Ejercicio nº 1.- Sean los polinomios $A = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2$; $B = x^3 + 7x^2 - x - 1$, y $C = 2x^2 - 4x + 11$. Calcula el polinomio $B \cdot C - A$.

1,5 puntos

Ejercicio nº 2.- Efectúa las siguientes operaciones algebraicas:

a) $(2x+5)^2 - (2x+5)\cdot(2x-5) - 3(x^2-2)$

b) $\dfrac{x^2-8x+16}{10x^2} : \dfrac{(x+4)\cdot(x-4)}{5x}$

2 puntos

Ejercicio nº 3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\dfrac{5x+1}{2} - \dfrac{3x+1}{4} = \dfrac{8x+5}{5}$

b) $\dfrac{2}{3}\cdot(x-5) - \dfrac{2}{5}\cdot(2x+1) = 2x + \dfrac{2}{15}\cdot(4x-1)$

2,5 puntos

Ejercicio nº 4.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2\cdot(x+5)^2 + (x-3)^2 = 14\cdot(x+4)$

b) $\dfrac{x^2-2}{2} - \dfrac{x^2}{4} = \dfrac{x+1}{3} - \dfrac{x}{2}$

2 puntos

Ejercicio nº 5.- Resuelve una de estas dos ecuaciones, comprobando el resultado tanto si es preciso como si no lo es:

a) $\sqrt{7-3x} + x = 1$

b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

2 puntos

SOLUCIONES

E.1. Sean los polinomios $A = 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2$; $B = x^3 + 7x^2 - x - 1$, y $C = 2x^2 - 4x + 11$. Calcula el polinomio $B \cdot C - A$.

Hacemos el producto multiplicando término a término, y después, eliminamos el paréntesis precedido del signo menos cambiando de signo a lo de dentro:

$$B \cdot C - A = (x^3 + 7x^2 - x - 1)\cdot(2x^2 - 4x + 11) - (3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 15x - 2) \overset{(*)}{=}$$

$$\begin{aligned} B \cdot C &= 2x^5 - 4x^4 + 11x^3 + 14x^4 - 28x^3 + 77x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 11x - 2x^2 + 4x - 11 = \\ &= 2x^5 + 10x^4 - 19x^3 + 79x^2 - 7x - 11 \end{aligned}$$

$$\overset{(*)}{=} 2x^5 + 10x^4 - 19x^3 + 79x^2 - 7x - 11 - 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 15x + 2 =$$

$$= 2x^5 + 7x^4 - 17x^3 + 72x^2 - 22x - 9.$$

E.2. Efectúa las siguientes operaciones algebraicas:

a) $(2x+5)^2 - (2x+5)\cdot(2x-5) - 3(x^2 - 2)$

b) $\dfrac{x^2 - 8x + 16}{10x^2} : \dfrac{(x+4)\cdot(x-4)}{5x}$

---

a) Hay identidades notables y operaciones precedidas del signo menos. Para que equivocarnos, meteremos entre paréntesis la segunda operación:

$$(2x+5)^2 - (2x+5)\cdot(2x-5) - 3(x^2-2) = 4x^2 + 10x + 25 - (4x^2 - 25) - 3x^2 + 6 =$$

$$= 4x^2 + 10x + 25 - 4x^2 + 25 - 3x^2 + 6 = -3x^2 + 10x + 56.$$

b) Aquí la clave está en factorizar el primer numerador (es una identidad notable); dejar indicadas las multiplicaciones, y eliminar los factores que se repitan en el numerador y denominador del resultado:

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{10x^2} : \frac{(x+4)\cdot(x-4)}{5x} = \frac{(x-4)^2}{10x^2} : \frac{(x+4)\cdot(x-4)}{5x} = \frac{5x\cdot(x-4)^2}{10x^2\cdot(x+4)\cdot(x-4)} =$$

$$= \frac{\cancel{5}\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{(x-4)}\cdot(x-4)}{2\cdot\cancel{5}\cdot x\cdot\cancel{x}\cdot(x+4)\cdot\cancel{(x-4)}} = \frac{x-4}{2x\cdot(x+4)} = \frac{x-4}{2x^2 + 8x}.$$

E.3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\dfrac{5x+1}{2} - \dfrac{3x+1}{4} = \dfrac{8x+5}{5}$

b) $\dfrac{2}{3}\cdot(x-5) - \dfrac{2}{5}\cdot(2x+1) = 2x + \dfrac{2}{15}\cdot(4x-1)$

