

1. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $\frac{6x-2}{16} - \frac{x+3}{6} = \frac{9-x}{4} - \frac{5-x}{2}$

$$\frac{3 \cdot (6x-2) - 8 \cdot (x+3)}{48} = \frac{12 \cdot (9-x) - 24 \cdot (5-x)}{48} \quad m.c.m.(16,6,4,2) = 48$$

$$3 \cdot (6x-2) - 8 \cdot (x+3) = 12 \cdot (9-x) - 24 \cdot (5-x) \Rightarrow 18x - 6 - 8x - 24 = 108 - 12x - 120 + 24x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x - 30 = 12x - 12 \Rightarrow 10x - 12x = -12 + 30 \Rightarrow -2x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{-2} \Rightarrow x = -9$$

Solución: $x = -9$

b) $\frac{2x-3}{18} - \frac{2-4x}{3} = \frac{5}{3} - \frac{2x-1}{6}$

$$\frac{1 \cdot (2x-3) - 6 \cdot (2-4x)}{18} = \frac{6 \cdot (5) - 3 \cdot (2x-1)}{18} \quad m.c.m.(18,3,6) = 18$$

$$1 \cdot (2x-3) - 6 \cdot (2-4x) = 6 \cdot (5) - 3 \cdot (2x-1) \Rightarrow 2x - 3 - 12 + 24x = 30 - 6x + 3 \Rightarrow 26x - 15 = -6x + 33 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 26x + 6x = 33 + 15 \Rightarrow 32x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{32} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Solución: $x = \frac{3}{2}$

c) $\frac{4-3x}{5} - \frac{x-3}{10} = \frac{23-x}{15} - \frac{1+3x}{20} + 3$

$$\frac{12(4-3x) - 6(x-3)}{60} = \frac{4(23-x) - 3(1+3x) + 3 \cdot (60)}{60} \quad m.c.m.(5,10,15,20) = 60$$

$$12(4-3x) - 6(x-3) = 4(23-x) - 3(1+3x) + 3 \cdot (60) \Rightarrow 48 - 36x - 6x + 18 = 92 - 4x - 3 - 9x + 180 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -42x + 66 = -13x + 269 \Rightarrow -42x + 13x = 269 - 66 \Rightarrow -29x = 203 \Rightarrow x = \frac{203}{-29} \Rightarrow x = -7$$

Solución: $x = -7$

d) $\frac{x-4}{3} - \left(\frac{3x}{5} + x - 4 \right) = \frac{3+5x}{10} - \left(\frac{5}{3} - \frac{x}{4} \right) \Rightarrow \frac{x-4}{3} - \frac{3x}{5} - x + 4 = \frac{3+5x}{10} - \frac{5}{3} + \frac{x}{4}$

$$\frac{20(x-4) - 12(3x) - 60x + 60 \cdot (4)}{60} = \frac{6(3+5x) - 20 \cdot (5) + 15x}{60} \quad m.c.m.(3,5,10,4) = 60$$

$$20(x-4) - 12(3x) - 60x + 60 \cdot (4) = 6(3+5x) - 20 \cdot (5) + 15x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20x - 80 - 36x - 60x + 240 = 18 + 30x - 100 + 15x \Rightarrow -76x + 160 = 45x - 82 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -76x - 45x = -82 - 160 \Rightarrow -121x = -242 \Rightarrow x = \frac{-242}{-121} \Rightarrow x = 2$$

Solución: $x = 2$

$$\text{e) } \frac{x-7}{4} + \frac{25(x-2)}{3} = \frac{5x+35}{4} + \frac{5}{2}(x-7) \Rightarrow \frac{x-7}{4} + \frac{25x-50}{3} = \frac{5x+35}{4} + \frac{5x}{2} - \frac{35}{2}$$

$$\frac{3(x-7) + 4(25x-50)}{12} = \frac{3(5x+35) + 6(5x) - 6 \cdot (35)}{12} \quad m.c.m.(4,3,2)=12$$

$$3(x-7) + 4(25x-50) = 3(5x+35) + 6(5x) - 6 \cdot (35) \Rightarrow 3x - 21 + 100x - 200 = 15x + 105 + 30x - 210 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 103x - 221 = 45x - 105 \Rightarrow 103x - 45x = -105 + 221 \Rightarrow 58x = 116 \Rightarrow x = \frac{116}{58} \Rightarrow x = 2$$

Solución: $x = 2$

$$\text{f) } \frac{x-4}{8} - \frac{2x-7}{24} + 5 = x - 8 - \frac{9-x}{12}$$

$$\frac{3(x-4) - 1(2x-7) + 5 \cdot (24)}{24} = \frac{24x - 8 \cdot (24) - 2(9-x)}{24} \quad m.c.m.(8,24,12)=24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(x-4) - 1(2x-7) + 5 \cdot (24) = 24x - 8 \cdot (24) - 2(9-x) \Rightarrow 3x - 12 - 2x + 7 + 120 = 24x - 192 - 18 + 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 115 = 26x - 210 \Rightarrow x - 26x = -210 - 115 \Rightarrow -25x = -325 \Rightarrow x = \frac{-325}{-25} \Rightarrow x = 13$$

