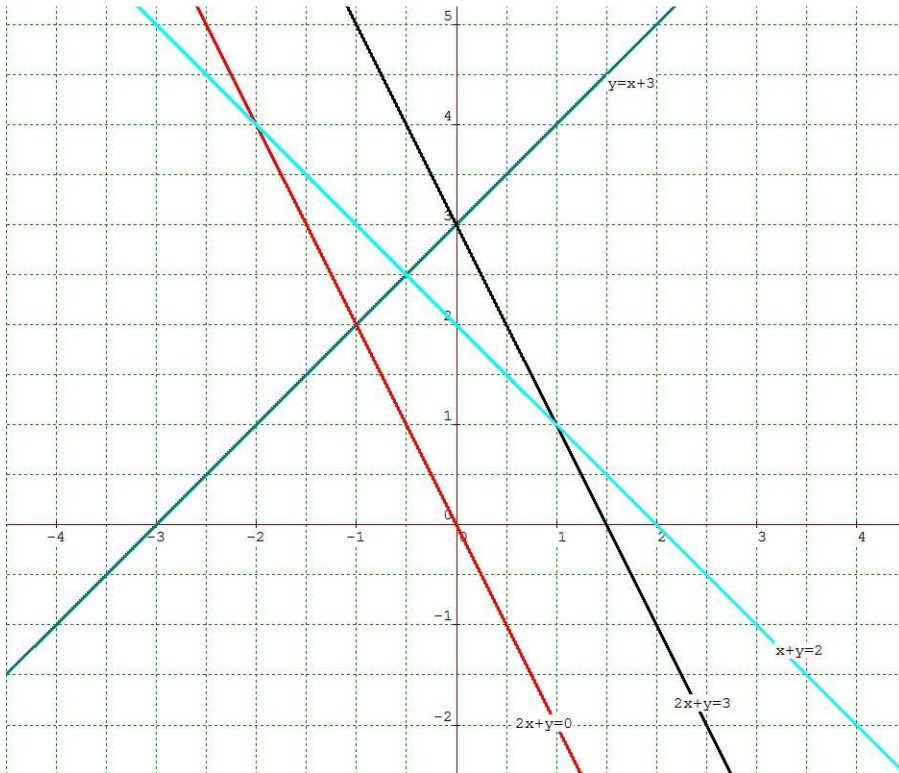


Ejercicio 1.

Dadas las gráficas siguientes, responde a las cuestiones planteadas.



- ¿Cuál es la solución del sistema $\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$?

Las parejas de valores que son solución de cada ecuación lineal determinan una recta. La solución del sistema es el punto de corte de ambas rectas, $(0, 3) \Rightarrow$ la solución es $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

- Escribe un sistema de ecuaciones cuya solución sea $x = -1$, $y = 2$.

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ es solución del sistema $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ y = x + 3 \end{cases}$, puesto que ambas rectas se cortan en el punto $(-1, 2)$

- Escribe un sistema de ecuaciones que no tenga solución.

Un sistema formado por dos rectas paralelas no tiene solución $\Rightarrow$ será el sistema $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

- ¿Cuál es la solución del sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$?

El punto de corte es $(-2, 4) \Rightarrow$ la solución es $\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$

Ejercicio 2.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} = \begin{cases} \frac{5+7}{4} = 3 \\ \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $\begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$

b) $(x-2)(x+3) - 2(1-x) = -12$

Efectuamos las operaciones:

$$x^2 + 3x - 2x - 6 - 2 + 2x = -12 \Rightarrow x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{-7}}{2} \Rightarrow \text{la ecuación no tiene solución real.}$$

Ejercicio 3.

Resuelve, por el método que prefieras, el sistema: $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$

Vamos a resolverlo por dos métodos:

Reducción

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{multiplicamos la 2ª ecuación por } (-2)} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -2x + 4y = -18 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumamos ambas igualdades y obtenemos}} 7y = -14 \Rightarrow y = -2$$

sustituimos en cualquier ecuación $\Rightarrow x - 2(-2) = 9 \Rightarrow x + 4 = 9 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{solución } \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$

Sustitución

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{despejamos } x \text{ en la 2ª ecuación}} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x = 9 + 2y \end{cases} \xrightarrow{\text{sustituimos en la 1ª ecuación}} 2(9 + 2y) + 3y = 4 \Rightarrow$$

$$18 + 4y + 3y = 4 \Rightarrow 7y = -14 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 9 + 2(-2) \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{solución } \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.

