetros

b) 25% de 2000 $= 0{,}25 \cdot 2000 = 500$ kilogramos

c) 50% de $x = 0{,}5 \cdot x = 25 \Rightarrow x = 50$ €

d) El x% de 57 $= \dfrac{x}{100} \cdot 57 = 14 \Rightarrow x = \dfrac{14 \cdot 100}{57} = 24{,}56$. El 24,56% de 57 es 14.

7.A6 Calcula un capital que impuesto al 8% produce 10 000 euros al cabo de 15 días.

Sustituyendo los datos en la fórmula del interés simple $i = \dfrac{Crt}{36\,000}$:

$$10\,000 = \frac{C \cdot 8 \cdot 15}{36\,000} \Rightarrow C = \frac{10\,000 \cdot 36\,000}{8 \cdot 15} \Rightarrow C = 3\,000\,000 \text{ €}$$

7.A7 El gasto de teléfono de Juan asciende a 30 euros. Si le aplican un 10% de descuento por una promoción y luego le suman el 16% de IVA, ¿cuánto tiene que pagar?

10% de 30 $= 0{,}1 \cdot 30 = 3$ € de descuento. Por tanto, la factura es de $30 - 3 = 27$ €.
16% de 27 $= 0{,}16 \cdot 27 = 4{,}32$ €. En total tiene que pagar: $27 + 4{,}32 = 31{,}32$ €.
O bien: $0{,}90 \cdot 1{,}16 \cdot 30 = 31{,}32$ €.

7.A8 Si 6 obreros cavan una zanja en 5 días, ¿cuánto tardarán en hacer la misma zanja 4 obreros?

El número de obreros y el tiempo que tardan en cavar la zanja son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de obreros	6	4
Tiempo (días)	5	x

Se tiene que cumplir que $6 \cdot 5 = 4 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{30}{4} = 7{,}5$. Por tanto, 4 obreros tardan 7,5 días.

7.A9 Si por 5 días de trabajo 6 personas cobran 1080 euros, ¿cuánto cobrarán esas mismas personas por trabajar 4 días más?

Las seis personas cobran $1080 : 5 = 216$ € por día de trabajo. Por tanto, por cuatro días cobran $216 \cdot 4 = 864$ €. Es decir, por trabajar $5 + 4 = 9$ días cobrarán $1080 + 864 = 1944$ €.

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

Fagocitando

Si tres leucocitos fagocitan 3 antígenos en tres segundos. ¿Cuántos leucocitos fagocitarán 100 antígenos en 100 segundos?

Los tres leucocitos fagocitan un antígeno cada segundo. Por tanto, en 100 segundos han de fagocitar 100 antígenos. Tres leucocitos fagocitan 100 antígenos en 100 segundos.