Solución: $x = 13$

$$\text{g) } \frac{x}{2} - \frac{2(x+2)}{7} = \frac{x-3}{4} \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{2x+4}{7} = \frac{x-3}{4} \quad m.c.m.(2,7,4)=28 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{14x - 4(2x+4)}{28} = \frac{7(x-3)}{28} \Rightarrow 14x - 4(2x+4) = 7(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14x - 8x - 16 = 7x - 21 \Rightarrow 6x - 16 = 7x - 21 \Rightarrow 6x - 7x = -21 + 16 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5$$

Solución: $x = 5$

$$\text{h) } \frac{5x-16}{6} - \frac{x+1}{3} = -\frac{x+8}{12} \quad m.c.m.(6,3,12)=12 \Rightarrow \frac{2(5x-16) - 4(x+1)}{12} = \frac{-x-8}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(5x-16) - 4(x+1) = -x-8 \Rightarrow 10x - 32 - 4x - 4 = -x-8 \Rightarrow 6x - 36 = -x-8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + x = -8 + 36 \Rightarrow 7x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{7} \Rightarrow x = 4$$

Solución: $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad (4x-3)(4x+3) - 4(3-2x)^2 &= 3x \Rightarrow (16x^2 - 9) - 4(9 - 12x + 4x^2) = 3x \Rightarrow 16x^2 - 9 - 36 + 48x - 16x^2 = 3x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 48x - 45 = 3x \Rightarrow 48x - 3x = 45 \Rightarrow 45x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{45} \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Solución: $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{j)} \quad 2x(x+3) &= 3x(x+1) - (3-x)^2 \Rightarrow 2x^2 + 6x = 3x^2 + 3x - (9 - 6x + x^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x^2 + 6x = 3x^2 + 3x - 9 + 6x - x^2 \Rightarrow 2x^2 + 6x = 2x^2 + 9x - 9 \Rightarrow 6x - 9x = -9 \Rightarrow -3x = -9 \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Solución: $x = 3$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad (2x-3)^2 - 5x(x-1) &= 3(x+1) - (x-2)^2 \Rightarrow (4x^2 - 12x + 9) - 5x^2 + 5x = 3x + 3 - (x^2 - 4x + 4) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 5x^2 + 5x = 3x + 3 - x^2 + 4x - 4 \Rightarrow -x^2 - 7x + 9 = -x^2 + 7x - 1 \Rightarrow -7x - 7x = -1 - 9 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -14x = -10 \Rightarrow x = \frac{-10}{-14} \Rightarrow x = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Solución: $x = \frac{5}{7}$

$$\text{l)} \quad \frac{(1+x)^2}{5} - \frac{2x-8}{25} = \frac{x^2}{5} + \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1+2x+x^2}{5} - \frac{2x-8}{25} = \frac{x^2}{5} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{5(1+2x+x^2) - 1(2x-8)}{25} = \frac{5x^2 + 5 \cdot (1)}{25} \quad m.c.m.(5,25) = 25$$

$$5(1+2x+x^2) - 1(2x-8) = 5x^2 + 5 \cdot (1) \Rightarrow 5 + 10x + 5x^2 - 2x + 8 = 5x^2 + 5 \Rightarrow 5x^2 + 8x + 13 = 5x^2 + 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8x = 5 - 13 \Rightarrow 8x = -8 \Rightarrow x = \frac{-8}{8} \Rightarrow x = -1$$

Solución: $x = -1$

$$\text{m)} \quad \frac{(2x-1)(2x+1)}{4} = \frac{3(4x^2+1)}{12} - x \Rightarrow \frac{4x^2-1}{4} = \frac{12x^2+3}{12} - x$$

$$\frac{3(4x^2-1)}{12} = \frac{1(12x^2+3)-12x}{12} \quad m.c.m.(4,12) = 12$$

$$3(4x^2-1) = 1(12x^2+3) - 12x \Rightarrow 12x^2 - 3 = 12x^2 + 3 - 12x \Rightarrow 12x = 3 + 3 \Rightarrow 12x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{12} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Solución: $x = \frac{1}{2}$

$$\text{n)} -\frac{3(x-1)}{2} = x^2 - (x-3)(x+3) \Rightarrow -\frac{3x-3}{2} = x^2 - (x^2 - 9) \Rightarrow -\frac{3x-3}{2} = x^2 - x^2 + 9 \Rightarrow -\frac{3x-3}{2} = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -(3x-3) = 18 \Rightarrow -3x+3 = 18 \Rightarrow -3x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{-3} \Rightarrow x = -5$$

