

### EJERCICIOS PROPUESTOS

- 12.1 Los lados de un rectángulo son 6 y 8 centímetros. ¿Es semejante al de lados 15 y 24 centímetros? ¿Y al de 12 y 16 centímetros?

En el primer caso, como  $\frac{15}{6} \neq \frac{24}{8}$ , no son semejantes.

En el segundo caso, como  $\frac{12}{6} = \frac{16}{8}$ , sí son semejantes. La razón de semejanza es:  $\frac{12}{6} = 2$

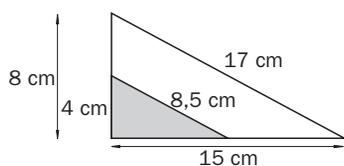
- 12.2 Halla la medida de los lados de un triángulo semejante a otro cuyos lados miden 5, 9 y 12 centímetros, con razón de semejanza igual a 3.

Sean  $a, b, c$  las longitudes de los lados del triángulo buscado. Por ser semejantes con razón de semejanza 3, se ha de verificar:

$$\frac{a}{5} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = 3. \text{ Luego: } a = 5 \cdot 3 = 15, b = 9 \cdot 3 = 27 \text{ y } c = 12 \cdot 3 = 36$$

- 12.3 Dibuja un triángulo rectángulo de catetos 15 y 8 centímetros. Si se unen sus puntos medios, ¿resulta un triángulo semejante a él?

Razona la respuesta.



Al unir los puntos medios de los catetos, obtenemos un triángulo rectángulo de catetos 4 y 7,5 cm.

La hipotenusa de este triángulo mide, por el teorema de Pitágoras:

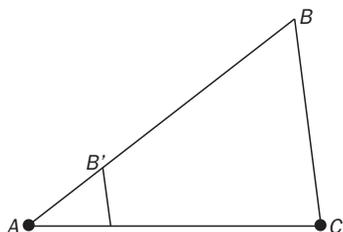
$$c' = \sqrt{4^2 + 7,5^2} = \sqrt{72,25} = 8,5 \text{ cm}$$

La hipotenusa del triángulo inicial mide:  $c = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$

Como  $\frac{15}{7,5} = \frac{8}{4} = \frac{17}{8,5} = 2$ , sí son semejantes.

- 12.4 En un triángulo  $ABC$  se traza una recta paralela al lado  $BC$  desde un punto  $B'$  de manera que  $AB' = 0,25 \cdot AB$ .

¿Cuál es la razón de semejanza?

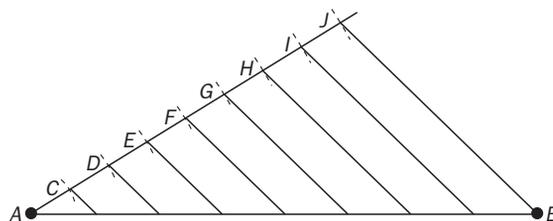
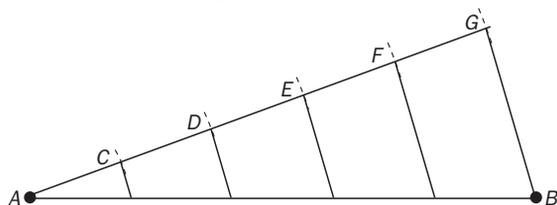


La razón de semejanza es:  $\frac{AB}{AB'} = \frac{AB}{0,25 \cdot AB} = \frac{1}{0,25} = 4$

- 12.5 Divide un segmento de 7 centímetros de longitud en partes iguales.

a) En 5 partes iguales.

b) En 8 partes iguales.

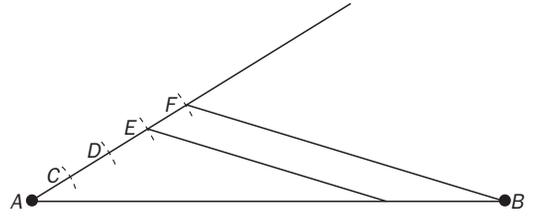


a) Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera se señalan sobre la semirrecta 5 puntos  $C, D, E, F$  y  $G$ . Se une el último punto con el otro extremo del segmento ( $G$  con  $B$ ) y se trazan las paralelas a  $GB$  por cada uno de los puntos. El segmento inicial queda dividido en 5 partes iguales.

b) Se procede de modo análogo, marcando 8 puntos en la semirrecta.

- 12.6 Divide un segmento en dos partes de modo que una de ellas sea el triple de la otra. Explica cómo lo haces.

Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera se señalan sobre la semirrecta 4 puntos  $C, D, E$  y  $F$ . Se une el último punto con el otro extremo del segmento ( $F$  con  $B$ ) y se traza la paralela a  $FB$  por  $E$ .



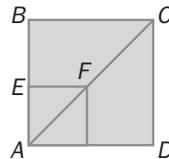
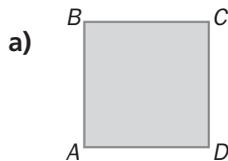
- 12.7 Los lados de un triángulo miden 10, 12 y 8 centímetros, y los de otro, 5, 6 y 4 centímetros. ¿Son semejantes?

Sí, ya que  $\frac{10}{5} = \frac{12}{6} = \frac{8}{4}$ . La razón de semejanza es 2.

- 12.8 Estudia si son semejantes los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$ , sabiendo que  $\widehat{A'} = \widehat{A} = 40^\circ, \widehat{B'} = 65^\circ, \widehat{C'} = 75^\circ$ .

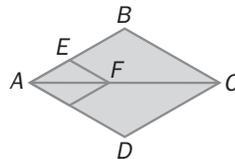
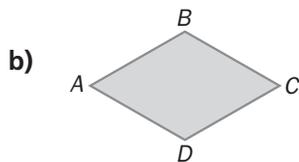
No necesariamente. Supongamos que  $\widehat{A} = 40^\circ, \widehat{B} = 90^\circ, \widehat{C} = 50$ . En este caso, ambos triángulos no comparten las medidas de sus ángulos, por lo que no son semejantes.

- 12.9 Construye un polígono semejante a cada uno de los siguientes, de razón 0,5.



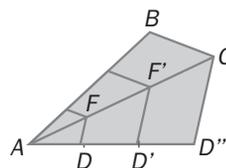
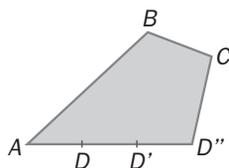
Se traza el segmento  $AC$ . A continuación se divide el segmento  $AB$  por la mitad, obteniéndose el punto  $E$ .

Se traza la paralela a  $BC$  por  $E$  que corta a  $AC$  en  $F$ . Finalmente se traza la paralela a  $CD$  por  $F$  obteniéndose la figura buscada.



Se procede de modo análogo al caso anterior.

- 12.10 En la siguiente figura, el segmento  $AD''$  está dividido en tres partes iguales.

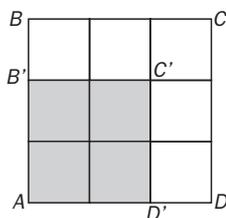


Construye a partir de  $D$  y  $D'$  dos figuras semejantes a ella e indica la razón de semejanza de cada una.

Para la construcción a partir de  $D$ , se traza el segmento  $AC$ . A continuación se traza la paralela a  $CD''$  por  $D$ .

Esta recta corta a  $AC$  en  $F$ . Finalmente se traza la paralela a  $BC$  por  $F$ . Para la construcción a partir de  $D'$ , se procede de modo análogo.

- 12.11 Calcula la razón de las áreas de dos cuadrados semejantes de razón de semejanza  $k = \frac{3}{2}$ .



Resolución gráfica:

Si se divide cada lado del cuadrado  $ABCD$  en tres partes iguales, se observa que contiene 9 cuadrados unitarios, mientras que el cuadrado  $AB'C'D'$  contiene 4 cuadrados unitarios. Por tanto, la razón entre las áreas es:  $\frac{9}{4}$

Resolución analítica:

Sea  $a$  el lado de  $ABCD$ , y  $a'$ , el lado de  $AB'C'D'$ . Se tiene que:  $\frac{a}{a'} = \frac{3}{2}$

$$\text{Por tanto: } \frac{\text{Área } (ABCD)}{\text{Área } (AB'C'D')} = \frac{a^2}{a'^2} = \frac{9}{4}$$

- 12.12 La razón entre las áreas de dos figuras semejantes es  $\frac{16}{9}$ . Halla la razón de semejanza.

$$\text{La razón de semejanza es: } k = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

- 12.13 ¿Qué tipo de representación es una miniatura?

