

UNIDAD 3.

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL.

SISTEMA SEXAGESIMAL.

Unidad 3: Sistema de numeración decimal. Sistema sexagesimal.	
Al final deberás haber aprendido...	El examen tratará sobre...
• Utilizar con soltura el sistema de numeración decimal. • Representar números decimales en la recta numérica. • Comparar y ordenar números decimales. • Realizar operaciones con números decimales. • Resolver problemas utilizando números decimales. • Utilizar con soltura el sistema de numeración sexagesimal.	• Utilizar el sistema decimal con soltura para resolver problemas de la vida cotidiana. • Representar los números decimales en la recta numérica. • Comparar y ordenar números decimales. • Realizar operaciones con números decimales. • Utilizar el sistema sexagesimal para resolver problemas de la vida cotidiana.

Recuerda que las fracciones se utilizan para representar una porción de algo. Pues bien, hay otra forma de indicar también una cantidad que no llega a ser una unidad completa; es mediante **los números decimales**. Este tipo de números es muy utilizado en la vida ordinaria. Por ejemplo decimos que un bolígrafo costaba 1'25 €, que Luis mide 1'65 m o que Ana ha saltado 1'32 m en la prueba de salto de altura en la clase de Educación Física.

N^{os} decimales.-

Se utilizan para indicar cantidades que no son exactas según la unidad que estemos utilizando. Por ejemplo, no es necesario que compremos kilos completos de carne, sino que podemos comprar menos de un kilo, por ejemplo 0'450 kg. El número utilizado es un decimal.

Recuerda de cursos anteriores que la primera cifra decimal es la de las décimas; la segunda, de las centésimas; la tercera, de las milésimas; la cuarta, de las diezmilésimas; etc. .

Para leer un número decimal se puede hacer de dos formas: a) Diciendo cada cifra y a continuación el lugar que ocupa (unidades, decenas, centenas, milésimas, décimas, etc.) pero siempre empezando por la de mayor valor. b) Diciendo el número completo hasta la coma y añadiéndole la palabra unidades y el número completo a partir de la coma añadiéndole la palabra correspondiente al lugar que ocupa la última cifra.

Ejemplo:

Escribe cómo se lee *el número 6507'0035*

Se puede hacer así: Seis unidades de millar, cinco centenas siete unidades, tres milésimas y cinco diezmilésimas.

O bien, más cómodamente: Seis mil quinientos siete unidades y treinta y cinco diezmilésimas.

1.- Escribe con cifras:

- a) Dos diezmilésimas.
- c) Quince millonésimas.

- b) Siete cienmilésimas.
- d) Doscientas ocho milésimas.

2.- Escribe cómo se leen:

- a) 3,0006
- d) 0,2004

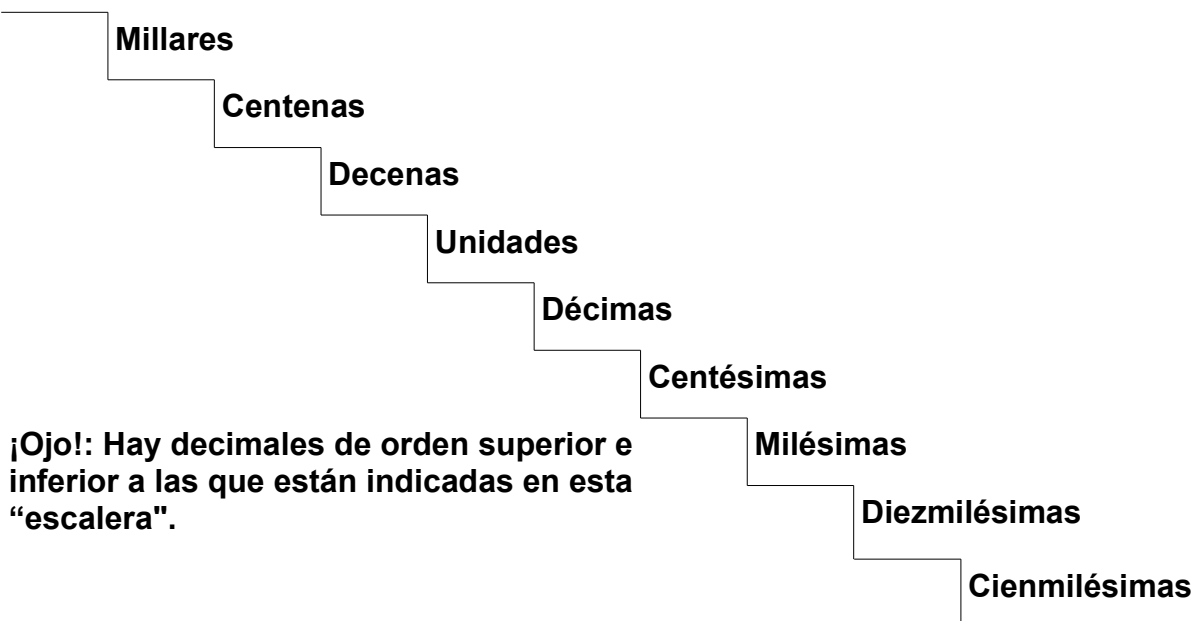
- b) 15,0138
- e) 0,03257

- c) 0,00052
- f) 0,000856

En los números decimales **cada unidad equivale a 10 del orden inferior**. Así 1 décima es igual que 10 centésimas.

El orden de las unidades es el siguiente:

Decenas de millar



3.- Copia y completa:

a) 2 décimas= diezmilésimas

b) 3 milésimas= millonésimas

c) 7 cienmilésimas= centésimas

d) 4 millonésimas=milésimas

4.- Expresa en millonésimas:

a) 2,45 unidades

b) 0,5 milésimas

c) 1,2 diezmilésimas

d) 0,4 cienmilésimas

5.- Completa:

a) 0,05 cienmilésimas= 5

b) 4,2 cienmilésimas= diezmilésimas

c) 25 diezmilésimas= centésimas

d) 1234 millonésimas= 1,234

6.- Ordena de menor a mayor:

a) 5,1; 4,9; 5,09; 5,21; 4,89

b) 1,9; 1,931; 1,903; 2,001; 2,04

c) 0,028; 0,01; 0,05; 0,009; 0,085

7.- Intercala un número decimal entre cada pareja:

a) 5,7 y 5,8

b) 6,08 y 6,09

c) 2,231 y 2,232

d) 5,39 y 5,4

e) 4 y 4,1

f) 3,1 y 3,101

8.- Coloca los signos ">", "<" ó "=":

a) 0,05 0,050

b) 0,089 0,091

c) 0,1 0,0100

d) 0,09 0,1

e) 0,4 0,399

f) 0,03 0,0298

Redondear.-

En ocasiones la cantidad de cifras decimales es tan grande que no es posible utilizarlas en la realidad, por ejemplo es absurdo poner un precio a un objeto de 3,5489 €, ya que las monedas más pequeñas que disponemos son de céntimos de euro. En estos casos hay que desprestigiar las últimas cifras. Pero para que no haya discusiones entre las personas que compran y las que venden se ha llegado a un acuerdo global consistente en el redondeo.

Redondear un decimal es escribir el número decimal más aproximado al dado que tenga sólo dos decimales. La forma de hacerlo es así:

- a) Si las cifras eliminadas empiezan por 0, 1, 2, 3 ó 4 se quitan sin más.
- b) Si las cifras eliminadas empiezan por 5, 6, 7, 8 ó 9 se quitan y se suma una unidad a la última que queda.

Veamos los siguientes ejemplos:

Redondear hasta las centésimas las siguientes cantidades:

26'5614; 3'466; 0'7308; 4'8982.

26'5614 $\longrightarrow$ 26'56 ;

3'466 $\longrightarrow$ 3'47 ;

0'7308 $\longrightarrow$ 0'73;

4'8982 $\longrightarrow$ 4'90.

9.- Redondea hasta las centésimas:

a) 3,25778

b) 0,60076

c) 0,000052

d) 0,0086

10.- Redondea hasta las diezmilésimas:

a) 3,2859499

b) 2,6005573

c) 0,0064795

d) 0,0082009

Recordemos ahora como se hacen operaciones con decimales.

Para **sumar números decimales** tan sólo hay que tener cuidado en colocar las cifras del mismo orden unas debajo de otras o, lo que es lo mismo, las comas debajo de las comas para que las décimas estén bajo las décimas, las unidades bajo las unidades, etc..

Igualmente se hace para **restar decimales**, pero hay que tener cuidado con que si encima de algunas cifras no aparece ninguna cantidad, se supone que hay un 0 (cero).