Solución: $x = -5$

$$\text{o)} \frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2x-1)^2}{8} = \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{x^2+x}{2} - \frac{4x^2-4x+1}{8} = \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{4(x^2+x) - 1(4x^2-4x+1)}{8} = \frac{2(3x+1) - 1}{8} \quad m.c.m.(2,4,8) = 8$$

$$4(x^2+x) - 1(4x^2-4x+1) = 2(3x+1) - 1 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 4x^2 + 4x - 1 = 6x + 2 - 1 \Rightarrow 8x - 1 = 6x + 1 \Rightarrow$$

$$8x - 6x = 1 + 1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 1$$

$$\text{p)} \frac{(3x-2)(3x-4)}{15} - \frac{(x+2)^2}{3} = \frac{(x-6)^2}{5} - \frac{x(1-x)}{15}$$

$$\frac{9x^2 - 12x - 6x + 8}{15} - \frac{x^2 + 4x + 4}{3} = \frac{x^2 - 12x + 36}{5} - \frac{x - x^2}{15}$$

$$\frac{1 \cdot (9x^2 - 18x + 8) - 5 \cdot (x^2 + 4x + 4)}{15} = \frac{3 \cdot (x^2 - 12x + 36) - 1 \cdot (x - x^2)}{15} \quad m.c.m.(15,3,5) = 15$$

$$1 \cdot (9x^2 - 18x + 8) - 5 \cdot (x^2 + 4x + 4) = 3 \cdot (x^2 - 12x + 36) - 1 \cdot (x - x^2)$$

$$9x^2 - 18x + 8 - 5x^2 - 20x - 20 = 3x^2 - 36x + 108 - x + x^2$$

$$4x^2 - 38x - 12 = 4x^2 - 37x + 108 \Rightarrow -x - 120 = 0 \Rightarrow x = -120$$

Solución: $x = -120$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $4x^2 - 10x + x^2 = 2x - x^2 \Rightarrow 6x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 6x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{6} \Rightarrow \underline{x=0} \\ x - 2 = 0 \Rightarrow \underline{x=2} \end{cases}$

b) $4x + 7x^2 + 3x = x^2 - 11x \Rightarrow 6x^2 + 18x = 0 \Rightarrow 6x \cdot (x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{6} \Rightarrow \underline{x=0} \\ x + 3 = 0 \Rightarrow \underline{x=-3} \end{cases}$

c) $5x - 6x^2 + 7x - x^2 = -x^2 + 3x \Rightarrow -6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow -3x \cdot (2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -3x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-3} \Rightarrow \underline{x=0} \\ 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$

d) $9x^2 - 5x + 6x^2 = 7x + 14x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 10x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \underline{x=0} \\ x - 10 = 0 \Rightarrow \underline{x=10} \end{cases}$

e) $3x^2 - 7x - 8x^2 = -4x^2 + 11x + x^2 \Rightarrow -2x^2 - 18x = 0 \Rightarrow -2x \cdot (x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-2} \Rightarrow \underline{x=0} \\ x + 9 = 0 \Rightarrow \underline{x=-9} \end{cases}$

f) $3x^3 - 6x^2 = 0 \Rightarrow 3x^2 \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{3} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ x - 2 = 0 \Rightarrow \underline{x=2} \end{cases}$

g) $5x^2 - 3x - 4 + x = -2x + 4x^2 \Rightarrow 5x^2 - 2x - 4 = 4x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} \underline{x=-2} \\ \underline{x=2} \end{cases}$

h) $5 - 7x^2 + 1 = 6 - x^2 \Rightarrow -7x^2 + 6 = -x^2 + 6 \Rightarrow -6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{-6} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)}$

i) $9 - 4x^2 - 6 = -1 - 5x^2 \Rightarrow -4x^2 + 3 = -5x^2 - 1 \Rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \Rightarrow \text{No solución real}$

j) $9x^2 - 3 - 6x^2 + 2 = 10x^2 - 1 \Rightarrow 3x^2 - 1 = 10x^2 - 1 \Rightarrow -7x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{-7} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)}$

$$\mathbf{k)} \quad -3x^2 + 3 + 5x^2 = 2x^2 - 1 \Rightarrow 2x^2 + 3 = 2x^2 - 1 \Rightarrow 0x^2 = -4 \Rightarrow x^2 = \frac{-4}{0} \Rightarrow \text{¿solución}$$