Una maqueta.

- 12.14 Una escultura es una representación tridimensional. ¿En qué se diferencia de una maqueta?

Una escultura no tiene por qué respetar las proporciones.

- 12.15 Se ha hecho una fotocopia ampliada del plano de una ciudad para ver con mayor claridad las calles. ¿La fotocopia es otro plano?

Sí, ya que las dimensiones en la fotocopia son proporcionales al plano inicial. Como las dimensiones del plano inicial eran proporcionales a las de la ciudad, las del plano fotocopiado también han de serlo.

- 12.16 En el plano de un piso, la escala es 150 : 1. Explica si es correcto o si se ha cometido algún error.

Escala 150 : 1 significa que 150 cm en el plano equivalen a 1 cm en la realidad. Por tanto, es incorrecta, ya que supondría que el plano es más grande que el piso real.

- 12.17 Halla las dimensiones de un salón de 4 metros de largo y 5 de ancho en un plano a escala:

a) 1 : 200

b) 1 : 400

a) Escribiendo la proporción:  $\frac{1}{200} = \frac{x}{400}$ , luego  $x = 2$ . Por otro lado,  $\frac{1}{200} = \frac{y}{500}$ , luego  $y = 2,5$

Las dimensiones son 2 cm de largo y 2,5 cm de ancho.

b) Análogamente:  $\frac{1}{400} = \frac{x}{400}$ , luego  $x = 1$ . Por otro lado,  $\frac{1}{400} = \frac{y}{500}$ , luego  $y = 1,25$

Las dimensiones son 1 cm de largo y 1,25 cm de ancho.

12.18 La maqueta de un edificio a escala 1 : 500 tiene 13 cm de largo, 4 de ancho y 20 de alto. Calcula sus medidas reales.

1 cm en la maqueta representa 500 cm en la realidad. Por tanto:

13 cm representan:  $500 \cdot 13 = 6500 \text{ cm} = 65 \text{ m}$

4 cm representan:  $500 \cdot 4 = 2000 \text{ cm} = 20 \text{ m}$

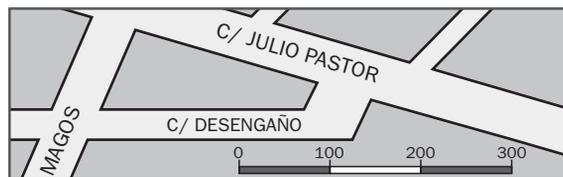
20 cm representan:  $500 \cdot 20 = 10000 \text{ cm} = 100 \text{ m}$

12.19 La representación en un plano de una longitud de 20 m es un segmento de 2 cm. ¿A qué escala se ha hecho?

20 m = 2000 cm. Como 2 cm representan 2000 cm, 1 cm ha de representar la mitad, es decir, 1000 cm.

Por tanto, la escala es: 1 : 1000

12.20 Halla las dimensiones de la manzana de edificios de este plano.



La escala gráfica indica que 12 mm equivalen a 100 m. Las distancias medidas en el plano son:

– Lado correspondiente a la calle de Desengaño: 27 mm:  $\frac{12}{100} = \frac{27}{x}$ , luego  $x = \frac{27 \cdot 100}{12} = 225 \text{ m}$

– Lado correspondiente a la calle de los Magos: 12 mm:  $\frac{12}{100} = \frac{12}{x}$ , luego  $x = 100 \text{ m}$

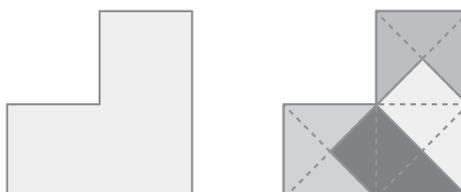
– Lado correspondiente a la calle de Julio Pastor: 25 mm:  $\frac{12}{100} = \frac{25}{x}$ , luego  $x = \frac{25 \cdot 100}{12} = 208,34 \text{ m}$

– Lado restante: 4 mm:  $\frac{12}{100} = \frac{4}{x}$ , luego  $x = \frac{4 \cdot 100}{12} = 33,34 \text{ m}$

### RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

12.21 Esta figura representa la planta de un portalápices. Divídela en cuatro partes iguales para que tenga cuatro departamentos.

La figura está formada por tres cuadrados iguales. Si dividimos cada uno de esos cuadrados en cuatro partes iguales trazando las diagonales de cada cuadrado, tendremos la figura dividida en 12 partes iguales. Como 12 es múltiplo de 4, hemos terminado. La división de la figura en 4 partes iguales es la que indica el dibujo.



- 12.22 Un parterre de un jardín tiene forma de trapecio isósceles. Divídalo en cuatro partes iguales para plantar sendos tipos de flores diferentes.

Se divide el trapecio inicial en tres triángulos equiláteros iguales, tal como muestra la figura. A continuación se divide cada uno de los triángulos obtenidos en cuatro triángulos equiláteros construidos al unir los puntos medios de los lados. De este modo la figura inicial queda dividida en 12 partes iguales. Como 12 es múltiplo de 4, hemos terminado. La división de la figura en 12 partes iguales es la que indica el dibujo.



### CÁLCULO MENTAL

- 12.23 Un lado de un triángulo mide 7 centímetros, y uno de sus ángulos,  $60^\circ$ . Se hace una fotocopia al 300%. ¿Cuánto mide el nuevo lado? ¿Y el nuevo ángulo?

Para calcular la longitud del lado basta escribir la proporción  $\frac{7}{100} = \frac{x}{300}$ , luego  $x = 21$  cm.

El triángulo obtenido tras la ampliación es semejante al primero, por lo que los ángulos no varían.

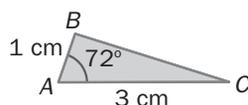
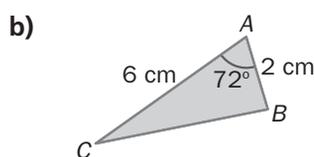
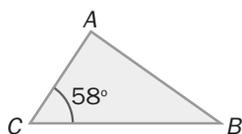
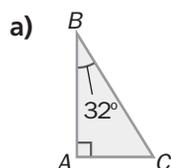
- 12.24 Un triángulo tiene por lados 24, 32 y 40 centímetros. En otro semejante a él, el lado correspondiente al pequeño mide 6 centímetros.

- a) Calcula la razón de semejanza.  
b) Halla la medida de los otros lados.

a) La razón de semejanza es:  $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

b) Como son semejantes,  $\frac{6}{24} = \frac{a}{32} = \frac{b}{40}$ . Por tanto,  $a = \frac{32}{4} = 8$  cm, y  $b = \frac{40}{4} = 10$  cm

- 12.25 Utiliza los criterios de semejanza de triángulos para estudiar si son semejantes.



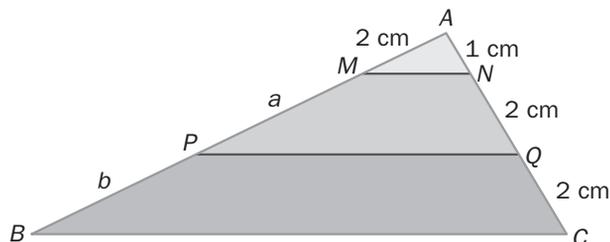
- a) No se puede garantizar que sean semejantes. En el primer triángulo,  $\widehat{A} = 90^\circ$  y  $\widehat{B} = 32^\circ$ . Por tanto,  $\widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$ . En el segundo triángulo, supongamos  $\widehat{A} = 91^\circ$ ,  $\widehat{B} = 31^\circ$ ,  $\widehat{C} = 58^\circ$ . Como no comparten las medidas de sus ángulos, no son semejantes.

- b) Ambos triángulos tienen un ángulo igual y los dos lados contiguos proporcionales ( $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$ ), luego son semejantes.

