

Ejercicio nº 1. - Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres conveniente:

$$\begin{cases} \frac{x+3}{y} = 5 \\ 2 \cdot (x-3y) + x = 9 \end{cases}$$

1,5 puntos

Ejercicio nº 2. - Una caravana de camellos y dromedarios va por el desierto. En total se pueden contar 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios hay en la caravana?

1,5 puntos

Ejercicio nº 3. - Dos ciudades A y B, distan 250 km. Un camión sale de A hacia B a 90 km/h. A la misma hora, sale de B hacia A un coche que tarda una hora y cuarto en encontrarse con el camión. ¿Qué velocidad lleva el coche?

1,5 puntos

Ejercicio nº 4. - Calcular la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,5) y B(-2,7) en todas sus formas: punto-pendiente, explícita y general. Indica cuál es la pendiente y cuál es la ordenada en el origen y justifica si es creciente o decreciente y a qué altura corta al eje Y sin representarla.

2 puntos

Ejercicio nº 5. - Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones de forma algebraica y de forma gráfica, comprobando que en ambos casos consigues el mismo resultado:

$$\begin{cases} x + y + 2 = 1 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

1,5 puntos

Ejercicio nº 6. - En la autoescuela "Cuatrocurvas" las tarifas son las siguientes:

Precio de cada clase.....	30 €
Matrícula	100 €

- He utilizado los servicios de esta autoescuela y con 5 clases he conseguido el carné. ¿Por cuánto me ha salido? ¿Cuánto hubiese pagado con 6 clases? ¿Y con 7 clases?
- Llama x al número de clases recibidas e y al dinero total que cuesta sacarse el carné. Haz una tabla de valores con los datos del apartado anterior y representa su gráfica. Escribe la fórmula de esta función.

2 puntos

SOLUCIONES

Ejercicio n° 1. - Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres conveniente:

$$\begin{cases} \frac{x+3}{y} = 5 \\ 2 \cdot (x-3y) + x = 9 \end{cases}$$

Bueno, en estos casos lo mejor es hacer operaciones y ordenar las ecuaciones antes de decidir qué método de resolución nos puede interesar. Comencemos:

Ecuación 1 $\rightarrow \frac{x+3}{y} = 5 \Rightarrow x+3 = 5y \Rightarrow x - 5y = -3.$

Ecuación 2 $\rightarrow 2 \cdot (x-3y) + x = 9 \Rightarrow 2x - 6y + x = 9 \Rightarrow 3x - 6y = 9 \Rightarrow x - 2y = 3.$

Con estas pequeñas transformaciones, conseguimos un nuevo sistema con un aspecto más agradable. Además resulta sencillo resolverlo por cualquiera de los tres métodos:

$$\begin{cases} x - 5y = -3 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5y - 3 \\ x = 2y + 3^{(*)} \end{cases} \xrightarrow{\text{IGUALACIÓN}} 5y - 3 = 2y + 3 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2^{(*)}$$

$\Rightarrow x = 2 \cdot 2 + 3 = 7.$ (1,5 puntos)

Ejercicio n° 2. - Una caravana de camellos y dromedarios va por el desierto. En total se pueden contar 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios hay en la caravana?

Antes de resolver el problema hay que tener claro que los camellos tienen dos jorobas mientras que los dromedarios sólo tienen una. Definimos las variables fijándonos en la pregunta:

$x \equiv$ Número de camellos.
 $y \equiv$ Número de dromedarios.

Planteamos un sistema de ecuaciones; una de ellas la conseguimos sumando patas, y la otra, sumando jorobas:

$$\text{Además } \begin{cases} 4x + 4y = 440 \\ 2x + y = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 110 \\ 2x + y = 160 \end{cases}$$

Hemos simplificado la primera ecuación dividiéndola entre cuatro. Ahora vamos a aplicar el método de reducción haciendo "segunda ecuación menos primera" para que nos quede una x positiva y desaparezca la y . ¿Os acordáis como se escribe esto con el método de Gauss?

$$E_2 - E_1 \rightarrow x = 50.$$

Sólo queda sustituir en una de las ecuaciones, por ejemplo en la de arriba, y se obtiene:

$$50 + y = 110 \Rightarrow y = 60.$$

Redactamos la solución:

Solución: En la caravana hay 50 camellos y 60 dromedarios. (1,5 puntos)

Ejercicio nº 3. - Dos ciudades A y B, distan 250 km. Un camión sale de A hacia B a 90 km/h. A la misma hora, sale de B hacia A un coche que tarda una hora y cuarto en encontrarse con el camión. ¿Qué velocidad lleva el coche?