(no existe ningún número que multiplicado por 0 de -4)

$$\mathbf{l)} \quad -x + 3x^2 - 5 = 8x^2 - x - 10 \Rightarrow -5x^2 + 5 = 0 \Rightarrow -5x^2 = -5 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{m)} \quad 5x^2 + 6x - 5 = 2x + x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\mathbf{n)} \quad 4x - 3x^2 - x = -x^2 + 3x - 16 \Rightarrow -2x^2 + 16 = 0 \Rightarrow -2x^2 = -16 \Rightarrow x^2 = \frac{-16}{-2} \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{8} \Rightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{2} \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\mathbf{o)} \quad 4x^2 - 4 - x^2 - 6 = -3x^2 + 14 \Rightarrow 6x^2 - 24 = 0 \Rightarrow 6x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{p)} \quad -5x - 25x^2 + x = -4x - 49 \Rightarrow -25x^2 + 49 = 0 \Rightarrow -25x^2 = -49 \Rightarrow x^2 = \frac{49}{25} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{49}{25}} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5} \\ x = \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$\mathbf{q)} \quad 3x^2 + 2x - 2x^2 = -5x + 8x^2 \Rightarrow -7x^2 + 7x = 0 \Rightarrow -7x \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -7x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-7} \Rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{r)} \quad -6x + x^2 - 9x = -x^2 + 3x \Rightarrow 2x^2 - 18x = 0 \Rightarrow 2x \cdot (x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{2} \Rightarrow x = 0 \\ x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

$$\mathbf{s)} \quad 8x - 4x^2 + 5x + 7x^2 + 48 = 6x^2 + 13x \Rightarrow 3x^2 + 13x + 48 = 6x^2 + 13x \Rightarrow -3x^2 + 48 = 0 \Rightarrow -3x^2 = -48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{-48}{-3} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{t)} \quad -5x^2 - 2x - 3x^2 = 2x - 4x^2 - 12x \Rightarrow -8x^2 - 2x = -4x^2 - 10x \Rightarrow -4x^2 + 8x = 0 \Rightarrow -4x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-4} \Rightarrow \underline{x=0} \\ x - 2 = 0 \Rightarrow \underline{x=2} \end{cases}$$

$$\text{u)} \quad -x^2 + 7x + 6x^2 = 7x^2 - 2x + 9x - 7x^2 + 15 \Rightarrow 5x^2 + 7x = 7x + 15 \Rightarrow 5x^2 = 15 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow \underline{x = \pm\sqrt{3}}$$

$$\text{v)} \quad -49x^2 + 7x^3 = 0 \Rightarrow 7x^2 \cdot (-7 + x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 7x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{7} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ -7 + x = 0 \Rightarrow \underline{x=7} \end{cases}$$

$$\text{w)} \quad -4x^3 + 2x^2 = 0 \Rightarrow 2x^2 \cdot (-2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{2} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ -2x + 1 = 0 \Rightarrow \underline{-2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\text{x)} \quad 8x^4 - 2x^3 = 0 \Rightarrow 2x^3 \cdot (4x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x^3 = 0 \Rightarrow x^3 = \frac{0}{2} \Rightarrow x^3 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (triple)} \\ 4x - 1 = 0 \Rightarrow \underline{x = \frac{1}{4}} \end{cases}$$

$$\text{y)} \quad 4x^3 - 16x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 \cdot (x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{4} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow \underline{x=4} \end{cases}$$

$$\text{z)} \quad -81x^2 + 9x^3 = 0 \Rightarrow 9x^2 \cdot (-9 + x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0}{9} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ -9 + x = 0 \Rightarrow \underline{x=9} \end{cases}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $(x-1)^2 - 3(x-2)^2 = 5(x-3) - 2(x+2)^2$

$$(x^2 - 2x + 1) - 3(x^2 - 4x + 4) = 5(x - 3) - 2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 12x - 12 = 5x - 15 - 2x^2 - 8x - 8$$

$$-2x^2 + 10x - 11 = -2x^2 - 3x - 23$$

$$13x + 12 = 0 \Rightarrow 13x = -12 \Rightarrow x = -\frac{12}{13}$$

b) $(x-1)^2 - (x+1)^2 = (x+2)^2 - (x-2)^2$

$$(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) = (x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4$$

$$-4x = 8x$$

$$-12x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{-12} \Rightarrow x = 0$$

c) $3(x-1)^2 - 5(x+2)^2 = 3(x-3) - 2(x+1)^2$

$$3(x^2 - 2x + 1) - 5(x^2 + 4x + 4) = 3(x - 3) - 2(x^2 + 2x + 1)$$

$$3x^2 - 6x + 3 - 5x^2 - 20x - 20 = 3x - 9 - 2x^2 - 4x - 2$$

$$-2x^2 - 26x - 17 = -2x^2 - x - 11$$

$$-25x - 6 = 0$$

$$-25x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-25} \Rightarrow x = -\frac{6}{25}$$

d) $2(x-3)^2 + (x-5)^2 = 4(x-1)^2 - (x+2)^2$

$$2(x^2 - 6x + 9) + (x^2 - 10x + 25) = 4(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 4x + 4)$$