12.26 Los lados de un triángulo miden 6, 7 y 9 centímetros, y los de otro, 18, 21 y 36 centímetros. ¿Pueden ser semejantes?

No, ya que  $\frac{6}{18} = \frac{7}{21} \neq \frac{9}{36}$

12.27 Los lados  $MN$ ,  $PQ$  y  $BC$  son paralelos. ¿Cuánto miden los segmentos  $a$  y  $b$ ?



Por el teorema de Tales, los triángulos  $AMN$ ,  $APQ$  y  $ABC$  son semejantes.

Por ser  $AMN$  y  $APQ$  semejantes,  $\frac{AP}{AQ} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow \frac{a+2}{2+1} = \frac{2}{1} \Rightarrow a+2 = 6 \Rightarrow a = 4$

Por ser  $AMN$  y  $ABC$  semejantes,  $\frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow \frac{a+b+2}{2+1+2} = \frac{2}{1} \Rightarrow b+6 = 10 \Rightarrow b = 4$

12.28 Un rectángulo tiene los lados iguales a 2 y 6 centímetros. Estudia si son semejantes a él los de lados las siguientes medidas.

- a) 3 y 9 centímetros.
- b) 4 y 8 centímetros.

a) Son semejantes. En efecto:  $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ , ya que  $9 \cdot 2 = 6 \cdot 3$ .

b) No son semejantes. En efecto:  $\frac{2}{4} \neq \frac{6}{8}$ , ya que  $8 \cdot 2 \neq 4 \cdot 6$ .

12.29 Calcula la razón de semejanza de dos cuadrados de lados 4 y 10 centímetros. ¿Cuál es la razón de las áreas?

La razón de semejanza es:  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4$

La razón entre las áreas es:  $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = 0,16$

### EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

#### Figuras semejantes

12.30 Un triángulo de lados 30, 40 y 50 centímetros se reduce en una fotocopiadora al 40%. ¿Cuánto miden los lados del nuevo triángulo?

La reducción transforma el triángulo en un triángulo semejante al inicial con razón de semejanza  $k = \frac{40}{100}$ .

Por tanto, los lados del nuevo triángulo han de verificar:

$\frac{a}{30} = 0,4 \Rightarrow a = 30 \cdot 0,4 = 12$  cm;  $\frac{b}{40} = 0,4 \Rightarrow b = 40 \cdot 0,4 = 16$  cm;  $\frac{c}{50} = 0,4 \Rightarrow c = 50 \cdot 0,4 = 20$  cm

12.31 Calcula la medida del lado de un cuadrado semejante al que tiene por lado 6 centímetros con razón de semejanza igual a:

- a) 4                      b)  $\frac{1}{3}$                       c)  $\frac{3}{2}$                       d) 2

a) Como  $k = 4$ , el lado ha de verificar  $\frac{a}{6} = 4 \Rightarrow a = 6 \cdot 4 = 24$  cm

b) Como  $k = \frac{1}{3}$ , el lado ha de verificar  $\frac{b}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{6}{3} = 2$  cm

c) Como  $k = \frac{3}{2}$ , el lado ha de verificar  $\frac{c}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow c = \frac{18}{2} = 9$  cm

d) Como  $k = 2$ , el lado ha de verificar  $\frac{d}{6} = 2 \Rightarrow d = 6 \cdot 2 = 12$  cm

12.32 Los lados de un triángulo miden 2, 4 y 5 centímetros. El lado mayor de otro semejante a él mide 15 centímetros. Calcula la razón de semejanza y los otros lados.

La razón de semejanza es  $k = \frac{15}{5} = 3$

Los lados verifican:  $\frac{a}{4} = 3 \Rightarrow a = 3 \cdot 4 = 12$  cm;  $\frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 3 \cdot 2 = 6$  cm

12.33 Un rectángulo semejante a otro de 2 centímetros de largo y 5 de ancho tiene el lado menor igual a 3 centímetros.

a) Calcula la razón de semejanza.

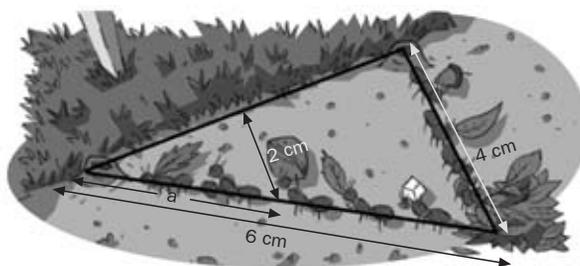
b) Halla el otro lado del rectángulo semejante.

a) La razón de semejanza es  $k = \frac{3}{2} = 1,5$

b) El lado verifica:  $\frac{a}{5} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{15}{2} = 7,5$  cm

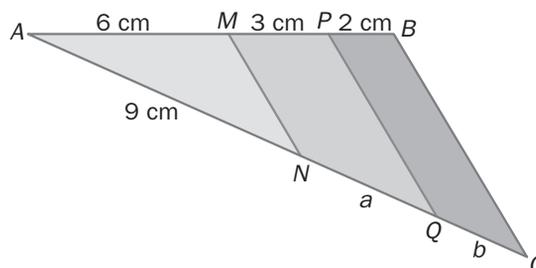
### Teorema de Tales

12.34 Los siguientes triángulos se encuentran en posición de Tales. Calcula la medida del lado a.



$$\frac{4}{2} = \frac{6}{a} \Rightarrow a = \frac{6 \cdot 2}{4} = 3$$
 cm

12.35 Halla la medida de los segmentos a y b de la siguiente figura.



Los triángulos AMN y APQ son semejantes, ya que comparten la medida de sus ángulos.

$$\text{Por tanto, } \frac{AP}{AQ} = \frac{AM}{AN} \Rightarrow \frac{3 + 6}{9 + a} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{9}{9 + a} = \frac{6}{9} \Rightarrow 9 + a = \frac{9 \cdot 9}{6} = 13,5 \Rightarrow a = 13,5 - 9 = 4,5$$
 cm

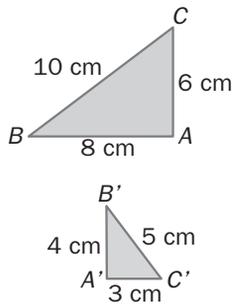
Los triángulos ABC y APQ son semejantes, ya que comparten la medida de sus ángulos.

$$\text{Por tanto, } \frac{AB}{AC} = \frac{AP}{AN} \Rightarrow \frac{3 + 6 + 2}{9 + 4,5 + b} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{11}{13,5 + b} = \frac{6}{9} \Rightarrow 13,5 + b = \frac{11 \cdot 9}{6} = 16,5 \Rightarrow b = 16,5 - 13,5 = 3$$
 cm

## Crterios de semejanza de triángulos

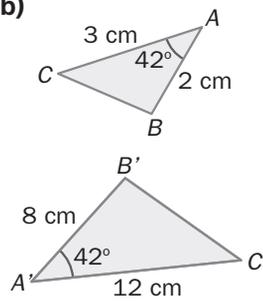
12.36 Estudia si los siguientes pares de triángulos son semejantes.

a)



a) Sí son semejantes. En efecto:  $\frac{10}{5} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$

b)



b) Sí son semejantes. En efecto, comparten un ángulo y los lados adyacentes son proporcionales, ya que  $\frac{3}{12} = \frac{2}{8} = 0,25$

12.37 De un triángulo  $ABC$  se conocen los ángulos  $\widehat{A} = 58^\circ$  y  $\widehat{C} = 63^\circ$ . En  $A'B'C'$ ,  $\widehat{A} = 58^\circ$  y  $\widehat{B} = 59^\circ$ . ¿Son semejantes?

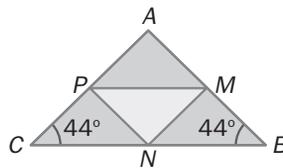
En el primer triángulo,  $\widehat{B} = 180^\circ - 58^\circ - 63^\circ = 59^\circ$ . En el segundo,  $\widehat{C}' = 180^\circ - 58^\circ - 59^\circ = 63^\circ$ .

Los dos triángulos son semejantes por tener los tres ángulos iguales.

12.38 ¿Son semejantes dos triángulos equiláteros?