Como es un problema de móviles, vamos a colocar todos los datos en una tabla (en cada fila los móviles protagonistas y en cada columna las magnitudes que intervienen:

	Velocidad	Espacio	Tiempo
Camión	90	y	1,25
Coche	x	250 - y	1,25

Fíjate que hemos pasado una hora y cuarto a horas. Es sencillo: una hora y cuarto son 75 minutos; para pasar a horas tienes que dividir entre 60 y ya lo tienes.

Ahora, a cada móvil le aplicamos la fórmula $e = v \cdot t$ y formamos un sistema:

$$\begin{cases} y = 90 \cdot 1,25 \\ 250 - y = 1,25x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 112,5 \\ 250 - y = 1,25x \end{cases} \xrightarrow{\text{SUSTITUCIÓN}} 250 - 112,5 = 1,25x \Rightarrow 137,5 = 1,25x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{137,5}{1,25} = 110$$

Pues ya lo tenemos:

Solución: El coche circula a 110 km / h. (1,5 puntos)

Ejercicio nº 4. - Calcular la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,5) y B(-2,7) en todas sus formas: punto-pendiente, explícita y general. Indica cuál es la pendiente y cuál es la ordenada en el origen y justifica si es creciente o decreciente y a qué altura corta al eje Y, sin representarla.

Bueno, vamos a demostrar que nos sabemos bien la teoría. Primero aplicamos la fórmula que nos permite calcular la pendiente de la recta que pasa por dos puntos:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{7 - 5}{-2 - 3} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$$

Ahora tomamos uno de los puntos, por ejemplo A(3,5), y escribimos la ecuación en forma de punto-pendiente:

$$r \equiv y - 5 = -\frac{2}{5} \cdot (x - 3) \rightarrow \text{Ecuación en forma de punto-pendiente.}$$

Operamos con la expresión hasta despejar y para conseguir la ecuación explícita:

$$r \equiv y - 5 = -\frac{2}{5} \cdot (x - 3) \Rightarrow r \equiv y = -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} + 5 \Rightarrow r \equiv y = -\frac{2}{5}x + \frac{31}{5} \rightarrow \text{Ecuación explícita.}$$

Multiplicamos toda la expresión por 5 para eliminar denominadores y la ordenamos en el primer miembro:

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{31}{5} \xrightarrow{(\times 5)} 5y = -2x + 31 \Rightarrow r \equiv 2x + 5y - 31 = 0 \rightarrow \text{Ecuación general.}$$

Ya solo quedan dos detalles:

- La pendiente es $m = -\frac{2}{5}$ y al ser negativa sabemos que la recta es **decreciente**.
- La ordenada en el origen es $n = \frac{31}{5} = 6,2$ y nos indica que la recta corta al eje Y por arriba a **6,2 unidades** de distancia del origen de coordenadas. (2 puntos)

Ejercicio nº 5. - Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones de forma algebraica y de forma gráfica, comprobando que en ambos casos consigues el mismo resultado:

$$\begin{cases} x + y + 2 = 1 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

Método algebraico.

$$\begin{cases} x + y + 2 = 1 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -1^{(*)} E_1 + E_2 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \Rightarrow 4x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} + y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Hemos aplicado el método de reducción sumando las dos ecuaciones y hemos conseguido la solución: $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Método gráfico.