¡Recuerda cómo se hacían las sumas y/o restas de enteros con paréntesis! Pues igual es con todos los tipos de números, y por lo tanto con los decimales. Se podía hacer antes las operaciones de dentro del paréntesis o bien quitando los paréntesis antes. Repasa la regla antes de seguir, si no la recuerdas.

11.- Calcula estas sumas:

- a) $3,24 + 2,382 + 2,7618$
c) $5,82 + 4,005 + 2,175$

- b) $0,98 + 0,046 + 0,326$
d) $245,62 + 68,446 + 78$

12.- Opera:

- a) $963,52 - 75,245$
d) $125,6 - 15,15$

- b) $13,5 - 4,7346$
e) $52,382 - 32,38$

- c) $12 - 7,458$
f) $829,3 - 744,46$

13.- Ten cuidado con los signos al hacer estas operaciones:

- a) $8,32 + 5,26 - 3,58$
c) $8,8 - 2,24 - 2,14$

- b) $6,04 - 2,83 + 2,69$
d) $13 - 6,9 - 3,85$

14.- Ahora con paréntesis:

- a) $4,25 - (1,2 + 0,75) + 1,06$
c) $5 - [8,2 - (3,6 + 1,9 - 2,4)]$

- b) $(0,8 + 0,4) - (1 - 0,23)$
d) $6,4 - [3,86 - (7,3 - 9,2)] - 6,2$

Para **multiplicar decimales** se realiza la multiplicación como si no existiera la coma. Después se pone la coma en el resultado de manera que tenga tantos decimales como había entre los números que se multiplicaban. Si, por ejemplo, el primer número tenía tres cifras decimales y el segundo tenía dos cifras decimales, el resultado tendrá $(3+2)$ cinco cifras decimales.

Para hacer **divisiones con decimales** hay que distinguir dos casos:

a) **Si en el divisor no hay decimales**: se hace la división sin más, pero cuando bajemos la primera cifra decimal del dividendo, se coloca la coma en el cociente y se sigue dividiendo normalmente. En el caso de que queramos seguir sacando decimales y no hay cifras suficientes en el dividendo, se bajan ceros.

b) **Si en el divisor sí hay decimales** hay que quitarlos y también se quitan igual número de decimales en el dividendo, si no hubiera suficientes, se completa con ceros. Después se divide como ya sabemos.

15.- Calcula:

a) $2,28 \cdot 4,5$

b) $6,35 \cdot 0,6$

c) $3,16 \cdot 0,000052$

16.- Haz estas divisiones sacando como mínimo dos decimales:

a) $87 : 12$

b) $38,5 : 1,4$

c) $3,81 : 1,25$

d) $4 : 0,64$

e) $85,941 : 16,2$

f) $14,5 : 0,464$

Hagamos ahora operaciones combinadas. Recuerda la prioridad de las operaciones que ya habíamos estudiado en los números enteros y en las fracciones.

17.- Reduce y calcula:

- a) $11,42 - 3,6 \cdot (2,8 + 1,1) + 0,33 \cdot 8$
- b) $6,3 \cdot (7,75 - 5,25) - 1,05 \cdot (8,6 + 6,4)$
- c) $1,6 + 3 \cdot (5,6 - 4,8)$
- d) $2,48 - 3,1 \cdot 0,4 + 2,8 \cdot 1,7$
- e) $4,3 - 0,2 \cdot (0,7 + 1,2 - 0,4)$

SISTEMA DE NUMERACIÓN SEXAGESIMAL.

Ya sabemos mucho acerca de los decimales, pero... (¡siempre hay un pero!) ¿Haz observado que hay ciertas cosas que no se miden con números decimales como hemos estudiado antes? Fíjate por ejemplo cuando nos referimos a la edad de una persona. “Pedro tiene 12 años y medio”. Cuando esto ocurre, ¿se dice que Pedro tiene 12’5 años? ¿A que no?. ¿Qué pasa entonces? Sigue leyendo para ver si logras entenderlo.