Los tres ángulos de un triángulo equilátero miden  $60^\circ$ . Como ambos triángulos son equiláteros, comparten la medida de sus ángulos, luego son semejantes.

12.39 Al unir los puntos medios de los lados de este triángulo se forma otro. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo pequeño?



El nuevo triángulo es semejante al triángulo inicial. Por ello comparte con el primero la medida de los ángulos.

Consecuentemente, la medida de los ángulos es:  $\widehat{P} = 44^\circ$ ,  $\widehat{M} = 44^\circ$ ,  $\widehat{N} = 180^\circ - 44^\circ - 44^\circ = 92^\circ$

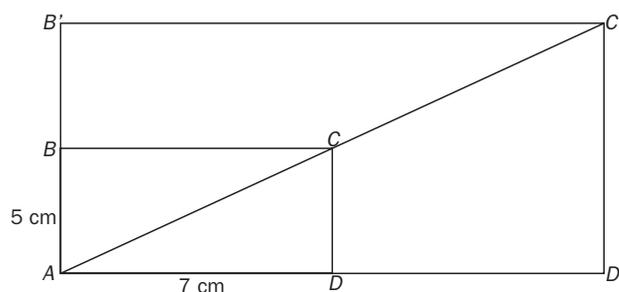
## Construcción de polígonos semejantes

12.40 Dibuja un rectángulo de  $5 \times 7$  centímetros y construye luego otro semejante a él con razón de semejanza igual a 2.

Por ser rectángulos semejantes con razón de semejanza igual a 2, los lados verifican:

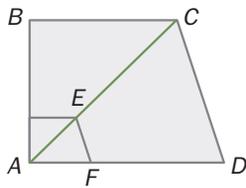
$$\frac{a}{5} = 2 \Rightarrow a = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}; \quad \frac{b}{7} = 2 \Rightarrow b = 2 \cdot 7 = 14 \text{ cm}$$

Para construir el rectángulo, se descompone el rectángulo inicial en dos triángulos rectángulos con catetos  $AB$  y  $AD$ , de medidas 5 y 7 cm, respectivamente. A continuación, a partir del vértice  $A$  se prolongan los catetos hasta alcanzar las medidas del rectángulo semejante, obteniéndose los puntos  $B'$  y  $D'$ . Por dichos puntos se trazan paralelas a los lados del rectángulo inicial.

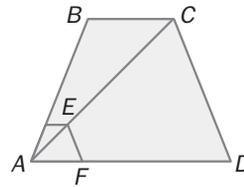


12.41 Utiliza el método de Tales para obtener un trapezio semejante a los siguientes de razón  $\frac{1}{4}$ .

a)



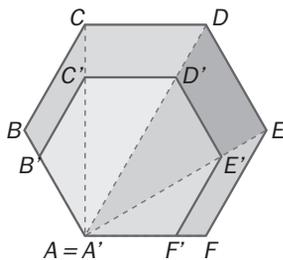
b)



a) Se traza el segmento  $AC$ . A continuación, se divide el segmento  $AD$  en cuatro partes iguales, obteniéndose el punto  $F$ . Se traza la paralela a  $CD$  por  $F$ , que corta a  $AC$  en  $E$ . Finalmente, se traza la paralela a  $BC$  por  $E$ .

b) Se procede de modo análogo.

12.42 Calcula la razón de semejanza de estos hexágonos.



El hexágono  $A'B'C'D'E'F'$  es un hexágono regular de 11 mm de lado. El hexágono  $ABCDEF$  es, por construcción, un hexágono semejante de 16 mm de lado. La razón de semejanza es:

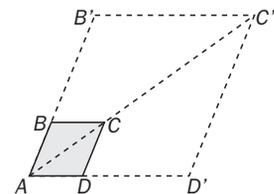
$$k = \frac{11}{16} = 0,69$$

### La razón de semejanza y la razón de las áreas

12.43 Si se construye una figura semejante a otra con razón de semejanza igual a  $\frac{4}{3}$ , ¿cuál es la razón de sus áreas?

La razón de semejanza entre las áreas es:  $k^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

12.44 Copia este paralelogramo y construye el polígono semejante de razón 3. Explica con el dibujo cuál es la razón de sus áreas.



Para construir un paralelogramo semejante, se descompone el paralelogramo inicial en dos triángulos  $ABC$  y  $ADC$ . A continuación se construyen triángulos semejantes prolongando los lados  $AD$  y  $AB$ . De este modo se obtienen los puntos  $D'$  y  $B'$ . Por estos puntos se trazan paralelas a los lados  $AB$  y  $AD$ , respectivamente. Se ha de verificar que:

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AD'}{25} = 3 \Rightarrow AD' = 25 \cdot 3 = 75 \text{ mm y } \frac{AB'}{AB} = \frac{AB'}{22} = 3 \Rightarrow AB' = 22 \cdot 3 = 66 \text{ mm}$$

Dividiendo en tres partes iguales cada uno de los lados del nuevo paralelogramo y trazando por esos puntos las paralelas a los lados, se observa que la nueva figura está compuesta por 9 paralelogramos del tamaño del inicial. Por tanto, la razón entre las áreas ha de ser:  $9 = 3^2$

12.45 Si la razón de las áreas de dos figuras semejantes es  $\frac{1}{25}$ , ¿cuál es la razón de semejanza?

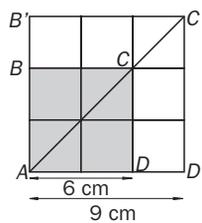
La razón de semejanza entre las figuras es:  $k = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} = 0,2$

12.46 Un cuadrado de 6 centímetros de lado es semejante a otro. Dibuja, mediante el método de Tales, el original de manera que la razón de las áreas sea  $\frac{9}{4}$ .

Como la razón entre las áreas es  $\frac{9}{4}$ , la razón entre los lados ha de ser  $k = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ . El lado del nuevo cuadrado ha de verificar:

$$\frac{a}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9 \text{ cm}$$

Para construirlo por el método de Tales, se descompone el cuadrado inicial en dos triángulos  $ABC$  y  $ADC$ . A continuación se construyen triángulos semejantes prolongando los lados  $AD$  y  $AB$ . De este modo se obtienen los puntos  $D'$  y  $B'$ . Por estos puntos se trazan paralelas a los lados  $BC$  y  $DC$ , respectivamente.



## Mapas, planos y maquetas

12.47 La distancia entre Málaga y Salamanca es de 756 kilómetros. En un mapa a escala 1 : 1 500 000, ¿a qué distancia se encuentran?

1 cm en el plano representa 1 500 000 cm en la realidad. Como  $756 \text{ km} = 756 \cdot 100\,000 = 75\,600\,000 \text{ cm}$ , se tiene:

$$\frac{1}{1\,500\,000} = \frac{x}{75\,600\,000} \Rightarrow x = \frac{75\,600\,000}{15\,000\,000} = 50,4 \text{ cm}$$

En un mapa se encuentran a 50,4 cm.

12.48 Dibuja a escala 1 : 8000 un parque rectangular de  $140 \times 120$  metros.

En primer lugar se expresan las dimensiones reales del parque en cm:

$$140 \text{ m} = 140 \cdot 100 = 14\,000 \text{ cm}; 120 \text{ m} = 120 \cdot 100 = 12\,000 \text{ cm}$$

Para calcular los lados del rectángulo se procede del modo siguiente:

$$\frac{1}{8000} = \frac{a}{14\,000} \Rightarrow a = \frac{14\,000}{8000} = 1,75 \text{ cm}; \frac{1}{8000} = \frac{b}{12\,000} \Rightarrow b = \frac{12\,000}{8000} = 1,5 \text{ cm}$$

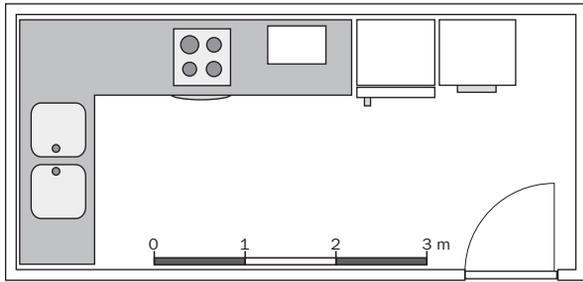
Las medidas del parque serán:  $1,75 \times 1,5 \text{ cm}$

12.49 Las dimensiones de un libro en miniatura son:  $4 \times 3 \times 0,5$  centímetros. La escala es 1 : 7. Calcula las medidas reales.

$$\frac{1}{7} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = 7 \cdot 4 = 28 \text{ cm}; \frac{1}{7} = \frac{3}{b} \Rightarrow b = 7 \cdot 3 = 21 \text{ cm}; \frac{1}{7} = \frac{0,5}{c} \Rightarrow c = 7 \cdot 0,5 = 3,5 \text{ cm}$$

Las medidas reales serán:  $28 \times 21 \times 3,5 \text{ cm}$

- 12.50 Observa el plano realizado con la siguiente escala gráfica.  
Calcula las dimensiones de la cocina.