---

a) En esta ecuación hay que tener mucho cuidado con la segunda fracción por que va precedida del signo menos. Vamos a dejar esa operación indicada y así evitaremos riesgos innecesarios:

$$\frac{5x+1}{2}-\frac{3x+1}{4}=\frac{8x+5}{5}\Rightarrow\frac{50x+10-5\cdot(3x+1)}{20}=\frac{32x+20}{20}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 50x+10-15x-5=32x+20\Rightarrow 35x+5=32x+20\Rightarrow 3x=15\Rightarrow \boxed{x}=\frac{15}{3}=\boxed{5}.$$

b) En esta otra ecuación, debemos hacer las multiplicaciones antes de repetir el mismo procedimiento de resolución que en el apartado anterior, pero ¡ojo!, que vuelve a aparecer una fracción precedida del signo menos y habrá que estar pendientes de no meter la pata:

$$\frac{2}{3}\cdot(x-5)-\frac{2}{5}\cdot(2x+1)=2x+\frac{2}{15}\cdot(4x-1)\Rightarrow\frac{2x-10}{3}-\frac{4x+2}{5}=2x+\frac{8x-2}{15}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{10x-50-3\cdot(4x+2)}{15}=\frac{30x+8x-2}{15}\Rightarrow 10x-50-12x-6=38x-2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x-56=38x-2\Rightarrow -54=40x\Rightarrow \boxed{x}=-\frac{54}{40}=\boxed{-\frac{27}{20}}.$$

E.4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2\cdot(x+5)^2+(x-3)^2=14\cdot(x+4)$

b) $\dfrac{x^2-2}{2}-\dfrac{x^2}{4}=\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{x}{2}$

---

a) Un par de identidades notables y un producto sencillito. Vamos a por ella:

$$2\cdot(x+5)^2+(x-3)^2=14\cdot(x+4)\Rightarrow 2\cdot(x^2+10x+25)+x^2-6x+9=14x+56\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2+20x+50+x^2-6x+9=14x+56\Rightarrow 3x^2+14x+59=14x+56\Rightarrow 3x^2=-3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=-\frac{3}{3}=-1\Rightarrow \boxed{x=\sqrt{-1}\notin \mathbb{R}}.$$ ¡Vaya, qué original!

b) Esta ecuación tiene fracciones precedidas del signo menos, sin embargo, no se generan situaciones "peligrosas", ¿sabes por qué? Efectivamente, el numerador de esas fracciones no tiene sumas ni restas y podemos hacer las operaciones directamente, sin necesidad de dejar ningún producto indicado. Vamos, que va a resultar más sencilla de resolver que lo que parece:

$$\frac{x^2-2}{2}-\frac{x^2}{4}=\frac{x+1}{3}-\frac{x}{2}\Rightarrow\frac{6x^2-12-3x^2}{12}=\frac{4x+4-6x}{12}\Rightarrow 3x^2-12=4-2x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2+2x-16=0\Rightarrow \boxed{x}=\frac{-2\pm\sqrt{4+192}}{6}=\frac{-2\pm\sqrt{196}}{6}=\frac{-2\pm 14}{6}=\boxed{\begin{cases}2\\-8/3\end{cases}}.$$

E.5. Resuelve una de estas dos ecuaciones, comprobando el resultado tanto si es preciso como si no lo es:

a) $\sqrt{7-3x}+x=1$

b) $x^4-5x^2+4=0$

---

a) Es una ecuación con radicales. Para resolverla seguimos las instrucciones de clase (aislamos el radical, elevamos ambos miembros al cuadrado, resolvemos la ecuación resultante y comprobamos si, efectivamente, son soluciones de la ecuación):

$$\sqrt{7-3x}+x=1 \Rightarrow \sqrt{7-3x}=1-x \Rightarrow \left(\sqrt{7-3x}\right)^2=(1-x)^2 \Rightarrow 7-3x=1-2x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7-3x=1-2x+x^2 \Rightarrow 0=x^2+x-6 \Rightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm 5}{2}=\begin{cases}\cancel{2}\\ -3\end{cases}.$$

<u>Comprobación</u>:

- $x=2 \rightarrow \sqrt{7-3\cdot 2}+2=1 \Rightarrow \sqrt{1}+2=1$ (falso) $\Rightarrow x=2$ no es solución.
- $x=-3 \rightarrow \sqrt{7-3\cdot(-3)}+(-3)=1 \Rightarrow \sqrt{16}-3=1$ (cierto) $\Rightarrow x=-3$ sí es solución.

b) Ahora tenemos una ecuación bicuadrada. Ya sabéis que para resolverla es necesario aplicar un cambio de variable $\rightarrow x^2=z$ $(\Rightarrow x^4=z^2)$. De esta forma conseguimos trasformarla en una ecuación de segundo grado:

$$x^4-5x^2+4=0 \overset{x^2=z}{\Rightarrow} z^2-5z+4=0 \Rightarrow z=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=\begin{cases}4\\ 1\end{cases}$$

Ahora es preciso deshacer el cambio de variable, no os olvidéis que la incógnita es x:

- Si $z=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$.
- Si $z=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$.

En este caso, la comprobación no es obligatoria, pero me lo pide el enunciado:

<u>Comprobación</u>:

- $x=2 \Rightarrow 2^4-5\cdot 2^2+4=16-20+4=0$ (cqd).
- $x=-2 \Rightarrow (-2)^4-5\cdot(-2)^2+4=16-20+4=0$ (cqd).
- $x=1 \Rightarrow 1^4-5\cdot 1^2+4=1-5+4=0$ (cqd).
- $x=-1 \Rightarrow (-1)^4-5\cdot(-1)^2+4=1-5+4=0$ (cqd).