En las medidas de tiempo y de ángulos en la actualidad se utiliza un sistema diferente del decimal para referirnos a unidades más pequeñas. En estas magnitudes, cada unidad superior contiene, no 10, sino 60 unidades inferiores. Por eso se llama **Sistema Sexagesimal**. En estas magnitudes el valor de las unidades es el que sigue:

Unidades de tiempo

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3600 \text{ s}$$

Unidades de ángulos

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^\circ = 60 \cdot 60'' = 3600''$$

Hay que tener cuidado entonces. En este tipo de medidas no se puede escribir con comas normalmente, ya que, por ejemplo, para escribir una hora y 30 minutos no se escribirá así: 1’30, ya que 30 minutos no son 30 centésimas de hora. Hay que hacerlo expresando cada una de las unidades por separado; esto se llama de **forma compleja**. En nuestro ejemplo, se dice 1h 30 min.

18.- Expresa en minutos:

a) 5°

b) 15°

c) $6,5^{\circ}$

d) $0,25^{\circ}$

19.- Pasa a segundos:

a) 2 min

b) 7 min

c) 10 min

d) 5,5 min

20.- Expresa en horas:

a) 120 min

b) 30 min

c) 15 min

d) 45 min

21.- Expresa en grados:

a) $300'$

b) $150'$

c) $420'$

d) $7200'$

Sin embargo también se puede pasar a forma decimal, en el ejemplo anterior sería 1'5 horas (al igual que diríamos que 1 kilo y medio es 1'5 kg). Esta forma de escribirlo con coma se dice que es **forma incompleja**.

Resumiendo: Una cantidad escrita de forma compleja contiene distintas unidades, mientras que de forma incompleja tiene una única unidad.

Para **pasar de complejo a incomplejo** se multiplica (si hay que pasar de una unidad a otra inferior) o se divide (si hay que pasar a otra de orden superior) por su equivalencia, según la tabla anterior.

Ejemplo:

Pasar a segundos 2 h 24 min 18 s.

$$2\text{ h} = 2 \cdot 3600\text{ s} = 7200\text{ s}$$

$$24\text{ min} = 24 \cdot 60\text{ s} = 1440\text{ s}$$

$$18\text{ s} = \underline{\hspace{2cm}} 18\text{ s}$$

$$2\text{ h } 24\text{ min } 18\text{ s} = 8658\text{ s}$$

Pasar a horas 2 h 24 min 18 s

$$2\text{ h} = \underline{\hspace{2cm}} = 2\text{ h}$$

$$24\text{ min} = 24 : 60 = 0'4\text{ h}$$

$$18\text{ s} = 18 : 3600 = 0'005\text{ h}$$

$$2\text{ h } 24\text{ min } 18\text{ s} = 2'405\text{ h}$$

22.- Completa:

a) 27 min 16 s = s

c) 2 h 5 min 42 s = s

e) $25^{\circ} 48'$ = $^{\circ}$

g) $52^{\circ} 42' 27''$ = $^{\circ}$

b) 1 min 40 s = s

d) 5 h 14 min 27 s = s

f) $1^{\circ} 6' 36''$ = $^{\circ}$

h) $108''$ = $^{\circ}$

Para **pasar de incomplejo a complejo** se va dividiendo o multiplicando, según sea para pasar a una unidad superior o inferior respectivamente, por la equivalencia de orden superior o inferior. Lo mejor es verlo en unos ejemplos:

Pasar a horas, minutos y segundos 8598 s.

8 5 9 8 s	6 0	(Se divide por 60 porque 60 minutos es una hora. La cantidad resultante se vuelve a dividir por 60 porque 60 segundos forman 1 minuto.)	
2 5 9	1 4 3 min		6 0
1 9 8	2 3 min		2 h
1 8 s			

Solución: $8598 \text{ s} = 2 \text{ h } 23 \text{ min } 18 \text{ s}$

Pasar a horas, minutos y segundos $3'505 \text{ h}$

$3'505 \text{ h} = 3 \text{ h} + 0'505 \text{ h}$; (dejamos las 3 horas y pasamos el « pico » a minutos)

$0'505 \text{ h} \cdot 60 = 30'30 \text{ min} = 30 \text{ min} + 0'30 \text{ min}$; (hacemos lo mismo que antes: dejamos anotados los 30 minutos y pasamos el « pico » a segundos)

$0'30 \text{ min} \cdot 60 = 18 \text{ s}$

Solución: $3'505 \text{ h} = 3 \text{ h } 30 \text{ min } 18 \text{ s}$

23.- Expresa las siguientes cantidades de forma compleja:

a) 4405 s

b) 12412 s

c) 145,25 min

d) 3,52 h

e) 2,285°

f) 965,75'

g) 62237"

h) 144748"

Ya sabemos pasar de complejo a incomplejo y viceversa, aprendamos ahora a hacer operaciones con complejos, ya que con decimales ya habíamos aprendido antes.