1,2 centímetros en el plano representan 1 metro en la realidad.  
Luego la escala es 1,2 : 100

Las dimensiones de la cocina en el plano son  $7,5 \times 3,4$  cm.

Se tiene:

$$\frac{1,2}{100} = \frac{7,5}{a} \Rightarrow a = \frac{7,5 \cdot 100}{1,2} = 625 \text{ cm} = 6,25 \text{ m}$$

$$\frac{1,2}{100} = \frac{3,4}{b} \Rightarrow b = \frac{3,4 \cdot 100}{1,2} = 283,34 \text{ cm} = 2,83 \text{ m}$$

Por tanto, las dimensiones reales de la cocina son:  $6,25 \times 2,83$  m

- 12.51 En un mapa se ha representado con 1,5 centímetros una distancia real de 2,25 kilómetros.  
¿Cuál es la escala del mapa?

2,25 km = 225 000 cm. En el mapa, 1,5 cm representan 225 000 cm en la realidad.

Si la escala del mapa es 1 : x, se tiene:  $\frac{1}{x} = \frac{1,5}{225\,000} \Rightarrow x = \frac{225\,000}{1,5} = 150\,000$  cm. La escala es: 1 : 150 000

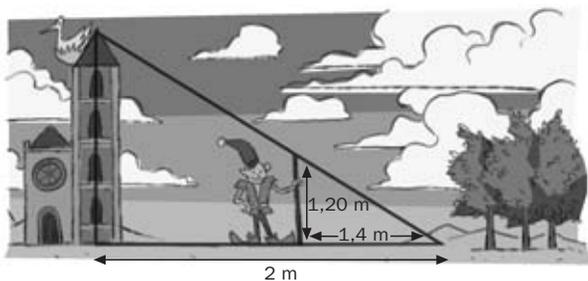
#### PROBLEMAS PARA APLICAR

- 12.52 La ampliación de una fotografía al 150% mide 195 milímetros de alto y 255 de ancho. Calcula las dimensiones de la fotografía original.

La razón de semejanza es:  $k = \frac{100}{150} = \frac{10}{15}$

Por tanto, las dimensiones originales son  $a = 195 \cdot \frac{10}{15} = 130$  mm;  $b = 255 \cdot \frac{10}{15} = 170$  mm.

- 12.53 Las cigüeñas han anidado en lo alto del campanario. ¿A qué altura está el nido?



Usando el teorema de Tales:

$$\frac{2}{1,4} = \frac{x}{1,2} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 1,2}{1,4} = 1,71 \text{ m}$$

- 12.54 ¿Es posible que al reducir con una fotocopiadora un triángulo cuyos lados miden 9, 18 y 12 centímetros resulte un triángulo de lados 4, 8 y 6 centímetros?

Si fuera posible, el triángulo obtenido habría de ser semejante al primero, es decir, sus lados serían proporcionales a los del triángulo inicial. Como  $\frac{9}{4} \neq \frac{12}{6} \neq \frac{18}{8}$ , el triángulo obtenido no es semejante al primero. Por tanto, no es posible.

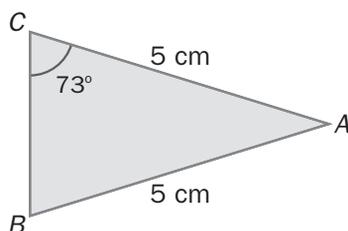
- 12.55 La maqueta a escala 1 : 100 de una nave antigua tiene 30 centímetros de eslora y 12 de manga. Calcula las dimensiones reales.

Como 1 cm en la maqueta representa 100 cm en la realidad, 30 cm han de representar  $30 \cdot 100 = 3000$  cm = 30 m.

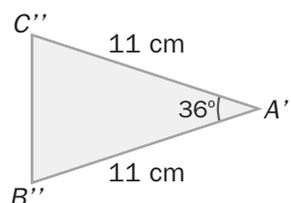
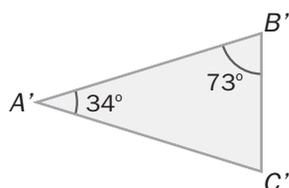
Análogamente, 12 cm han de representar  $12 \cdot 100 = 1200$  cm = 12 m.

Las dimensiones reales son 30 m de eslora y 12 m de manga.

12.56 En la clase de Julia quieren hacer un mural con triángulos semejantes al siguiente.



Julia ha hecho estos. ¿Son semejantes al modelo?

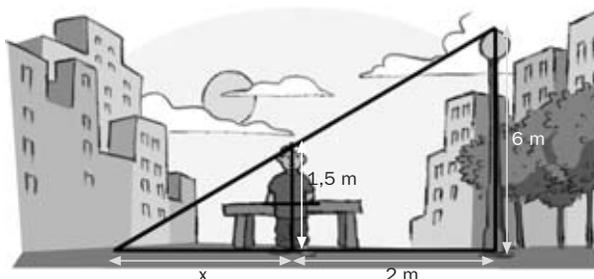


El triángulo del modelo es isósceles. Por tanto,  $\widehat{B} = \widehat{C} = 73^\circ$  y  $\widehat{A} = 180^\circ - 73^\circ - 73^\circ = 34^\circ$ .

En el triángulo  $A'B'C'$ ,  $\widehat{C}' = 180^\circ - 73^\circ - 34^\circ = 73^\circ$  y se tiene que  $\widehat{A} = \widehat{A}'$ ,  $\widehat{B} = \widehat{B}'$ ,  $\widehat{C} = \widehat{C}'$ . Como ambos triángulos comparten la medida de sus tres ángulos, son semejantes.

El triángulo  $A''B''C''$  es isósceles, por lo que  $\widehat{C}'' = \widehat{B}'' = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$ . Las medidas de sus ángulos no son las mismas que las del triángulo inicial, por lo que no son semejantes.

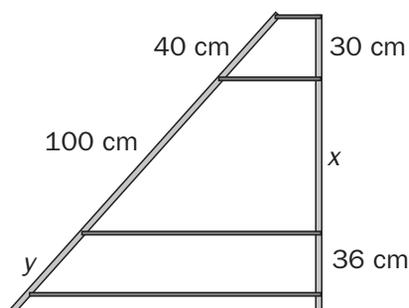
12.57 La estatura del niño de la ilustración es de 1,5 metros, y la altura de la farola es de 6 metros. Calcula el valor de  $x$ .



Usando el teorema de Tales:

$$\frac{6}{1,5} = \frac{2 + x}{x} \Rightarrow 6x = 1,5(2 + x) \Rightarrow 6x - 1,5x = 3 \Rightarrow 4,5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4,5} = 0,67 \text{ m}$$

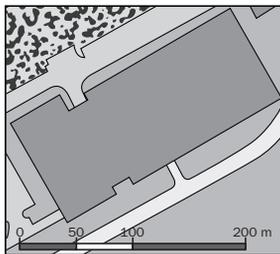
12.58 Los peldaños de esta escalera son paralelos y se ha roto uno de ellos. ¿Cuánto miden los tramos  $x$  e  $y$ ?



Usando el teorema de Tales:  $\frac{30}{40} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 30}{40} = 75 \text{ cm}$ ;  $\frac{30}{40} = \frac{36}{y} \Rightarrow y = \frac{40 \cdot 36}{30} = 48 \text{ cm}$ .

