

PRODUCTOS NOTABLES

Se llaman productos notables aquellos resultados de la multiplicación que tienen características especiales, como veremos a continuación:

PRODUCTOS NOTABLES: a) Cuadrado de un Binomio

b) Productos de Binomios que tienen un término común

c) Suma por su Diferencia

a) Cuadrado de un Binomio:

$$(a \pm b)^2$$

Para encontrar la fórmula resolveremos el cuadrado del binomio como un producto de factores iguales.

EJEMPLO :

$$1. (a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (m + n)^2 = (m + n)(m + n) = m^2 + mn + mn + n^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

$$3. (c + d)^2 = (c + d)(c + d) = c^2 + cd + cd + d^2 = c^2 + 2cd + d^2$$

¿Qué sucede cuando tenemos signo menos?

$$1. (a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$2. (m - n)^2 = (m - n)(m - n) = m^2 - mn - mn + n^2 = m^2 - 2mn + n^2$$

$$3. (c - d)^2 = (c - d)(c - d) = c^2 - cd - cd + d^2 = c^2 - 2cd + d^2$$

Fórmula para calcular un Cuadrado de Binomio:

$$(x \pm y)^2 =$$

Por lo tanto el cuadrado de un binomio es igual: Al cuadrado del primer término (siempre positivo) más o menos el doble del producto del primer término por el segundo término, siempre más el cuadrado del segundo término (siempre positivo).

EJERCICIOS : Aplicando la fórmula encuentra el resultado de los siguientes

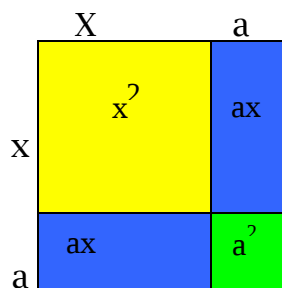
Cuadrados

de Binomios:

1. $(x + 3)^2 =$	2. $(m + 12)^2 =$
3. $(2x + 5)^2 =$	4. $(7x + 9)^2 =$
5. $(x - 11)^2 =$	6. $(8 - y)^2 =$

7. $(5x - 7)^2 =$	8. $(4x - 13y)^2 =$
9. $(x + 0,3)^2 =$	10. $(0,2x - 0,9y)^2 =$
11. $(5mn^2 + 3)^2 =$	12. $(a^2b^3 + c^5)^2 =$

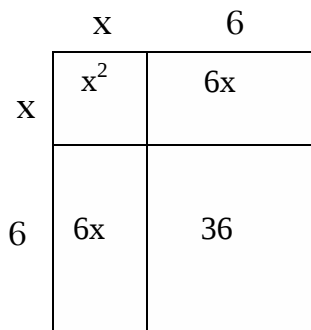
Analizaremos geométicamente el Cuadrado de un Binomio,
Consideremos que $(x + a)$ es el lado de un cuadrado.



El área del cuadrado de lado $(x + a)$ corresponde a las suma de las áreas que se forman:

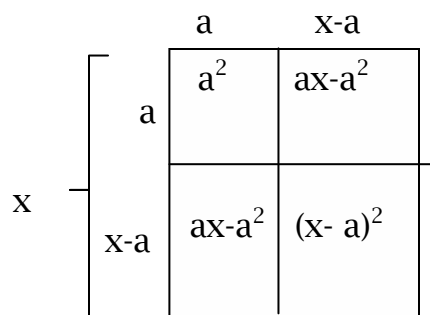
$$\begin{aligned}(x + a)^2 &= x^2 + ax + ax + a^2 \\ &= x^2 + 2ax + a^2\end{aligned}$$

EJEMPLO : $(x + 6)^2 = ?$



$$\begin{aligned}(x + 6)^2 &= x^2 + 6x + 6x + 36 \\ &= x^2 + 12x + 36\end{aligned}$$

¿Qué sucede cuando tenemos: $(x - a)^2$?



El área del cuadrado sombreado corresponde a $(x-a)^2$, que es equivalente a:

$$\begin{aligned}(x-a)^2 &= x^2 - [a^2 + (ax-a^2) + (ax-a^2)] \\ &= x^2 - [a^2 + ax - a^2 + ax - a^2] \\ &= x^2 - a^2 - ax + a^2 - ax + a^2 \\ &= x^2 - 2ax + a^2\end{aligned}$$

EJERCICIO : Resolver los siguientes cuadrados de un binomio geoméricamente.

