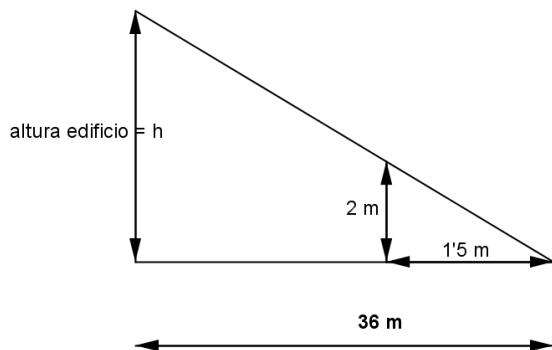


Semejanza, cuerpos geométricos y álgebra.

Alumno.....

1. (1 punto) (a) Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 36 metros en el momento en que una estaca de 2 metros proyecta una sombra de 1,5 metros.

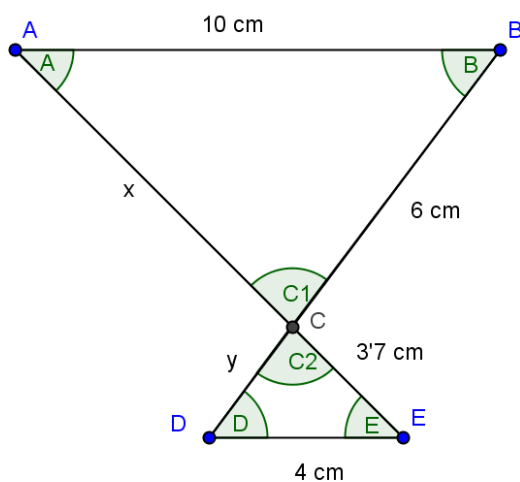


$$\frac{2}{1,5} = \frac{h}{36} \Rightarrow h = \frac{72}{1,5} = 48 \text{ m}$$

(b) La distancia que separa dos puntos en la realidad es de 48 km. En un plano están separados por 16 cm. ¿Cuál es la escala del plano?

$$\frac{16 \text{ cm plano}}{4800000 \text{ cm realidad}} = \frac{1}{300000} \Rightarrow \text{escala: } 1:300000$$

2. (1 punto) Demuestra por qué los triángulos ABC y CED son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos.



Los triángulos ABC y CED son semejantes porque:

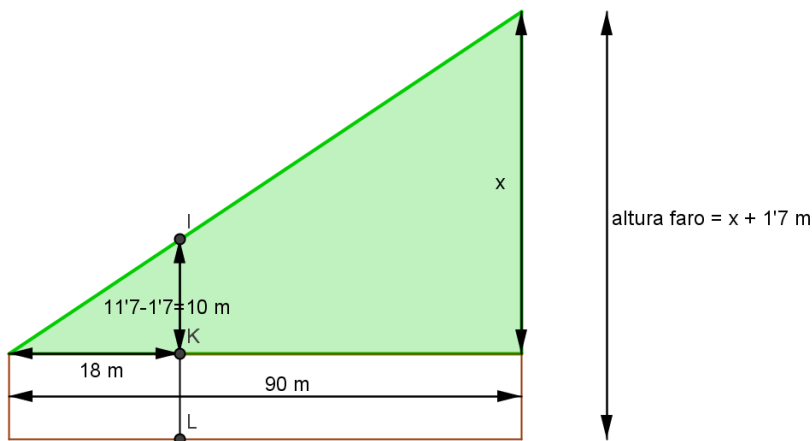
El ángulo A es igual al E al ser alternos internos, el ángulo B es igual al D al ser alternos internos y los ángulos C1 y C2 son opuestos por el vértice.

$$\frac{x}{3,7} = \frac{10}{4} = \frac{6}{y} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37}{4} = 9,25 \text{ cm} \\ y = \frac{24}{10} = 2,4 \text{ cm} \end{cases}$$