12.59 Andrea va a visitar una exposición que se encuentra en una zona de este recinto. Quiere conocer sus dimensiones antes de ir y para ello tiene un plano como el de la figura.

¿Cuáles son las dimensiones reales?



Las dimensiones en el plano son:  $a = 32$  mm,  $b = 1$  mm,  $c = 4$  mm,  $d = 11$  mm,  $e = 22$  mm,  $f = 11$  mm,  $g = 3$  mm,  $h = 4$  mm,  $i = 1$  mm,  $j = 32$  mm,  $k = 20$  mm. En el plano, 11 mm equivalen a 50 m = 50 000 mm.

Las dimensiones reales de  $d$  y  $f$  son 50 m.

Las dimensiones de  $a$  y  $j$  son:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{32}{x} \Rightarrow x = \frac{32 \cdot 50\,000}{11} = 145\,454,55$  mm = 145,45 m

Las dimensiones de  $b$  e  $i$  son:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{50\,000}{11} = 4545,45$  mm = 4,55 m

Las dimensiones de  $c$  y  $h$  son:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 4}{11} = 18\,181,82$  mm = 18,18 m

La dimensión de  $e$  es:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 2}{11} = 9090,91$  mm = 9,09 m

La dimensión de  $g$  es:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 3}{11} = 13\,636,36$  mm = 13,64 m

La dimensión de  $k$  es:  $\frac{11}{50\,000} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{50\,000 \cdot 20}{11} = 90\,909,09$  mm = 90,91 m

12.60 Iván está ayudando a su abuelo a sembrar verduras.

Ya han puesto unas plantas de tomates en un rectángulo de 1 metro de largo y 0,5 metros de ancho. Ahora quieren poner unas lechugas en otro rectángulo que ocupe una superficie cuatro veces mayor que la anterior.

¿Cuáles deben ser las dimensiones del nuevo rectángulo?

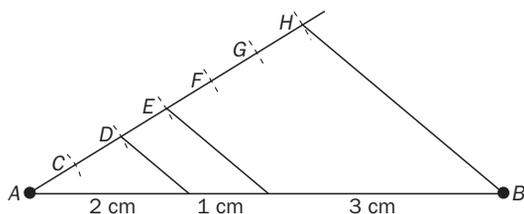
La razón entre las áreas de los rectángulos es 4. Por tanto, la razón entre los lados de los rectángulos ha de ser  $k = \sqrt{4} = 2$ .

Las dimensiones del nuevo rectángulo son:  $\frac{a}{1} = 2 \Rightarrow a = 2$  m;  $\frac{b}{0,5} = 2 \Rightarrow b = 1$  m

12.61 Para sujetar unas plantas, Mario quiere cortar un listón de 1,20 metros en 3 trozos de manera que el segundo sea la mitad del primero, y el tercero, el triple del segundo.

Ha decidido hacer un dibujo a escala 1 : 20 para realizar las divisiones del segmento y, a partir de ellas, calcular las medidas reales.

Calcula la longitud de cada uno de los trozos en que Mario ha de dividir el listón.



1,20 m = 120 cm. La longitud del listón en el plano es:  $\frac{1}{20} = \frac{x}{120} \Rightarrow x = \frac{120}{20} = 6$  cm

Se dibuja un segmento  $AB$  de 6 cm de longitud. Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera se señalan sobre la semirrecta 6 puntos  $C, D, E, F, G, H$ . Se une el último punto con el otro extremo del segmento ( $H$  con  $B$ ). Se trazan las paralelas a  $HB$  por  $D$  y  $E$ . El segmento queda así dividido en tres partes de 2, 1 y 3 cm, respectivamente.

Como 1 cm en el plano representan 20 cm reales, 2 cm representarán  $20 \cdot 2 = 40$  cm, y 3 cm,  $20 \cdot 3 = 60$  cm. El listón quedará dividido en tres trozos de 40, 20 y 60 cm.

### Figuras semejantes

- 12.62 Calcula la ampliación que se ha aplicado a un rectángulo de 24 milímetros de largo y 16 de ancho para obtener otro de 42 milímetros de largo y 28 de ancho.

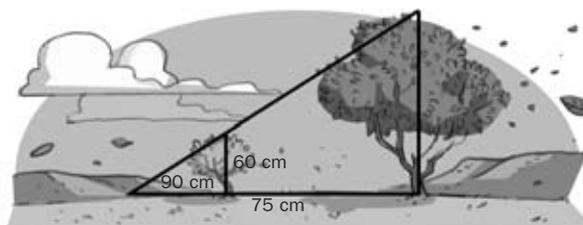
La razón de semejanza es  $k = \frac{42}{24} = \frac{28}{16} = 1,75$ . La ampliación aplicada es del 75%.

- 12.63 Halla la medida de los lados de un triángulo semejante al de lados 15, 18 y 12 centímetros con razón de semejanza igual a  $\frac{2}{3}$ .

Las medidas de los lados del nuevo triángulo han de ser:  $a = 15 \cdot \frac{2}{3} = 10$  cm,  $b = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12$  cm y  $c = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8$  cm

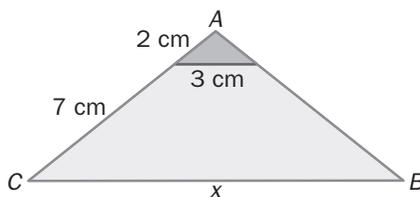
### Teorema de Tales

- 12.64 Calcula la diferencia de altura entre los dos árboles de la figura siguiente.



Usando del teorema de Tales,  $\frac{h}{75 + 90} = \frac{60}{90} \Rightarrow h = \frac{165 \cdot 60}{90} = 110$  cm. La diferencia de alturas es  $110 - 60 = 50$  cm.

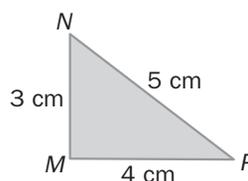
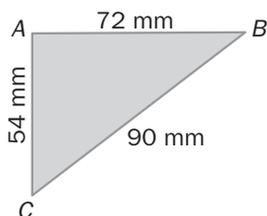
- 12.65 Calcula el lado BC en el siguiente triángulo.



Usando el teorema de Tales:  $\frac{x}{7 + 2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 9}{2} = 13,5$  cm

### Criterios de semejanza de triángulos

- 12.66 Estudia si son semejantes los siguientes triángulos.



Expresando en las mismas unidades las medidas de los lados de ambos triángulos se tiene:

$$AB = 72 \text{ mm} = 7,2 \text{ cm}, AC = 54 \text{ mm} = 5,4 \text{ cm}, BC = 90 \text{ mm} = 9 \text{ cm}$$

Sí son semejantes. En efecto:

$$AB = 7,2 \text{ cm}, AC = 5,4 \text{ cm}, BC = 9,0 \text{ cm}$$

$$\frac{AB}{MP} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{NP} = 0,18$$

**12.67** En un triángulo isósceles, el ángulo desigual mide  $52^\circ$ , y en otro triángulo isósceles, los ángulos iguales miden  $64^\circ$  cada uno. ¿Son semejantes?

La suma de los ángulos de un triángulo es de  $180^\circ$ .

En el primer triángulo, la suma de los ángulos iguales será:  $180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$

Por tanto, cada uno de los ángulos iguales mide:  $\frac{128^\circ}{2} = 64^\circ$

En el segundo triángulo, el ángulo desigual mide:  $180^\circ - 64^\circ - 64^\circ = 52^\circ$

Ambos triángulos comparten la medida de sus tres ángulos, por lo que sí son semejantes.

## La razón de semejanza y la razón de las áreas

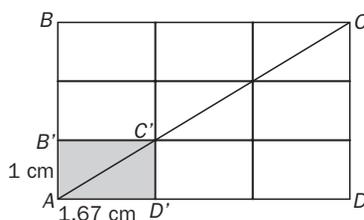
**12.68** Dibuja un rectángulo de  $3 \times 5$  centímetros. Construye otro semejante a él de razón  $\frac{1}{3}$  y estudia con el dibujo la razón de las áreas.

