

Ejercicios de divisibilidad

1. Calcular todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 250 y 310.
2. Calcular todos los múltiplos de 11 comprendidos entre 800 y 900.
3. Averigua si 745 es múltiplo de 8
4. Calcula los divisores de 40 ¿Cómo es el número?
5. Calcula los divisores de 71 ¿Cómo es el número?
6. Averigua si el número 8.195 es divisible por 2, 3, 5, 7 y 11 con los criterios de divisibilidad.
7. Descompón en factores primos estos números:
a) 72 b) 210 c) 343 d) 405 e) 221 f) 141
8. Calcula el m.c.m., y el M.C.D., de estos números:
a) 15, 24 y 36
b) 40, 70 y 100
c) 120, 144 y 160
d) 25, 27 y 32
e) 240, 315, 351
f) 172, 108 y 60

Soluciones a los ejercicios de divisibilidad

1. Calcular todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 250 y 310.

1º Averiguamos si 250 es múltiplo de 7. Hacemos la división:

$$\begin{array}{r} 250 \quad \underline{1 \quad 7} \\ 40 \quad 35 \\ 5 \end{array} \quad \text{Como no es exacta 250 no es múltiplo de 7}$$

2º Hay hasta tres formas de saber cuál es el primer número:

- Primera forma: Sumamos 1 al cociente (35) y lo multiplicamos por 7:

$$36 \times 7 = \mathbf{252}$$

- Segunda forma: A 250 le restamos el resto (5) y le sumamos 7:

$$(250 - 5) + 7 = 245 + 7 = \mathbf{252}$$

- Tercera forma: Al divisor (7) le restamos el resto (5) y el resultado lo sumamos con 250:

$$(7 - 5) + 250 = 2 + 250 = \mathbf{252}$$

La solución es: múltiplos de 7 = { ... 252, 259, 266, 273, 280, 287, 294, 301, 308, ... }

2. Calcular todos los múltiplos de 11 comprendidos entre 800 y 900.

1º Averiguamos si 800 es múltiplo de 11. Hacemos la división:

$$\begin{array}{r} 800 \quad \underline{1 \quad 11} \\ 30 \quad 72 \\ 8 \end{array} \quad \text{Como no es exacta 800 no es múltiplo de 11}$$

2º Hay hasta tres formas de saber cuál es el primer número:

- Primera forma: Sumamos 1 al cociente (72) y lo multiplicamos por 11:

$$73 \times 11 = \mathbf{803}$$

- Segunda forma: A 800 le restamos el resto (8) y le sumamos 11:

$$(800 - 8) + 11 = 792 + 11 = \mathbf{803}$$

- Tercera forma: Al divisor (11) le restamos el resto (8) y el resultado lo sumamos con 800:

$$(11 - 8) + 800 = 3 + 800 = \mathbf{803}$$

La solución es: múltiplos de 11 = { ... 803, 814, 825, 836, 847, 858, 869, 880, 891 ... }

3. Averigua si 745 es múltiplo de 8

$$\begin{array}{r} 745 \quad \underline{1 \quad 8} \\ 25 \quad 93 \\ 1 \end{array} \quad \text{Solución: Como no es exacta 745 no es múltiplo de 8}$$

4. **Calcula los divisores de 40 ¿Cómo es el número?**

Div(40) = { 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 } Es un número compuesto.

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{1}} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{2}} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{3}} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{4}} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{5}} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 1 \underline{6}} \\ 04 \end{array}$$
 No seguimos dividiendo porque el cociente es menor o igual que el divisor.

5. **Calcula los divisores de 71 ¿Cómo es el número?**

Div(71) = { 1, 71 } Es un número primo

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{1}} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{2}} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{3}} \\ 02 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{4}} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{5}} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{6}} \\ 05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{7}} \\ 01 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 1 \underline{8}} \\ 7 \end{array}$$

6. **Averigua si el número 8.195 es divisible por 2, 3, 5, 7 y 11 con los criterios de divisibilidad.**

8.195: **NO es divisible por 2**, porque no acaba en cifra par (5 es impar)

8.195: **NO es divisible por 3**, porque $8 + 1 + 9 + 5 = 23$ = no es múltiplo de 3

