

## Examen Problemas de Sistemas

### Soluciones

#### Atención:

Elija 4 de los 6 problemas. La Puntuación máxima de cada problema es de 1,5 puntos. El ejercicio 7 vale 4 puntos, 2 puntos por cada sistema.

Lea bien las preguntas e intente ayudarse con dibujos o tablas para su resolución.

Las preguntas se puntuarán con un 75% de su valor si la justificación no se realiza o es insatisfactoria.

No está permitido compartir cualquier tipo de material con los compañeros.

**1. - Los grupos de 4ºA y 4ºB van a ir de excursión en dos autobuses diferentes. Si en el del A suben 3 alumnos del B, los dos autocares llevarán el mismo número de estudiantes. En cambio, si seis alumnos de 4ºA suben al autocar de 4ºB, este tendrá el doble de estudiantes que el otro. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?**

$$\text{Llamando } \begin{cases} x \equiv \text{Alumnos de 4ºA} \\ y \equiv \text{Alumnos de 4ºB} \end{cases}$$

Si en el autobús del grupo A suben 3 alumnos del B, en el Autobús del A hay  $x+3$  alumnos y en el autobús del B quedarán  $y-3$  alumnos.

Como dice que en ambos autobuses hay el mismo número de alumnos, la primera ecuación será:

$$1) \quad x + 3 = y - 3$$

Si seis de los alumnos del A suben al autocar del B, en el autocar del grupo A, quedan  $x-6$  alumnos, mientras que en el B habrá  $y+6$  Alumnos.

Como en este caso el autobús del B tendrá el doble que el del A, la segunda ecuación será:

$$2) \quad 2(x - 6) = y + 6$$

Se escribimos juntas ambas ecuaciones, tenemos el sistema:  $\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x - 6) = y + 6 \end{cases}$ , operando un poco el

$$\text{sistema queda: } \begin{cases} x - y = -6 \\ 2x - y = 18 \end{cases}$$

Resolviendo por reducción, si restamos ambas ecuaciones, tenemos:  $-x = -24 \Rightarrow x = 24$

Y despejando y de la primera ecuación:  $x - y = -6 \Rightarrow y = x + 6 \Rightarrow y = 24 + 6 = 30$

Por tanto en el grupo de 4º A hay 24 alumnos, mientras que en el autobús de 4º B hay 30 alumnos.

**2. - Pedro y María van todos los miércoles de compras al mercadillo. Los dos han comprado en el mismo puesto. María ha adquirido 2 camisetas y un pantalón por un total de 22 euros, y Pedro ha pagado 39 euros por 3 camisetas y 2 pantalones. ¿Cuál es el precio de cada camiseta y de cada pantalón?**

Llamando  $\begin{cases} x \equiv \text{Precio de la camiseta} \\ y \equiv \text{Precio del pantalón} \end{cases}$ , si dos camisetas y un pantalón cuestan 22 €, tenemos la primera ecuación:

$$1) \quad 2x + y = 22$$

Si 3 camisetas y 2 pantalones cuestan 39 €, tenemos la segunda ecuación:

$$2) \quad 3x + 2y = 39$$

Juntando ambas ecuaciones: 
$$\begin{cases} 2x + y = 22 \\ 3x + 2y = 39 \end{cases}$$

Si multiplicamos la primera ecuación por (-2) y las sumamos, obtenemos por reducción:

$$\begin{cases} -4x - 2y = -44 \\ 3x + 2y = 39 \end{cases} \Rightarrow -x = -5 \quad \text{de donde} \quad x = 5$$

Sustituyendo en la primera ecuación,  $2x + y = 22$ , y despejando la y:  $10 + y = 22 \Rightarrow y = 12$

Por tanto el precio de la camiseta es de 5 € y el precio de los pantalones es de 12€.

**3. - Un examen final consta de 20 preguntas de elección múltiple. Cada respuesta correcta es puntuada con 3 puntos, y se resta un punto por cada una incorrecta. Un alumno ha respondido a todas las preguntas y ha obtenido 36 puntos. ¿Cuántas preguntas respondió de manera correcta y cuántas de forma errónea?.**

Si llamamos  $\begin{cases} x \rightarrow n^\circ \text{ de respuestas correctas} \\ y \rightarrow n^\circ \text{ de respuestas incorrectas} \end{cases}$  como en total hay 20 preguntas, de aquí obtenemos la primera ecuación:

$$a) x + y = 20$$

Como cada respuesta correcta vale 3 puntos y cada fallo menos 1, de la puntuación sacamos la segunda ecuación:

$$b) 3x - y = 36$$

Juntando ambas ecuaciones, tenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x - y = 36 \end{cases}$$

Por reducción, sumando ambas ecuaciones, tenemos:

$$4x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{4} = 14$$

Donde despejando x nos da  $x=14$ .

Una vez conocido x, de la ecuación a) despejamos y:

$$a) x + y = 20 \rightarrow y = 20 - x = 20 - 14 = 6$$

Por tanto el alumno respondió a 14 respuestas de forma correcta y cometió 6 fallos.