$$2x^2 - 12x + 18 + x^2 - 10x + 25 = 4x^2 - 8x + 4 - x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 - 22x + 43 = 3x^2 - 12x$$

$$-10x + 43 = 0$$

$$-10x = -43 \Rightarrow x = \frac{-43}{-10} \Rightarrow x = \frac{43}{10}$$

$$\text{e) } 4(x-2)^2 - 7(x-1) - 2(3-x)^2 = 2(x+1)^2$$

$$4(x^2 - 4x + 4) - 7(x-1) - 2(9 - 6x + x^2) = 2(x^2 + 2x + 1)$$

$$4x^2 - 16x + 16 - 7x + 7 - 18 + 12x - 2x^2 = 2x^2 + 4x + 2$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 2x^2 + 4x + 2$$

$$-15x + 3 = 0$$

$$-15x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-15} \Rightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$$

$$\text{f) } -(3-2x)^2 - (x-1)^2 = -5(x+1)^2 - 5$$

$$-(9 - 12x + 4x^2) - (x^2 - 2x + 1) = -5(x^2 + 2x + 1) - 5$$

$$-9 + 12x - 4x^2 - x^2 + 2x - 1 = -5x^2 - 10x - 5 - 5$$

$$-5x^2 + 14x - 10 = -5x^2 - 10x - 10$$

$$24x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{24} \Rightarrow x = \underline{\underline{0}}$$

$$\text{g) } x^2 - 2(x-3)^2 = 4(x-5) - (x+1)^2$$

$$x^2 - 2(x^2 - 6x + 9) = 4(x-5) - (x^2 + 2x + 1)$$

$$x^2 - 2x^2 + 12x - 18 = 4x - 20 - x^2 - 2x - 1$$

$$-x^2 + 12x - 18 = -x^2 + 2x - 21$$

$$10x + 3 = 0 \Rightarrow 10x = -3 \Rightarrow x = \underline{\underline{\frac{-3}{10}}}$$

$$\text{h) } 3(x-2)^2 + 4(2-3x) = 4(x+1)^2 - x(x-3)$$

$$3(x^2 - 4x + 4) + 4(2 - 3x) = 4(x^2 + 2x + 1) - x(x-3)$$

$$3x^2 - 12x + 12 + 8 - 12x = 4x^2 + 8x + 4 - x^2 + 3x$$

$$3x^2 - 24x + 20 = 3x^2 + 11x + 4$$

$$-35x + 16 = 0 \Rightarrow -35x = -16 \Rightarrow x = \frac{-16}{-35} \Rightarrow x = \underline{\underline{\frac{16}{35}}}$$

$$\textbf{i)} \quad (x-4)^2 - (x+4)^2 = -(x-1)^2 + (x+2)^2$$

$$(x^2 - 8x + 16) - (x^2 + 8x + 16) = -(x^2 - 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 - 8x + 16 - x^2 - 8x - 16 = -x^2 + 2x - 1 + x^2 + 4x + 4$$

$$-16x = 6x + 3$$

$$-22x - 3 = 0$$

$$-22x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{-22} \Rightarrow x = -\frac{3}{22}$$

$$\textbf{j)} \quad 2(x-1)^2 - (x+3)^2 - (x-2)^2 = -7(x-3)$$

$$2(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4x + 4) = -7(x-3)$$

$$2x^2 - 4x + 2 - x^2 - 6x - 9 - x^2 + 4x - 4 = -7x + 21$$

$$-6x - 11 = -7x + 21$$

$$x - 32 = 0 \Rightarrow \underline{x = 32}$$

$$\textbf{k)} \quad -(x+1)^2 = (x+2)^2 + (x-2)^2 - 3(x-1)^2$$

$$-(x^2 + 2x + 1) = (x^2 + 4x + 4) + (x^2 - 4x + 4) - 3(x^2 - 2x + 1)$$

$$-x^2 - 2x - 1 = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4 - 3x^2 + 6x - 3$$

$$-x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 6x + 5$$

$$-8x - 6 = 0$$

$$-8x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{-8} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

$$\textbf{l)} \quad -2(x+1)^2 - (x-1)^2 = 3(x-3) - 3(x-1)^2$$

$$-2(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1) = 3(x-3) - 3(x^2 - 2x + 1)$$

