

Expresiones algebraicas

Recordamos los productos notables:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Ejercicio 1.

Efectúa las operaciones:

$$a + 3a - 11a + 6 + 4a - 4 = 2 - 3a$$

$$\begin{aligned} & (3x^4 + x^3 - 2x^2 + 5) + (6 - 3x + 5x^2 - x^4) - (4x^3 - 3x^2 - 3x + 8) = \\ & = 3x^4 + x^3 - 2x^2 + 5 + 6 - 3x + 5x^2 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 8 = 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 3 \end{aligned}$$

$$(2x+1)^2 - (x-3)^2 = 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 - 6x + 9) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 6x - 9 = 3x^2 + 10x - 8$$

Ejercicio 2.

Realiza las operaciones:

$$3x(2x^4 - x^3 + 4x - 7) = 6x^5 - 3x^4 + 12x^2 - 21x$$

$$(3x+5) \cdot (3x-5) = 9x^2 - 25$$

$$(x^2 - 2x + 3) \cdot (x^3 + 2x^2 - 1) = x^5 + 2x^4 - x^2 - 2x^4 - 4x^3 + 2x + 3x^3 + 6x^2 - 3 = x^5 - x^3 + 5x^2 + 2x - 3$$

Ejercicio 3.

Efectúa y simplifica:

$$\left(\frac{-2}{3}ab^3c\right) \cdot (-3a^2c) = 2a^3b^3c^2$$

$$\frac{12x^3y^2z^2}{4xyz^2} = 3x^2y$$

$$\frac{6a^2b}{x^3y^2} \cdot \frac{2x^4y}{3ab^2} = \frac{12a^2bx^4y}{3x^3y^2ab^2} = \frac{4ax}{by}$$

Ejercicio 4.

Efectúa y simplifica:

$$3x^2(x+2)^2 - 2x(x^3 - 2x^2 - 2x + 1) = 3x^2(x^2 + 4x + 4) - 2x(x^3 - 2x^2 - 2x + 1) = \\ = 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x = x^4 + 16x^3 + 16x^2 - 2x$$

$$(x^2 - 3x + 2) \cdot (x^2 + 2) - [x^3 - x + 3(x-2)] = (x^4 + 2x^2 - 3x^3 - 6x + 2x^2 + 4) - [x^3 - x + 3x - 6] = \\ = (x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4) - (x^3 + 2x - 6) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 6x + 4 - x^3 - 2x + 6 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 8x + 10$$

$$(2x+3)(x+1)^2 - (x-3)^2 + (1-2x)(1+2x) = (2x+3)(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 6x + 9) + (1-4x^2) = \\ = 2x^3 + 4x^2 + 2x + 3x^2 + 6x + 3 - x^2 + 6x - 9 + 1 - 4x^2 = 2x^3 + 2x^2 + 14x - 5$$

Ejercicio 5.

Factoriza las siguientes expresiones, extrayendo factor común y/o reconociendo algún producto notable:

$$2x^2 - 6x = 2x(x-3)$$

$$3x^3y^2 - 6x^2y^3 + 3xy^4 = 3xy^2(x^2 - 2xy + y^2) = 3xy^2(x-y)^2$$

$$ab^3 - 4a^3b = ab(b^2 - 4a^2) = ab(b+2a)(b-2a)$$

Ejercicio 6.

Simplifica, descomponiendo en factores previamente:

$$\frac{4x^2y - 4xy}{2x^3 - 2x} = \frac{4xy(x-1)}{2x(x^2 - 1)} = \frac{4xy \cancel{(x-1)}}{2x \cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{2y}{x+1}$$

$$\frac{4x^3 + 4x^2 + x}{4x^2 + 2x} = \frac{x(4x^2 + 4x + 1)}{2x(2x+1)} = \frac{x(2x+1)^2}{2x(2x+1)} = \frac{x(2x+1) \cancel{(2x+1)}}{2x \cancel{(2x+1)}} = \frac{2x+1}{2}$$

$$\frac{ab^3 - a^2b^2}{2b^2 - 2ab} = \frac{ab^2(b-a)}{2b(b-a)} = \frac{ab^2 \cancel{(b-a)}}{2 \cancel{b} \cancel{(b-a)}} = \frac{ab}{2}$$