8.195: **SI es divisible por 5**, porque acaba en 5

8.195: **NO es divisible por 7**, porque la división no es exacta

$$\begin{array}{r} 8.195 \overline{) 1 \underline{7}} \\ 11 \quad 1170 \\ 49 \\ 05 \end{array}$$

8.195: **SI es divisible por 11**, porque:

$$\begin{array}{c} 8 + 9 = 17 \\ | \quad | \\ 8 \quad 1 \quad 9 \quad 5 \\ | \quad | \\ 1 + 5 = 6 \end{array}$$

$$17 - 6 = 11 = \text{múltiplo de 11}$$

7. **Descompón en factores primos estos números:**

a) $72 \overline{) 2}$
 $36 \overline{) 2}$
 $18 \overline{) 2}$
 $9 \overline{) 3}$
 $3 \overline{) 3}$
 1
 b) $210 \overline{) 2}$
 $105 \overline{) 3}$
 $35 \overline{) 5}$
 $7 \overline{) 7}$
 1
 c) $343 \overline{) 7}$
 $49 \overline{) 7}$
 $7 \overline{) 7}$
 1
 d) $405 \overline{) 3}$
 $135 \overline{) 3}$
 $45 \overline{) 3}$
 $15 \overline{) 3}$
 $5 \overline{) 5}$
 1
 e) $221 \overline{) 13}$
 $17 \overline{) 17}$
 1
 f) $141 \overline{) 141}$
 1

$72 = 2^3 \times 3^2$ $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ $343 = 7^3$ $405 = 3^4 \times 5$ $221 = 13 \times 17$ $141 = 3 \times 47$

8. Calcula el m.c.m., y el M.C.D., de estos numeros:

a) 15, 24 y 36

$\begin{array}{r l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$15 = 3 \times 5$
			$24 = 2^3 \times 3$
			$36 = 2^2 \times 3^2$

$$\text{m.c.m. (15, 24, 36)} = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

$$\text{M.C.D. (15, 24, 36)} = 3$$

b) 40, 70 y 100

$\begin{array}{r l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$40 = 2^3 \times 5$
			$70 = 2 \times 5 \times 7$
			$100 = 2^2 \times 5^2$

$$\text{m.c.m. (40, 70, 100)} = 2^3 \times 5^2 \times 7 = 8 \times 25 \times 7 = 1.400$$

$$\text{M.C.D. (40, 70, 100)} = 2 \times 5 = 10$$

c) 120, 144 y 160

$\begin{array}{r l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$	$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
			$144 = 2^4 \times 3^2$
			$160 = 2^5 \times 5$

$$\text{m.c.m. (120, 144, 160)} = 2^5 \times 3^2 \times 5 = 32 \times 9 \times 5 = 1.440$$

$$\text{M.C.D. (120, 144, 160)} = 2^3 = 8$$

d) 25, 27 y 32

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$25 = 5^2$$

$$27 = 3^3$$

$$32 = 2^5$$

$$\text{m.c.m. (25, 27, 32)} = 2^5 \times 3^3 \times 5^2 = 32 \times 27 \times 25 = 21.600$$

M.C.D. (25, 27, 32) = 1 No hay ningún factor repetido, el M.C.D., es 1 porque el 1 es divisor de todos los números.

Cuando varios números no tienen ningún divisor común se llaman **primos entre sí**. (25,27 y32)

El m.c.m se calcula multiplicando los números. (25 x 27 x 32 = 21.600)

El M.C.D., es siempre 1

e) 240, 315, 351

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 315 & 3 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 351 & 3 \\ 117 & 3 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$351 = 3^3 \times 13$$

$$\text{m.c.m. (240, 315, 351)} = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 13 = 16 \times 27 \times 5 \times 7 \times 13 = 196.560$$

$$\text{M.C.D. (240, 315, 351)} = 3$$

f) 172, 108 y 60

$$\begin{array}{r|l} 172 & 2 \\ 86 & 2 \\ 43 & 43 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$172 = 2^2 \times 43$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{m.c.m. (172, 108, 60)} = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 43 = 4 \times 27 \times 5 \times 43 = 23.220$$

$$\text{M.C.D. (172, 108, 60)} = 2^2 = 4$$