$$-2x^2 - 4x - 2 - x^2 + 2x - 1 = 3x - 9 - 3x^2 + 6x - 3$$

$$-3x^2 - 2x - 3 = -3x^2 + 9x - 12$$

$$-11x + 9 = 0$$

$$-11x = -9 \Rightarrow x = \frac{-9}{-11} \Rightarrow x = \frac{9}{11}$$

$$\text{m)} \quad 5(x-2)^2 - 3(x-1)^2 = (x-5)^2 + (x-3)^2$$

$$5(x^2 - 4x + 4) - 3(x^2 - 2x + 1) = (x^2 - 10x + 25) + (x^2 - 6x + 9)$$

$$5x^2 - 20x + 20 - 3x^2 + 6x - 3 = x^2 - 10x + 25 + x^2 - 6x + 9$$

$$2x^2 - 14x + 17 = 2x^2 - 16x + 34$$

$$2x - 17 = 0$$

$$2x = 17 \Rightarrow x = \underline{\underline{\frac{17}{2}}}$$

$$\text{n)} \quad 4(x-1)^2 - 7(x-3) = 2(1-x)^2 + 2(x-2)^2$$

$$4(x^2 - 2x + 1) - 7(x - 3) = 2(1 - 2x + x^2) + 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$4x^2 - 8x + 4 - 7x + 21 = 2 - 4x + 2x^2 + 2x^2 - 8x + 8$$

$$4x^2 - 15x + 25 = 4x^2 - 12x + 10$$

$$-3x + 15 = 0$$

$$-3x = -15 \Rightarrow x = \frac{-15}{-3} \Rightarrow \underline{\underline{x=5}}$$

$$\text{o)} \quad -(1-2x)^2 - (2-x)^2 = -5(2-x)^2 - 3$$

$$-(1 - 4x + 4x^2) - (4 - 4x + x^2) = -5(4 - 4x + x^2) - 3$$

$$-1 + 4x - 4x^2 - 4 + 4x - x^2 = -20 + 20x - 5x^2 - 3$$

$$-5x^2 + 8x - 5 = -5x^2 + 20x - 23$$

$$-12x + 18 = 0$$

$$-12x = -18 \Rightarrow x = \frac{-18}{-12} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{3}{2}}}$$

$$\text{p)} \quad x^2 - 2(x+3)^2 = 4(-7+3x) - (x-1)^2$$

$$x^2 - 2(x^2 + 6x + 9) = 4(-7 + 3x) - (x^2 - 2x + 1)$$

$$x^2 - 2x^2 - 12x - 18 = -28 + 12x - x^2 + 2x - 1$$

$$-x^2 - 12x - 18 = -x^2 + 14x - 29$$

$$-26x + 11 = 0 \Rightarrow -26x = -11 \Rightarrow x = \frac{-11}{-26} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{11}{26}}}$$

q) $-(x-2)^2 = -5(x+1)^2 + x(4x-3) - 4(2-3x)$

$$-(x^2 - 4x + 4) = -5(x^2 + 2x + 1) + x(4x - 3) - 4(2 - 3x)$$

$$-x^2 + 4x - 4 = -5x^2 - 10x - 5 + 4x^2 - 3x - 8 + 12x$$

$$-x^2 + 4x - 4 = -x^2 - x - 13$$

$$5x + 9 = 0 \Rightarrow 5x = -9 \Rightarrow x = \frac{-9}{5} \Rightarrow x = \underline{\underline{-\frac{9}{5}}}$$

r) $-(3-x)^2 - (x+1)^2 - (x+2)^2 = -3(x-2)^2$

$$-(9 - 6x + x^2) - (x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 4x + 4) = -3(x^2 - 4x + 4)$$

$$-9 + 6x - x^2 - x^2 - 2x - 1 - x^2 - 4x - 4 = -3x^2 + 12x - 12$$

$$-3x^2 - 14 = -3x^2 + 12x - 12$$

$$-12x - 2 = 0$$

$$-12x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{-12} \Rightarrow x = \underline{\underline{-\frac{1}{6}}}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 5$ y $x = 2$

b) $x^2 - 7x - 18 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 72}}{2} = \frac{7 \pm 11}{2} = \begin{cases} x = 9 \\ x = -2 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 9$ y $x = -2$

c) $2x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 24}}{4} \Rightarrow \nexists \text{ solución real}$$

d) $3x^2 - 6x - 9 = 0 \xrightarrow{:3} x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 3$ y $x = -1$

e) $6x^2 + x - 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12} = \frac{-1 \pm 5}{12} = \begin{cases} x = \frac{4}{12} \rightarrow x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{6}{12} \rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x = \frac{1}{3}$ y $x = -\frac{1}{2}$

f) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6} = \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4}{6} \rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 1$ y $x = \frac{2}{3}$

g) $-3x^2 + 2x - 1 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-12}}{-6} \Rightarrow \nexists \text{ solución real}$$

h) $x^2 + x - 20 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = -5 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 4$ y $x = -5$

i) $2x^2 - 7x - 15 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{4} = \frac{7 \pm 13}{4} = \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{6}{4} \rightarrow x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 5$ y $x = -\frac{3}{2}$

j) $-2(x-2)^2 + 3x + 8 = 0$

$$\begin{aligned} -2(x^2 - 4x + 4) + 3x + 8 &= 0 \Rightarrow -2x^2 + 8x - 8 + 3x + 8 = 0 \Rightarrow -2x^2 + 11x = 0 \Rightarrow x(-2x + 11) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -2x + 11 = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Soluciones: $x = 0$ y $x = \frac{11}{2}$