En primer lugar, se calculan las longitudes de los lados del nuevo rectángulo:

$$\frac{a}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{3} = 1 \text{ cm}; \quad \frac{b}{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \frac{5}{3} = 1,67 \text{ cm}$$

Para construirlo se procede del siguiente modo: se descompone el rectángulo inicial en dos triángulos  $ABC$  y  $ADC$ . A continuación, se construyen triángulos semejantes disminuyendo los lados  $AD$  y  $AB$  de modo que  $AD' = 1,67 \text{ cm}$  y  $AB' = 1 \text{ cm}$ . Por estos puntos se trazan paralelas a los lados  $DC$  y  $BC$ , respectivamente.

Dividiendo en 3 partes iguales cada uno de los lados del rectángulo inicial y trazando paralelas a los lados por los puntos obtenidos, se observa que el primer rectángulo contiene 9 veces al segundo, por lo que la razón entre las áreas es:  $k = \frac{1}{9}$



## Medidas y cálculos con escalas

**12.69** En un mapa, un segmento de 5 centímetros de longitud representa 1 kilómetro de la realidad.

a) Calcula la escala.

b) ¿Qué longitud tendría en el mapa una distancia de 800 metros?

a)  $1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$ . La escala es  $1 : x$

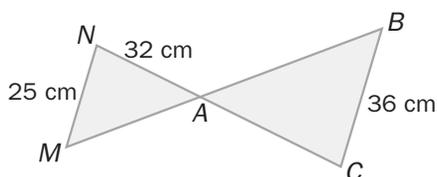
$$\frac{1}{x} = \frac{5}{100\,000} \Rightarrow x = \frac{100\,000}{5} = 20\,000 \text{ cm. La escala es } 1 : 20\,000.$$

b)  $800 \text{ m} = 80\,000 \text{ cm}$

$$\frac{1}{20\,000} = \frac{x}{80\,000} \Rightarrow x = \frac{80\,000}{20\,000} = 4 \text{ cm. En el mapa, una distancia de 800 metros tendrá una longitud de 4 cm.}$$

## AMPLIACIÓN

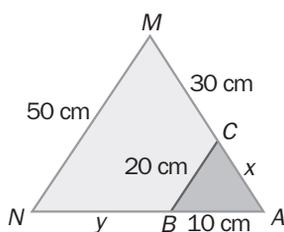
12.70 Halla el valor del lado AC en la siguiente figura.



$\triangle ABC$  y  $\triangle AMN$  son opuestos por el vértice, por lo que comparten el ángulo  $\widehat{A}$ .  $BC$  y  $MN$  son paralelas, por lo que  $\widehat{B} = \widehat{M}$  y  $\widehat{C} = \widehat{N}$ . Como ambos triángulos comparten la medida de sus tres ángulos, son semejantes.

Por tanto,  $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{25}{36} = \frac{32}{AC} \Rightarrow AC = \frac{32 \cdot 36}{25} = 46,08 \text{ cm}$

12.71 Calcula la medida de los segmentos  $x$  e  $y$  de la figura.



$\triangle AMN$  y  $\triangle ABC$  comparten el ángulo  $\widehat{A}$ . Además,  $MN$  es paralela a  $CB$ , por lo que  $\widehat{C} = \widehat{M}$  y  $\widehat{B} = \widehat{N}$ . Luego ambos triángulos son semejantes.

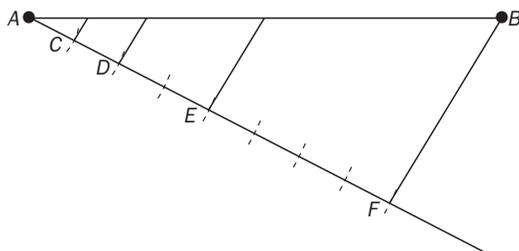
Por tanto:

$$\frac{MN}{CB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{50}{20} = \frac{30 + x}{x} \Rightarrow 50x = 20(30 + x) \Rightarrow 30x = 600 \Rightarrow x = \frac{600}{30} = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{MN}{CB} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow \frac{50}{20} = \frac{10 + y}{10} \Rightarrow 500 = 20(10 + y) \Rightarrow 20y = 300 \Rightarrow y = \frac{300}{20} = 15 \text{ cm}$$

12.72 Divide un segmento de 8 centímetros en 4 partes de modo que cada una de ellas sea la suma de las anteriores.

Se traza una semirrecta apoyada en uno de los extremos del segmento. Con un compás y una medida cualquiera, se pincha en  $A$  y se señala sobre la semirrecta el punto  $C$ . Con la misma apertura del compás, se pincha en  $C$  y se traza  $D$  sobre la semirrecta. A continuación, pinchando en  $D$  y con una apertura correspondiente a  $AD$ , se marca  $E$  sobre la semirrecta. De este modo,  $DE = AC + CD$ . Por último, pinchando en  $E$  y con una apertura correspondiente a  $AE$ , se traza  $F$ . De este modo,  $EF = AC + CD + DE$ . Se une el último punto con el otro extremo del segmento ( $F$  con  $B$ ) y se trazan las paralelas a  $FB$  por los puntos marcados en la semirrecta.

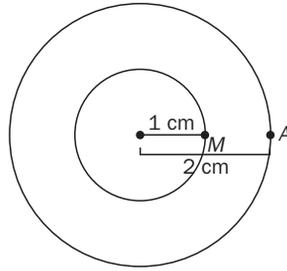


12.73 ¿Son semejantes dos triángulos rectángulos isósceles? Razona la respuesta.

La medida de los ángulos de un triángulo rectángulo isósceles son  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $45^\circ$ , ya que ha de tener dos ángulos iguales y la suma de todos sus ángulos ha de ser de  $180^\circ$ .

Como dos triángulos rectángulos isósceles siempre comparten la medida de sus tres ángulos, son semejantes.

- 12.74 Construye un círculo semejante al que tiene de área 12,56 centímetros cuadrados con razón de semejanza  $\frac{1}{2}$ .

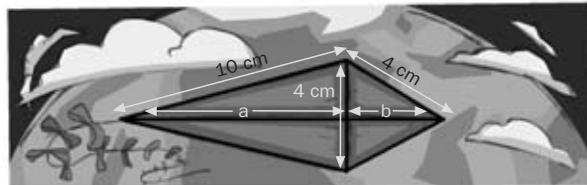


En primer lugar se calcula el radio del círculo dado:

$$A_c = \pi \cdot r^2 \Rightarrow 12,56 = 3,14 \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{12,56}{3,14}} = \sqrt{4} = 2 \text{ cm}$$

La medida del radio del nuevo círculo es:  $2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ cm}$

- 12.75 Construye una cometa de lados 1,5 veces mayores que los de la figura.



¿Es suficiente un metro cuadrado de papel para construirla?

Las dimensiones de la nueva cometa son:  $10 \cdot 1,5 = 15 \text{ cm}$  y  $4 \cdot 1,5 = 6 \text{ cm}$

Para calcular el área de la cometa de la figura es necesario calcular la diagonal mayor del rombo. Por el teorema de Pitágoras:

$$a^2 + 2^2 = 10^2 \quad a^2 = 100 - 4 = 96 \quad a = \sqrt{96} = 9,8$$

$$b^2 + 2^2 = 4^2 \quad b^2 = 16 - 4 = 12 \quad b = \sqrt{12} = 3,5$$

La diagonal mayor mide:  $a + b = 9,8 + 3,5 = 13,3 \text{ cm}$

Por tanto, el área de la cometa es:  $A = 13,3 \cdot 4 = 53,2 \text{ cm}^2$

Como la razón de semejanza entre las cometas es 1,5, la razón de semejanza entre las áreas es  $k = 1,5^2 = 2,25$ . Por tanto, el área de la nueva cometa es  $53,2 \cdot 2,25 = 119,7 \text{ cm}^2$ .

Es suficiente un metro cuadrado de papel para construir la cometa.

- 12.76 Calcula la escala de un mapa en el que una longitud de 975 kilómetros está representada por un segmento de 81,25 centímetros.

81,25 cm representan en la realidad 975 km = 97 500 000 cm.

Por tanto, 1 cm representa  $\frac{97\,500\,000}{81,25} = 1\,200\,000 \text{ cm}$ .

La escala es 1 : 1 200 000.

12.77 Juego de niños

Un juego está formado por seis cubos que pueden ser introducidos unos dentro de otros.