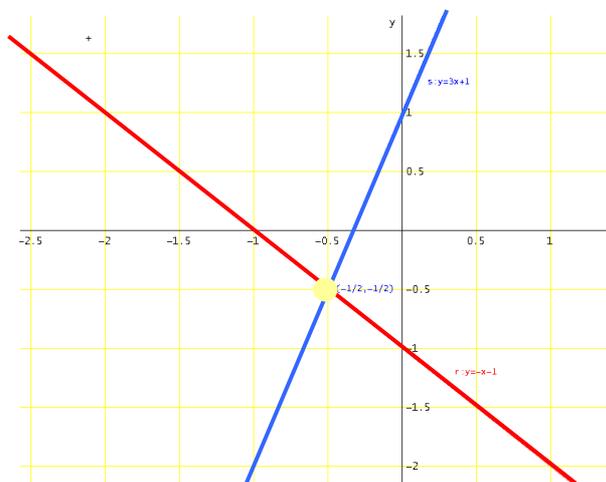
La primera ecuación del sistema es la ecuación de la recta $r \equiv x + y + 1 = 0$, que en forma explícita queda $r \equiv y = -x - 1$. Hacemos una tabla de valores para ella:

x	-2	0	2
y	1	-1	-3

La segunda ecuación del sistema también es la ecuación de una recta: $s \equiv 3x - y + 1 = 0$, que expresándola en forma explícita queda $s \equiv y = 3x + 1$. Hacemos su tabla de valores:

x	-2	0	1
y	-5	1	4

Ya solo queda representarlas en los mismos ejes de coordenadas y comprobar que el punto de corte coincide con la solución obtenida por el método algebraico:



(1,5 puntos)

Ejercicio nº 6. - En la autoescuela "Cuatrocurvas" las tarifas son las siguientes:

Precio de cada clase.....	30 €
Matrícula	100 €

- a) He utilizado los servicios de esta autoescuela y con 5 clases he conseguido el carné. ¿Por cuánto me ha salido? ¿Cuánto hubiese pagado con 6 clases? ¿Y con 7 clases?
- b) Llama x al número de clases recibidas e y al dinero total que cuesta sacarse el carné. Haz una tabla de valores con los datos del apartado anterior y representa su gráfica. Escribe la fórmula de esta función.

a) No hay más que hacer los cálculos adecuados:

5 clases $\rightarrow 100 + 5 \cdot 30 = 250 \text{ €}$

6 clases $\rightarrow 100 + 6 \cdot 30 = 280 \text{ €}$

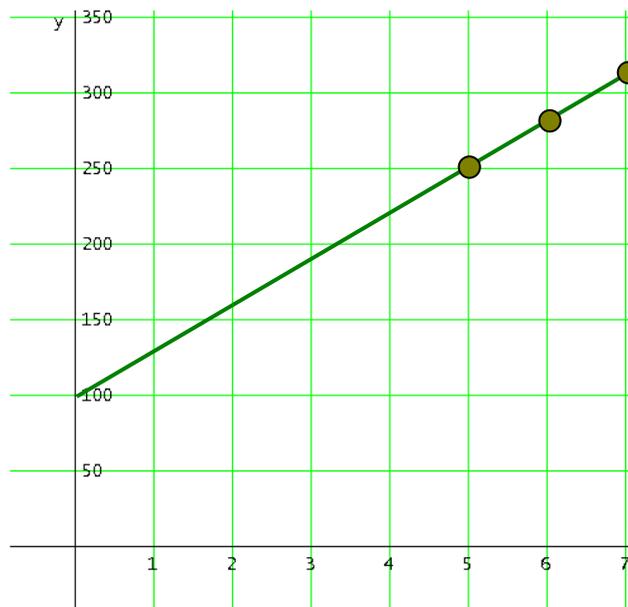
7 clases $\rightarrow 100 + 7 \cdot 30 = 310 \text{ €}$

- b) $x \equiv$ Número de clases recibidas.
 $y \equiv$ Dinero total que cuesta el carné.

Tabla de valores:

x	5	6	7
y	250	280	310

Gráfica:



Fórmula: Si te fijas en los cálculos que hemos hecho en el apartado anterior, resulta sencillo deducir que para calcular el dinero total que cuesta el carné (y), hay que multiplicar por 30 el número de clases (x) y sumarle los 100 euros que cuesta la matrícula; por lo tanto, la función es $y = 30 \cdot x + 100$. (2 puntos)