Las operaciones con cantidades complejas se realizan por partes, es decir separadamente cada una de las unidades en las que están expresadas, como si fueran varias operaciones juntas. Así para **sumar cantidades en forma compleja** se sumarán los segundos con segundos, los minutos con los minutos y los grados u horas con los grados u horas; si se forman más de 60 unidades pequeñas se transforman en otras de orden superior. Veamos un ejemplo:

Sumar $8 \text{ h } 33 \text{ min } 27 \text{ s}$ y $38 \text{ min } 57 \text{ s}$.

8 h	33 min	27 s	
+	38 min	57 s	
8 h	71 min	84 s	
$+1 \text{ h}$	$+1 \text{ min}$	-60 s	(Fíjate que, como pasa de 60, le quitamos 60 y le sumamos 1 a la cantidad superior)
9 h	72 min	24 s	
	-60 min		
	12 min		

Solución: $8 \text{ h } 33 \text{ min } 27 \text{ s} + 38 \text{ min } 57 \text{ s} = 9 \text{ h } 12 \text{ min } 24 \text{ s}$

Para **restar formas complejas** se actuará de la misma manera, es decir, restando los segundos, los minutos y las horas o grados entre sí. No obstante es posible que en el minuendo (la cantidad de la que hay que restar, la de arriba) exista una cantidad menor de una o varias de las unidades que en el sustraendo (la cantidad que se resta, la de

abajo). En este caso se pasa una unidad de orden superior a 60 de orden inferior y se le suma a las que existían, así conseguiremos tener un número mayor arriba que abajo.

Veamos un ejemplo que aclare lo dicho:

Un atleta comienza a entrenarse a las 11 h 12 min 50 s y termina a las 13 h 5 min 8 s. ¿Qué tiempo ha estado entrenando?

(Está claro que este problema se resuelve mediante una resta. A 13h 5min 8s hay que restarle 11h 12min 50s.)

$$\begin{array}{r} 13 \text{ h} \quad 5 \text{ min} \quad 8 \text{ s} \\ - 11 \text{ h} \quad 12 \text{ min} \quad 50 \text{ s} \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 12 \text{ h} \quad 64 \text{ min} \quad 68 \text{ s} \\ - 11 \text{ h} \quad 12 \text{ min} \quad 50 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h} \quad 52 \text{ min} \quad 18 \text{ s} \end{array}$$

¿Cómo podemos restarle a 8 segundos los 50 del sustraendo?. Y a los 5 minutos, ¿cómo le restamos 12?

Pues transformamos 1 hora de las 13 que hay en el minuendo en minutos y se los sumamos a los 5 que había, quedarían 12 h y 65 min. Y hacemos lo mismo con 1 minuto de esos 65 transformándolo en segundos y se los sumamos a los que tenía. Entonces quedaría, en total: 12 h 64 min 68 s. ¡Y ya podemos restar!

Respuesta: *El atleta ha estado entrenando 1h 52 min 18 s.*

24.- Calcula:

a) $56^\circ 27' 40'' + 21^\circ 45' 20''$

b) $2 \text{ h } 50 \text{ min } 32 \text{ s} + 1 \text{ h } 25 \text{ min } 47 \text{ s}$

c) $48^\circ 12' 34'' - 25^\circ 42' 15''$

d) $1 \text{ h } 18 \text{ min } 25 \text{ s} - 57 \text{ min } 35 \text{ s}$

25.- En televisión han echado una película de 1 h 46 min 15 s de duración, pero han intercalado 18 min y 36 s de publicidad. Si la película empezó a las 21 h 15 min, ¿a qué hora terminó?

26.- El telediario de mediodía empezó a las 14 h 45 min 30 s y finalizó a las 16 h 8 min 15 s. ¿Cuál ha sido su duración?

Para **multiplicar formas complejas** también se hacen por separado. Después, seguramente, encontraremos que en el resultado hay unidades que sobrepasan los 60 segundos y/o los 60 minutos. Entonces se procede como en la suma; es decir, convirtiendo cada 60 segundos en 1 minuto y cada 60 minutos en 1 hora o 1 grado.