k) $(x+4)(x-2) = 2 - 3(x+1) - (x-2)^2$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 4x - 8 &= 2 - 3x - 3 - (x^2 - 4x + 4) \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 2 - 3x - 3 - x^2 + 4x - 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 + 2x - 8 &= -x^2 + x - 5 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} = \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Soluciones: $x = 1$ y $x = -\frac{3}{2}$

$$\text{l)} \quad \frac{11}{9} = x - (x-1)^2$$

$$\frac{11}{9} = x - (x^2 - 2x + 1) \Rightarrow \frac{11}{9} = x - x^2 + 2x - 1 \Rightarrow \frac{11}{9} = -x^2 + 3x - 1 \Rightarrow \frac{11}{9} = \frac{-9x^2 + 27x - 9}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 = -9x^2 + 27x - 9 \Rightarrow 9x^2 - 27x + 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 720}}{18} = \frac{27 \pm 3}{18} = \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x = \frac{5}{3}$ y $x = \frac{4}{3}$

$$\text{m)} \quad 2x = 10 - (x-1)^2$$

$$2x = 10 - (x^2 - 2x + 1) \Rightarrow 2x = 10 - x^2 + 2x - 1 \Rightarrow 2x = -x^2 + 2x + 9 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$$

Soluciones: $x = -3$ y $x = 3$

$$\text{n)} \quad -2x^4 + 6x^3 + 8x^2 = 0 \Rightarrow -2x^2(x^2 - 3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (doble)} \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (doble), $x = 4$ y $x = -1$

$$\text{o)} \quad -6x^5 - 39x^4 - 45x^3 = 0 \Rightarrow -3x^3(2x^2 + 13x + 15) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (triple)} \\ 2x^2 + 13x + 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 120}}{4} = \frac{-13 \pm 7}{4} = \begin{cases} x = \frac{-6}{4} \rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5 \end{cases} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (triple), $x = -5$ y $x = -\frac{3}{2}$

p) $\frac{1}{7}x^3 + \frac{1}{7}x^2 - \frac{6}{7}x = 0 \Rightarrow \frac{1}{7}x \cdot (x^2 + x - 6) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{7}x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = \frac{-1+5}{2} \rightarrow x = 2 \\ x = \frac{-1-5}{2} \rightarrow x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0, x = 2$ y $x = -3$

q) $3x^3 - 11x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x \cdot (3x^2 - 11x - 4) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 - 11x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121+48}}{6} = \frac{11 \pm 13}{6} = \begin{cases} x = \frac{11+13}{6} \rightarrow x = 4 \\ x = \frac{11-13}{6} \rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0, x = 4$ y $x = -\frac{1}{3}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

Para resolver este ejercicio aplicamos que “un producto es nulo si y sólo si alguno de los factores es nulo”, es decir,

$$A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 = 0 \\ A_2 = 0 \\ \vdots \\ A_n = 0 \end{cases}$$

A continuación, se resuelve cada una de las ecuaciones $A_i = 0$ con $i = 1, 2, \dots, n$ de forma independiente.

$$\text{a) } (x-4) \cdot (2x+3) \cdot (5x+7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \Leftrightarrow x=4 \\ 2x+3=0 \Leftrightarrow 2x=-3 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2} \\ 5x+7=0 \Leftrightarrow 5x=-7 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{5} \end{cases}$$

Soluciones: $x=4$; $x=-\frac{3}{2}$ y $x=-\frac{7}{5}$

$$\text{b) } (4-5x) \cdot (4x-3) \cdot (-14x+7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-5x=0 \Leftrightarrow -5x=-4 \Leftrightarrow x=\frac{-4}{-5} \Leftrightarrow x=\frac{4}{5} \\ 4x-3=0 \Leftrightarrow 4x=3 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4} \\ -14x+7=0 \Leftrightarrow -14x=-7 \Leftrightarrow x=\frac{-7}{-14} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x=\frac{4}{5}$; $x=\frac{3}{4}$ y $x=\frac{1}{2}$

$$\text{c) } -4x \cdot (6-4x) \cdot (3x+3) \cdot (8-8x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{0}{-4} \Leftrightarrow x=0 \\ 6-4x=0 \Leftrightarrow -4x=-6 \Leftrightarrow x=\frac{-6}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \\ 3x+3=0 \Leftrightarrow 3x=-3 \Leftrightarrow x=\frac{-3}{3} \Leftrightarrow x=-1 \\ 8-8x=0 \Leftrightarrow -8x=-8 \Leftrightarrow x=\frac{-8}{-8} \Leftrightarrow x=1 \end{cases}$$