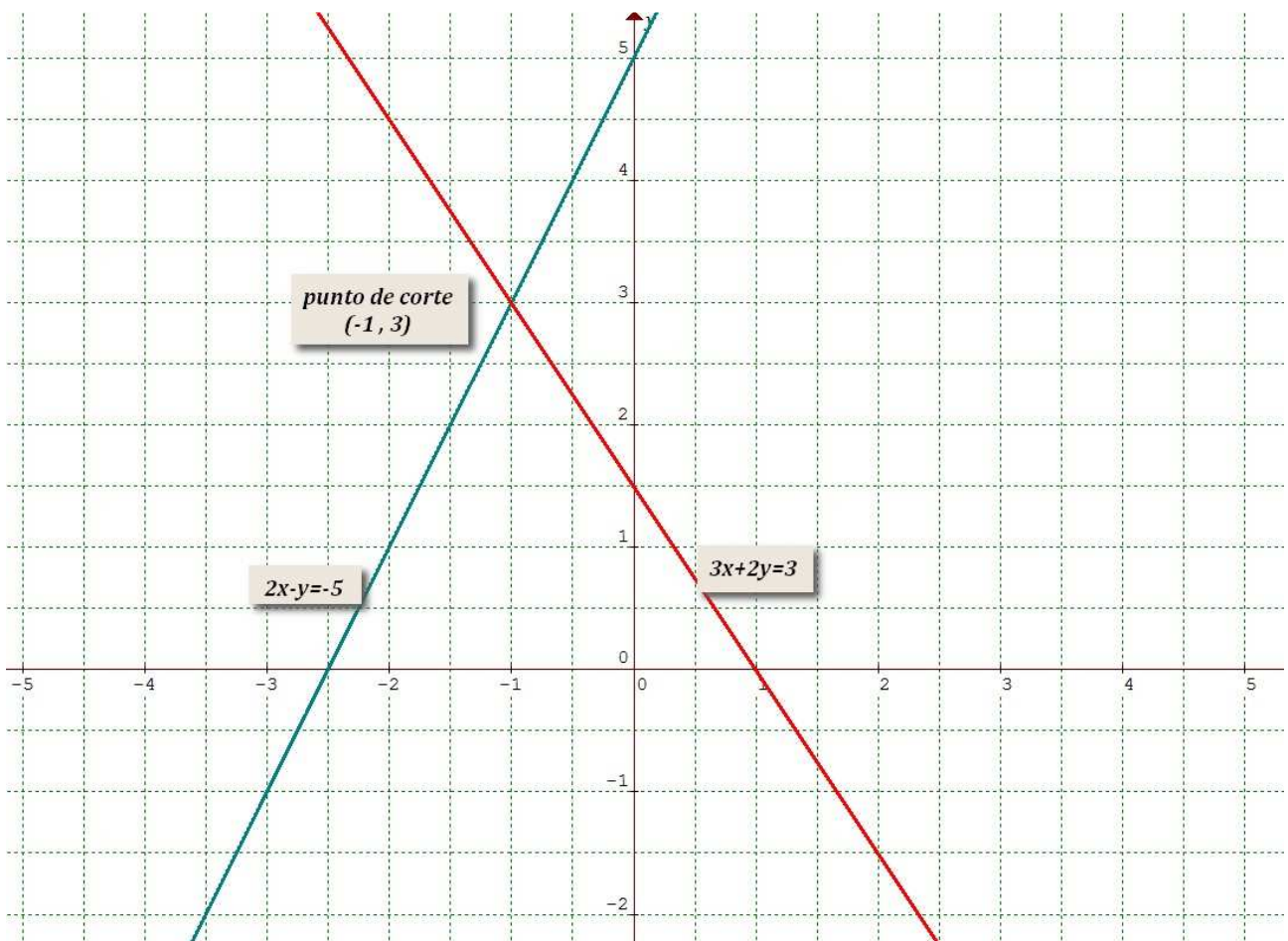
Resuelve gráficamente el sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$.