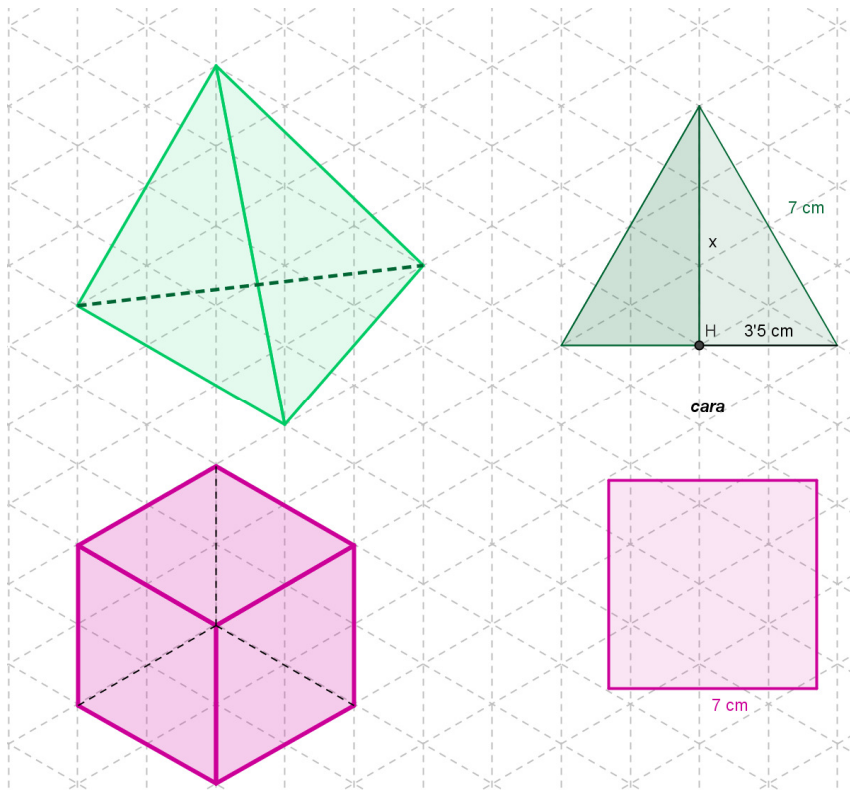
3. (1,5 puntos) Observa las medidas del gráfico y calcula la altura del faro:

$$\frac{10}{18} = \frac{x}{90} \Rightarrow x = 50 \text{ m}$$

Altura del faro = $50 + 1'7 = 51'7 \text{ m}$.



4. (1 punto) Calcula el área total de un tetraedro y de un cubo si la arista de ambos mide 7 cm. Explica los pasos dados.



Tetraedro:

$$x = \sqrt{7^2 - 3'5^2} = 6'1 \text{ cm}$$

$$\text{Área de una cara} = \frac{7 \cdot 6'1}{2} = 21'35 \text{ cm}^2$$

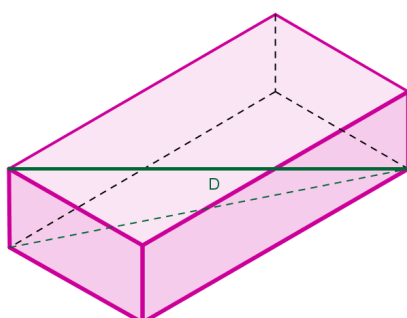
$$\text{Área tetraedro} = 4 \cdot 21'35 = 85'4 \text{ cm}^2$$

Cubo:

$$\text{Área de una cara} = 7^2 = 49 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del cubo} = 6 \cdot 49 = 294 \text{ cm}^2$$

5. (1'25 puntos) Juan quiere guardar su caña de pescar que mide 1'80 m. de largo en un cajón en forma de ortoedro (paralelepípedo) de dimensiones 1 x 1'5 x 0'5 m. ¿Crees que podrá hacerlo? Razona la respuesta.