**4. - Laura se ha fijado en las señales de tráfico que hay en el camino que va desde su casa hasta el polideportivo. Ha comprobado que todas tienen forma de triángulo o cuadrilátero. Si en total hay 9 señales y entre todas reúnen 32 ángulos, ¿cuántas hay de cada tipo?**

Si llamamos  $\begin{cases} x \rightarrow n^\circ \text{ de triángulos} \\ y \rightarrow n^\circ \text{ de cuadriláteros} \end{cases}$  como en total hay 9 señales, de aquí obtenemos la primera ecuación:

$$a) x + y = 9$$

Como cada triángulo tiene 3 ángulos y cada rectángulo 4, de los ángulos sacamos la segunda ecuación:

$$b) 3x + 4y = 32$$

Juntando ambas ecuaciones, tenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + 4y = 32 \end{cases}$$

Por reducción, multiplicando la primera ecuación por (-3),

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x + 4y = 32 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x - 3y = -27 \\ 3x + 4y = 32 \end{cases}$$

y sumando ambas ecuaciones, tenemos:

$$y = 5$$

Una vez conocido  $y$ , de la ecuación a) despejamos  $y$ :

$$a) x + y = 9 \rightarrow y = 9 - x = 9 - 5 = 4$$

Por tanto, Laura ha visto 5 señales con forma de cuadrilátero y 4 triangulares.

**5.- Una empresa de reciclado de papel mezcla pasta de papel de baja calidad, que compra por 0,25 euros el kilogramo, con pasta de mayor calidad, de 0,40 euros el kilogramo, para conseguir 50 kilogramos de pasta de 0,31 euros el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos utiliza de cada tipo de pasta?**

*Este problema se puede resolver utilizando sistemas o no. Como en temas anteriores lo hemos resuelto mediante una ecuación, aquí lo resolveremos utilizando un sistema:*

Si llamamos  $\begin{cases} x \rightarrow \text{cantidad de papel de baja calidad} \\ y \rightarrow \text{cantidad de papel de buena calidad} \end{cases}$

Con los datos del problema, rellenamos la siguiente tabla:

|         | Cantidad (Kg) | Precio (€/Kg) | Total (€)      |
|---------|---------------|---------------|----------------|
| Papel 1 | $x$           | 0,25          | $0,25 \cdot x$ |
| Papel 2 | $y$           | 0,40          | $0,40 \cdot y$ |
| Mezcla  | 50            | 0,31          | 15,50          |

Utilizando la cantidad de pasta de papel utilizado, tenemos la primera ecuación:

$$a) x + y = 50$$

Utilizando ahora el dinero invertido, tenemos la segunda ecuación:

$$b) 0,25x + 0,40y = 15,50$$

Pues juntando ambas tenemos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 0,25x + 0,40y = 15,50 \end{cases}$$

Si multiplicamos la primera ecuación por  $(-0,25)$ , tenemos:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 0,25x + 0,40y = 15,50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -0,25x - 0,25y = -12,50 \\ 0,25x + 0,40y = 15,50 \end{cases}$$

Y si ahora por reducción, sumamos ambas ecuaciones nos queda:

$$0,15y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{0,15} \Rightarrow y = 20$$

Despejando  $x$  de la ecuación a), obtenemos:

$$a) x + y = 50 \Rightarrow x = 50 - y = 50 - 20 = 30$$

Así que utilizará 30 kg de pasta de papel de baja calidad y 20 kg de pasta del otro papel.

**6.- Por una calculadora y un cuaderno habríamos pagado, hace tres días, 10,80 €. El precio de la calculadora ha aumentado un 8%, y el cuaderno tiene una rebaja del 10%. Con estas variaciones, los dos artículos nos cuestan 11,34 €. ¿Cuánto costaba cada uno de los artículos hace tres días?**

Si llamamos  $x$  al precio de la calculadora e  $y$  al precio del cuaderno, la primera ecuación sería de la forma:

$$(1) \ x + y = 10,80$$

Para escribir la segunda, como nos dicen que la calculadora ha aumentado un 8%, pagaremos  $1,08 X$  por ella, y como el cuaderno tiene una rebaja del 10%, pagaremos  $0,90 Y$ , así que con esto, la segunda ecuación quedará:

$$(1) \ 1,08x + 0,9y = 11,34$$

Juntando ambas ecuaciones, tenemos el sistema: 
$$\begin{cases} x + y = 10,80 \\ 1,08x + 0,9y = 11,34 \end{cases}$$

Multiplicando la primera por  $-0,9$ , tenemos:

$$\begin{cases} -0,9x - 0,9y = -9,72 \\ 1,08x + 0,9y = 11,34 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0,9x - 0,9y = -9,72 \\ 1,08x + 0,9y = 11,34 \end{cases}$$

Sumando ambas ecuaciones, tenemos:  $0,18x = 1,62 \Rightarrow x = 9$

De donde la calculadora vale 9 euros y despejando de la ecuación (1), calculamos el precio del cuaderno:

$$(1) \ x + y = 10,80 \Rightarrow y = 10,80 - x = 10,80 - 9 = 1,80$$

Por tanto la calculadora costaba 9 euros y el cuaderno 1,80 euros.

**7. - Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:**

$$a) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$$