Despejamos la variable "y" en ambas ecuaciones y damos algunos valores a x.

$$3x + 2y = 3 \Rightarrow 2y = 3 - 3x \Rightarrow y = \frac{3 - 3x}{2} \Rightarrow \begin{array}{ccc} x & y & \text{punto} \\ x=1 & y=0 & \rightarrow (1,0) \\ x=-1 & y=3 & \rightarrow (-1,3) \\ x=3 & y=-3 & \rightarrow (3,-3) \end{array}$$

$$2x - y = -5 \Rightarrow 2x + 5 = y \Rightarrow y = 2x + 5 \Rightarrow \begin{array}{ccc} x & y & \text{punto} \\ x=0 & y=5 & \rightarrow (0,5) \\ x=-2 & y=1 & \rightarrow (-2,1) \\ x=-3 & y=-1 & \rightarrow (-3,-1) \end{array}$$

Con esos puntos representamos las rectas y buscamos el punto de corte.



La solución del sistema es $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

Ejercicio 5.

Calcula el valor de c , sabiendo que $x = -3$ es una solución de la ecuación $3x^2 + 10x + c = 0$. Encuentra entonces la otra solución.

Como $x = -3$ es una solución de la ecuación $\Rightarrow$ para ese valor se cumple la igualdad $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 3 \cdot (-3)^2 + 10 \cdot (-3) + c = 0 \Rightarrow 27 - 30 + c = 0 \Rightarrow c = 3$$

Ahora la ecuación es $3x^2 + 10x + 3 = 0$, la resolvemos para encontrar la otra solución.

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 10 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-10 \pm 8}{6} = \begin{cases} \frac{-10 + 8}{6} = -\frac{1}{3} \\ \frac{-10 - 8}{6} = -3 \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $\begin{cases} x = -3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

Ejercicio 6.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

$$\begin{cases} 3(x - 2) - 2(y + 1) = 6 - 4y \\ 5(x + 1) - 3y = 60 \end{cases}$$

Efectuamos las operaciones para dejar el sistema en la forma general,

$$\begin{cases} 3x - 6 - 2y - 2 = 6 - 4y \\ 5x + 5 - 3y = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 5x - 3y = 55 \end{cases} \text{ aplicamos, por ejemplo, el método de reducción y}$$

multiplicamos la 1ª ecuación por 3 y la 2ª ecuación por 2 $\Rightarrow$ $\begin{cases} 9x + 6y = 42 \\ 10x - 6y = 110 \end{cases} \Rightarrow$ *sumando ambas igualdades*

obtenemos la ecuación $19x = 152 \Rightarrow x = \frac{152}{19} = 8$

Aplicamos de nuevo el método de reducción y multiplicamos la 1ª ecuación por 5 y la 2ª ecuación por (-3) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15x + 10y = 70 \\ -15x + 9y = -165 \end{cases} \Rightarrow \text{sumando ambas igualdades obtenemos la ecuación } 19y = -95 \Rightarrow y = -\frac{95}{19} = -5$$

La solución del sistema es $\begin{cases} x = 8 \\ y = -5 \end{cases}$

Ejercicio 7.

Un trabajador gana 50 euros en un turno de día y 75 euros en un turno de noche. En un mes ha hecho 22 turnos en total y ha ganado 1 250 euros. ¿Cuántos turnos de día ha hecho? ¿Y de noche?

Definimos las incógnitas que vamos a utilizar :

$x \rightarrow n^\circ$ de turnos de día trabajados

$y \rightarrow n^\circ$ de turnos de noche trabajados

Las condiciones dan lugar a las siguientes ecuaciones :
$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 50x + 75y = 1250 \end{cases}$$

Para resolver el sistema aplicamos, por ejemplo, el método de sustitución.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 22 \\ 50x + 75y = 1250 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 22 - x \\ 50x + 75y = 1250 \end{cases} \Rightarrow 50x + 75(22 - x) = 1250 \Rightarrow 50x + 1650 - 75x = 1250 \Rightarrow \\ \Rightarrow -25x = -400 &\Rightarrow x = \frac{-400}{-25} = 16, \text{ entonces } y = 22 - 16 = 6 \end{aligned}$$

Solución : ha trabajado
$$\begin{cases} 16 \text{ turnos de día} \\ 6 \text{ turnos de noche} \end{cases}$$