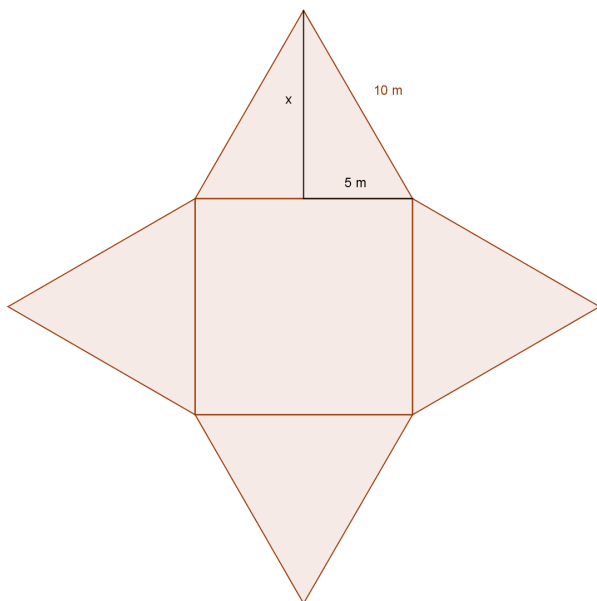


Tenemos que determinar la longitud de la diagonal del cajón D.

$$D = \sqrt{1^2 + 1'5^2 + 0'5^2} = 1'87 \text{ m}$$

Como D es mayor que la longitud de la caña, se puede guardar en el cajón.

- 6. (1 punto)** Calcula el área total de una pirámide cuadrangular regular si su base cuadrada mide 10 m. de lado y sus caras son triángulos equiláteros.



Calculamos la altura de un triángulo que es la apotema de la pirámide:

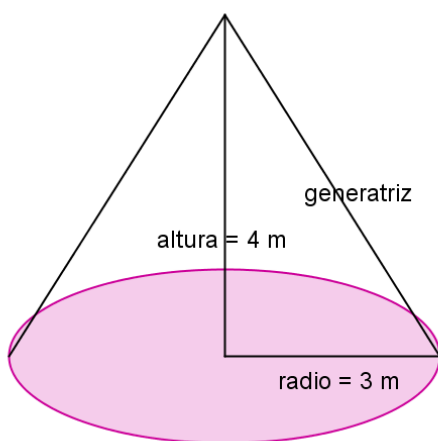
$$x = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8'7m$$

Determinamos el área lateral:

$$\text{Área lateral} = \frac{\text{Per. base} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{40 \cdot 8'7}{2} = 174 m^2$$

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= \text{Área base} + \text{Área lateral} = \\ &= 10^2 + 174 = 274 m^2 \end{aligned}$$

- 7. (1'25 puntos)** Calcula el área total de un cono de 6 m. de diámetro y 4 m. de altura.



Calculamos la generatriz del cono:

$$g = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 m$$

$$\text{Área lateral} = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 47'12 m^2$$

$$\text{Área total} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 9 + 47'12 = 75'39 m^2$$

- 8. (1 punto)** Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 1 - \frac{2x-2}{5} &= \frac{x}{3} + \frac{x-1}{5} \Rightarrow 15 - 3(2x-2) = 5x + 3(x-1) \Rightarrow 15 - 6x + 6 = 5x + 3x - 3 \\ 21 + 3 &= 8x + 6x \Rightarrow 24 = 14x \Rightarrow x = \frac{24}{14} = \frac{12}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{4(9x-5)}{3} - \frac{2x}{9} &= \frac{5(x-3)}{3} \Rightarrow 12(9x-5) - 2x = 15(x-3) \Rightarrow \\ 108x - 60 - 2x &= 15x - 45 \Rightarrow 106x - 15x = 60 - 45 \Rightarrow 91x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{91} \end{aligned}$$

9. (1 punto) Tres hermanos se reparten 1300 €. El mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruplo que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

Hermanos	Cantidad recibida
Pequeño	x
Mediano	$4x$
Mayor	$8x$

$$x + 4x + 8x = 1300 \Rightarrow 13x = 1300 \Rightarrow x = 100 \text{ €}$$

El pequeño recibe 100 €, el mediano 400 € y el mayor 800 €.