Veamos un ejemplo:

Un grupo de 2º del instituto ha realizado un viaje a la sierra. El profesor ha hecho un reportaje en video que tiene una duración de 23 min 36s.

8 de sus alumnos desean tener una copia del reportaje. ¿Cuánto tiempo tardará en hacer todas las copias si las hace de una en una?

$$\begin{array}{r}
 23 \text{ min} \quad 36 \text{ s} \\
 \hline
 \phantom{23 \text{ min}} \times 8 \\
 \hline
 184 \text{ min} \quad 288 \text{ s} \\
 + 4 \text{ min} \quad -240 \text{ s} \\
 \hline
 3 \text{ h} \quad 188 \text{ min} \quad 48 \text{ s} \\
 - 180 \text{ min} \\
 \hline
 \phantom{3 \text{ h}} 8 \text{ min}
 \end{array}$$

Multiplicamos los segundos por 8 y después los minutos por 8 también.

Como hay muchos segundos, les restamos $60 \times 4 = 240$ segundos, que son 4 minutos, que serán los que le sumemos a los 184 minutos que nos dio la multiplicación.

Después hacemos lo mismo con los minutos obtenidos, ya que pasan de 60. En este caso le restaremos $60 \times 3 = 180$ minutos, que forman 3 horas. Éstas se las sumaríamos a las horas que nos hubiera dado en la multiplicación en el caso de que tuviera.

Respuesta: Tardará 3 h 10 min 48 s en total en hacer todas las copias.

27.- Calcula:

a) $(25^\circ 16' 15'') \cdot 4$

b) $(1 \text{ h } 3 \text{ min } 18 \text{ s}) \cdot 7$

En la **división** también se van dividiendo cada una de las unidades empezando por la de orden superior. El resto que quede se pasa a la de orden inferior multiplicando por 60 y se añade a las que tenía. Veámoslo con un ejemplo.

En una fábrica están controlando a los empleados de forma que le miden el tiempo que tardan en llenar unas cajas con frutas debidamente colocadas y envueltas. Una persona ha preparado 8 cajas en 1h 15 min 20 s. ¿Cuánto ha tardado, por término medio, en cada una de las cajas?

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ h} \quad 15 \text{ min} \quad 20 \text{ s} \quad | \quad 8 \\
 \swarrow +60 \text{ min} \quad \swarrow +180 \text{ s} \\
 \hline
 75 \text{ min} \quad 200 \text{ s} \\
 \swarrow -60 \text{ min} \quad \swarrow -200 \text{ s} \\
 \hline
 15 \text{ min} \quad 40 \text{ s} \\
 \swarrow -60 \text{ min} \\
 \hline
 1 \text{ h} \quad 15 \text{ min} \quad 20 \text{ s}
 \end{array}$$

Como puedes observar, 1h la hemos pasado a 60 minutos y se los hemos sumado a los 15 que teníamos. El resultado lo dividimos por 8. El resto lo pasamos a segundos multiplicando por 60 y se los sumamos a los 20 del principio. Los resultantes los dividimos entre 8

Respuesta: En cada caja tarda 9 min 25 s

28.- Calcula:

a) $(5 \text{ h } 27 \text{ min } 48 \text{ s}) : 3$

b) $(40^\circ 49' 30'') : 9$

c) $83^\circ : 6$

Haz ahora algunos problemas en los que se necesitan operar cantidades complejas.

29.- Un motorista tarda 1 min 35 s en dar una vuelta a un velódromo. ¿Cuánto tarda en completar una serie de veinte vueltas?

30.- Una rueda tiene 16 radios colocados a intervalos iguales. ¿Cuál es el ángulo de separación entre dos radios consecutivos?

31.- Roberto va al mercado con 62,81 € y compra 2,6 kg de uvas a 1,80 €/kg, 0,58 kg de plátanos a 2,15 €/kg, una merluza que pesa 850 g y está a 11,45 €/kg, y un pollo de kilo y cuarto a 5,95 €/kg. ¿Cuánto dinero le sobra?

32.- Una familia compuesta por el padre, la madre, dos hijos, de 5 y 7 años, y el abuelo quieren ir al zoo. El precio de las entradas está a 43,35 € los adultos y a 23,80 los menores. ¿Cuánto cuesta en total la visita al zoológico?