La longitud del lado de cada cubo se obtiene al multiplicar el lado del cubo inmediatamente mayor por el coeficiente 0,8.

Calcula la dimensión del lado del cubo más pequeño si el lado del cubo mayor mide 8 centímetros.



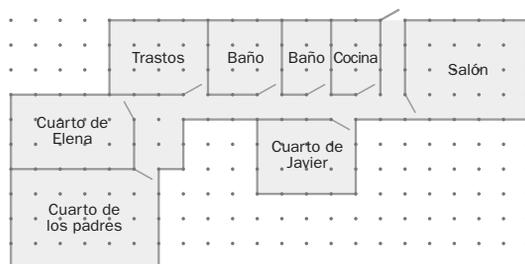
Para calcular la longitud del lado de cada cubo, se multiplica por 0,8 el lado del cubo inmediatamente anterior.

Cubo 1	8 cm
Cubo 2	$8 \cdot 0,8 = 6,4$ cm
Cubo 3	$6,4 \cdot 0,8 = 5,12$ cm
Cubo 4	$5,12 \cdot 0,8 = 4,1$ cm
Cubo 5	$4,1 \cdot 0,8 = 3,28$ cm
Cubo 6	$3,28 \cdot 0,8 = 2,62$ cm

La dimensión del lado del cubo más pequeño es  $8 \cdot 0,8^5 = 2,62$  cm.

12.78 Escalas

Observa el plano de la casa de Elena.



Elena ha medido su habitación y ha comprobado que tiene 12 metros cuadrados de superficie.

- Calcula los metros que representan en la realidad la distancia entre dos puntos consecutivos de la trama del plano.
- Halla las dimensiones reales y el área de la habitación de Javier.
- ¿Cuál es la superficie total de la casa?

- a) Dos puntos consecutivos en la trama del plano distan 3 mm. Las dimensiones de la habitación de Elena en el plano son  $10 \times 16$  mm. El área de la habitación de Elena en el plano es de  $16 \cdot 10 = 160$  mm<sup>2</sup>.

Transformando unidades,  $12 \text{ m}^2 = 12\,000\,000 \text{ mm}^2$ . La razón entre las áreas es  $\frac{12\,000\,000}{160} = 75\,000$ .

Por tanto, la razón entre los rectángulos es  $k = \sqrt{75\,000} = 273,86$ . Las dimensiones reales de la habitación son:

$$10 \cdot 273,86 = 2738,6 \text{ mm} = 2,74 \text{ m}$$

$$16 \cdot 273,86 = 4381,76 \text{ mm} = 4,38 \text{ m}$$

- b) Las dimensiones en el plano de la habitación de Javier son  $13 \times 10$  mm. Las dimensiones reales son:

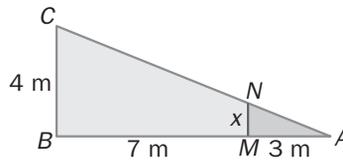
$$13 \cdot 273,86 = 3560,18 \text{ mm} = 3,56 \text{ m}$$

$$10 \cdot 273,86 = 2738,6 \text{ mm} = 2,74 \text{ m}$$

- c) Las dimensiones de la casa en el plano son  $70 \times 33$  mm. El área de la casa en el plano es de  $70 \cdot 33 = 2310$  mm<sup>2</sup>. Como la razón entre las áreas es 75 000, el área real es:  $2310 \text{ mm}^2 \cdot 75\,000 = 173\,250\,000 \text{ mm}^2 = 173,25 \text{ m}^2$

**AUTOEVALUACIÓN**

**12.A1** Calcula  $x$  en la siguiente figura.



Usando el teorema de Tales:  $\frac{x}{4} = \frac{3}{7+3} \Rightarrow 10x = 12 \text{ cm} \Rightarrow x = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ m}$

**12.A2** ¿Cuáles de los siguientes pares de triángulos son semejantes?

- |                                   |                               |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| a) $30^\circ, 80^\circ, x^\circ$  | $30^\circ, y^\circ, 60^\circ$ |
| b) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ | 15, 15 y 15 centímetros       |
| c) 4, 8 y 10 centímetros          | 12, 24 y 20 centímetros       |

a)  $x^\circ = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 70^\circ$ ;  $y^\circ = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ . No son semejantes porque no comparten la medida de sus ángulos.

b) Ambos triángulos son equiláteros, luego sí son semejantes.

c)  $\frac{4}{12} = \frac{8}{24} \neq \frac{10}{20}$ , luego no son semejantes.

**12.A3** Calcula las dimensiones de un rombo semejante al de lado 18 centímetros con razón de semejanza igual a las siguientes.

- |                  |      |      |                  |
|------------------|------|------|------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | b) 2 | c) 3 | d) $\frac{1}{6}$ |
|------------------|------|------|------------------|

a)  $\frac{x}{18} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 2}{5} = 7,2 \text{ cm}$

b)  $\frac{x}{18} = 2 \Rightarrow x = 18 \cdot 2 = 36 \text{ cm}$

c)  $\frac{x}{18} = 3 \Rightarrow x = 18 \cdot 3 = 54 \text{ cm}$

d)  $\frac{x}{18} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{18}{6} = 3 \text{ cm}$

**12.A4** Halla las dimensiones de la maqueta de un puente de 958 metros de longitud, 28 de alto y 3 de ancho a escala 1 : 200.

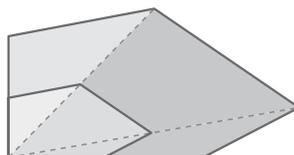
1 cm representa 200 cm en la realidad. Transformando las unidades: 958 m = 95 800 cm; 28 m = 2800 cm; 3 m = 300 cm. Las dimensiones de la maqueta serán:

Longitud:  $\frac{1}{200} = \frac{a}{95\,800} \Rightarrow a = \frac{95\,800}{200} = 479 \text{ cm}$

Alto:  $\frac{1}{200} = \frac{b}{2800} \Rightarrow b = \frac{2800}{200} = 14 \text{ cm}$

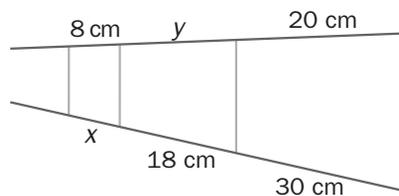
Ancho:  $\frac{1}{200} = \frac{c}{300} \Rightarrow c = \frac{300}{200} = 1,5 \text{ cm}$

**12.A5** ¿Cuál es la razón de semejanza de estos dos pentágonos? ¿Y la razón de las áreas?



Midiendo los lados de los pentágonos se comprueba que los lados del pentágono mayor miden el doble que los del pentágono menor. Por tanto, la razón entre los lados es 2. La razón entre las áreas ha de ser  $2^2 = 4$ .

12.A6 Calcula los segmentos  $x$  e  $y$ .



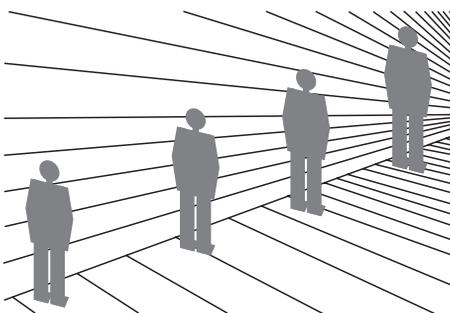
Usando el teorema de Tales:  $\frac{20}{30} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 8}{20} = 12 \text{ cm}$ ;  $\frac{20}{30} = \frac{y}{18} \Rightarrow y = \frac{18 \cdot 20}{30} = 12 \text{ cm}$

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

La ilusión del plano inclinado

¿Ves todas las figuras iguales? ¿Qué opinas?



Si se miden las figuras en el dibujo, se comprueba que todas ellas tienen una altura de 19 mm. Sin embargo, parecen más grandes a medida que se acercan al punto de fuga. La ilusión se debe a un juego engañoso con la perspectiva en el dibujo: a medida que la figura se acerca al punto de fuga, entendemos que está más lejana de nuestro ojo, por lo que debería reducirse proporcionalmente a la distancia al punto de observación. Como no se ha realizado la reducción, las figuras parecen más grandes.