1. $(x + 1)^2 =$	2. $(x-4)^2 =$	3. $(a + 3)^2 =$
4. $(a - 8)^2 =$	5. $(x + y)^2 =$	6. $(m + 7)^2 =$

EJERCICIOS : Complete los siguientes espacios que faltan en el cuadrado de binomio:

1. $(x + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 4xy + \underline{\hspace{1cm}}$	2. $(6 - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 12x + x^2$
3. $(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2 = 9x^2 - \underline{\hspace{1cm}} + 16$	4. $(\underline{\hspace{1cm}} + 5x)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 40x + \underline{\hspace{1cm}}$
5. $(6x-7)^2 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$	6. $(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 30x^2 + 9$
7. $(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2 = x^4 - 16x^2 + \underline{\hspace{1cm}}$	8. $(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 42m^6n^4 + 49n^8$

Como te has dado cuenta en un cuadrado de binomio tenemos como respuesta tres términos, a este resultado se le llama “TRINOMIO CUADRADO PERFECTO”

En los ejercicios siguientes te daremos el trinomio cuadrado perfecto y tu encontraras el cuadrado de binomio ó seo el proceso inverso nosotros te damos la respuestas y tu encontraras el binomio al cuadrado. A esto se le llama factorización.

EJEMP

LO:

$$1) \quad \begin{array}{c} \boxed{} \\ \downarrow \\ x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \\ \uparrow \boxed{} \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{c} \boxed{} \\ \downarrow \\ 9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2 \\ \uparrow \boxed{} \end{array}$$

?

EJERCICIOS : Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfecto:

1. $x^2 + 12x + 36 =$	2. $x^2 + 14x + 49 =$
3. $4m^2 - 12m + 9 =$	4. $25m^2 + 10m + 1 =$
5. $64x^2 + 144xy + 81y^2 =$	6. $81 - 36ab + 4a^2b^2 =$
7. $m^2 - 2mn + n^2 =$	8. $100 - 20x + x^2 =$

9. $25x^2 + 36 - 60x =$	10. $49x^2 + m^2 + 14mx =$
-------------------------	----------------------------

b) Productos de binomios con un término común :

$$(x + m)(x + n)$$

Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios:

EJEMPLO :

$$1. (x + 7)(x + 3) = x^2 + 3x + 7x + 21 = x^2 + 10x + 21$$

$$2. (x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

$$3. (x + 4)(x + 12) = x^2 + 12x + 4x + 48 = x^2 + 16x + 48$$

$$1. (x - 3)(x - 6) =$$

$$2. (x - 7)(x - 9) =$$

$$3. (x - 12)(x - 8) =$$

A continuación analizaremos que sucede cuando los productos tienen distintos signos:

EJEMPLO :

$$1. (x + 5)(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$$

$$2. (x - 8)(x + 7) = x^2 + 7x - 8x - 56 = x^2 - x - 56$$

$$3. (x - 10)(x + 3) = x^2 + 3x - 10x - 30 = x^2 - 7x - 30$$

En General se puede decir que:

$$(x + m)(x + n) =$$

Por lo tanto podemos decir que para multiplicar productos de binomios con un término común debemos:

1. Se eleva al cuadrado el término común
2. Se suman (o restan) los términos no comunes multiplicado por el término común
3. Se multiplican los términos no comunes.

EJERCICIOS : Resuelve aplicando fórmula:

3. $(x+7)(x+6) =$	4. $(a+9)(a+24) =$
5. $(y+1)(y+5) =$	6. $(n+2)(n+8) =$

El resultado de un producto de binomio con un término común es un trinomio y se llama “TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$ ”

EJERCICIOS : Completa los espacios que faltan en los siguientes ejercicios:

1. $(x+5)(__+2) = __ + 7x + ______$	2. $(x+ __)(x + __) = ______ + 8x + 15$
3. $(__+__)(__+__) = x^2 + 11x + 24$	4. $(x - __)(x + 9) = ______ - 2x - 99$
5. $(x- 7)(x - __) = ______ - 12x + ______$	6. $(__- __)(__- __) = m^2 - 11m + 30$
7. $(x+__)(__+__) = x^2 + 15x + 54$	8. $(__+__)(__- __) = x^2 + x - 72$
9. $(__- __)(__+__) = x^2 - 10x - 75$	10. $(__+__)(__+__) = x^2 + 17x + 60$

EJERCICIOS : Factoriza los siguientes trinomios de la forma $x^2 + bx + c$:

1) $x^2+4x-12 =$	2) $x^2 -11x +28 =$
3) $x^2 +4x +3 =$	4) $y^2 + y - 30 =$
5) $m^2-m - 6 =$	6) $x^2 +11x +28 =$
7) $x^2 +17x +70 =$	8) $x^2 +12x -160 =$
9) $x^2 + 9x -90 =$	10) $x^2 -29x +120 =$

EJERCICIOS : Aplica la fórmula para resolver los ejercicios siguientes:

1. $(2x-6)(2x+7) =$	2. $(7x-1)(7x+5) =$
3. $(8x-3)(8x-5) =$	4. $(6x+7)(6x-11) =$
5. $(9x-4)(9x+13) =$	6. $(3x-4)(3x+8) =$
7. $(5x-12)(5x-1) =$	8. $(3x- 1,2)(3x - 7) =$

9. $(2x - \frac{1}{3})(2x + \frac{5}{4}) =$	10. $(4x + \frac{1}{3})(4x + \frac{3}{4}) =$
---	--

a) Suma por su diferencia:

$$(x + a)(x - a)$$

Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios: EJEMPLO :

1. $(x + m)(x - m) = x^2 - mx + mx - m^2 = x^2 - m^2$
2. $(x - a)(x + a) = x^2 + ax - ax - a^2 = x^2 - a^2$
3. $(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$

Por lo tanto podemos decir que la suma por su diferencia es igual al Cuadrado de los términos que tienen el mismo signo, menos el cuadrado de los términos que tienen distinto signo

EJERCICIOS : Resuelve las siguientes suma por su diferencia aplicando fórmula:

1. $(x + 4)(x - 4) =$	2. $(x - 15)(x + 15) =$
3. $(9 + a)(9 - a) =$	4. $(a + 7)(7 - a) =$
5. $(a - 20)(a + 20) =$	6. $(-12 - m)(m - 12) =$
7. $(mn + 5)(5 - mn) =$	8. $(x^2y^3 - 8)(8 + x^2y^3) =$

EJERCICIOS :

1. $(x - 7)(x + 7) =$	2. $(x - 4)(x + 4) =$
3. $(x - 9)(x + 9) =$	4. $(m + 10)(m - 10) =$
5. $(3x + 7)(3x - 7) =$	6. $(5m - 2)(5m + 2) =$

EJERCICIOS : Completa los siguientes espacios que faltan para que sea una suma por su

diferencia:

1. $25 - \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + 7y)(\underline{\hspace{1cm}} - 7y)$	2. $\underline{\hspace{1cm}} - 49m = (2n + \underline{\hspace{1cm}})(2n - \underline{\hspace{1cm}})$?
3. $36x^2 - 121 = (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})$	4. $64 - \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + 3y)(\underline{\hspace{1cm}} - 3y)$
5. $\underline{\hspace{1cm}} - a^2b^4 = (m + \underline{\hspace{1cm}})(m - \underline{\hspace{1cm}})$	6. $81a^2 - 25b^6 = (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})$
7. $100 - 169x^8 = (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})$	8. $25x^2 - \underline{\hspace{1cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + 8y)(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$
9. $\frac{4}{9}x^2 - 16 = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$	10. $\frac{9}{16}x^2 - \frac{81}{25}y^6 = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})$

Como te has dado cuenta en una suma por su diferencia tenemos como resultado dos términos a este se le llama “DIFERENCIA DE CUADRADOS”.

En los ejercicios siguientes te daremos la diferencia de cuadrados y tú encontraras los factores (la suma por su diferencia) ósea nuevamente factorizaremos este nuevo caso.

EJEMPLOS :

$$1) \quad x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$2) \quad x^2 - 25y^2 = (x - 5y)(x + 5y)$$

EJERCICIOS : Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.

1. $x^2 - 16 =$	2. $m^6 - 36 =$
3. $49 - n^4 =$	4. $144x^2 - 25 =$
5. $81m^2n^2 - 1 =$	6. $9m^2 - 100n^2 =$
7. $64x^2 - 121y^2 =$	8. $m^2n^6 - x^8y^{10} =$
9. $4 - x^2y^6z^2 =$	10. $9x^2 - 4y^2 =$
11. $\frac{1}{4} - x^8 =$	12. $36x^2 - \frac{25}{49} =$
13. $x^2 - 0,25 =$	14. $1,44x^2 - 0,49 =$