Soluciones: $x=0$; $x=\frac{3}{2}$; $x=-1$ y $x=1$

$$\text{d) } (3x^2 - 4x) \cdot (x^2 - 36) \cdot (-2x - 1) \cdot (x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (3x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ó } x = \frac{4}{3} \\ x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6 \\ -2x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (doble)} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$; $x = \frac{4}{3}$; $x = -6$; $x = 6$; $x = -\frac{1}{2}$ y $x = 3$ (doble)

$$\text{e) } -7x^3 \cdot (x^2 - 3) \cdot (x^2 + 3) \cdot (1 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -7x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (triple)} \\ x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -3 \Leftrightarrow x = \sqrt{-3} \Rightarrow \text{no solución real} \\ 1 - 3x = 0 \Leftrightarrow -3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (triple); $x = -\sqrt{3}$; $x = \sqrt{3}$ y $x = \frac{1}{3}$

$$\text{f) } 3x^3 \cdot (4x^2 - 4x) \cdot (-x^2 + 5x - 4) \cdot (8 - 9x^2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (triple)} \\ 4x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ó } x = 1 \\ -x^2 + 5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{-2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-2} = \frac{-5 \pm 3}{-2} = \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \\ 8 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow -9x^2 = -8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{9} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (cuádruple); $x = 1$ (doble); $x = 4$ y $x = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$

$$\text{g) } (4x^2 - 5x) \cdot (4x + x^2) \cdot (2 + 3x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(4x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ó } x = \frac{5}{4} \\ 4x + x^2 = 0 \Leftrightarrow x(4 + x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ó } x = -4 \\ 2 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \sqrt{-\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{no solución real} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (doble); $x = \frac{5}{4}$ y $x = -4$

$$\text{h)} \quad 3x^2 \cdot (x^2 - 5x + 6) \cdot (-2x^3 + 16) \cdot (8 - 2x^2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (doble)} \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \\ -2x^3 + 16 = 0 \Leftrightarrow -2x^3 = -16 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8} \Leftrightarrow x = 2 \\ 8 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 = -8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (doble); $x = 3$; $x = 2$ (triple) y $x = -2$

$$\text{i)} \quad (4 - 7x) \cdot (4x^2 - 12x + 16) \cdot (x^2 + 81) \cdot (7x - 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 7x = 0 \Leftrightarrow -7x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7} \\ 4x^2 - 12x + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 16}}{2} \Rightarrow \text{no solución real} \\ x^2 + 81 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -81 \Leftrightarrow x = \sqrt{-81} \Rightarrow \text{no solución real} \\ 7x - 5 = 0 \Leftrightarrow 7x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{7} \end{cases}$$

Soluciones: $x = \frac{4}{7}$ y $x = \frac{5}{7}$

$$\text{j)} \quad \frac{2}{3}x^3 \cdot (x^2 + x + 1) \cdot (7x^2 + 3) \cdot (x^2 - 9) \cdot (5x^2 - 3x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (triple)} \\ x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \Rightarrow \text{no solución real} \\ 7x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{3}{7} \Leftrightarrow x = \sqrt{-\frac{3}{7}} \Rightarrow \text{no solución real} \\ x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \sqrt{9} \Leftrightarrow x = \pm 3 \\ 5x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(5x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ o } x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (cuádruple); $x = -3$; $x = 3$ y $x = \frac{3}{5}$

$$\mathbf{k)} \quad (x^2 - 4x + 4) \cdot (1 + x^2) \cdot (1 + x^3) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 - 5) \cdot (9x^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (doble)} \\ 1 + x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt{-1} \Rightarrow \nexists \text{ solución real} \\ 1 + x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-1} \Leftrightarrow x = -1 \\ x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \\ x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5} \\ 9x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 = \frac{25}{9} \Leftrightarrow x = \pm\frac{5}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 2$ (doble); $x = -1$ (doble); $x = \pm\sqrt{5}$ y $x = \pm\frac{5}{3}$

$$\mathbf{l)} \quad \sqrt{5}x^4 \cdot (4 - 5x) \cdot (4x^2 + 12x + 9) \cdot (x^2 + 7) \cdot (2x^5 + 64) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5}x^4 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (cuádruple)} \\ 4 - 5x = 0 \Leftrightarrow -5x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5} \\ 4x^2 + 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{-12 \pm 0}{8} = \begin{cases} x = \frac{-12 + 0}{8}; x = -\frac{3}{2} \\ x = \frac{-12 - 0}{8}; x = -\frac{3}{2} \end{cases} \\ x^2 + 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -7 \Leftrightarrow x = \sqrt{-7} \Rightarrow \nexists \text{ solución real} \\ 2x^5 + 64 = 0 \Leftrightarrow 2x^5 = -64 \Leftrightarrow x^5 = -32 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-32} \Leftrightarrow x = -2 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (cuádruple); $x = \frac{4}{5}$; $x = -\frac{3}{2}$ (doble) y $x = -2$

$$\mathbf{m)} \quad -2x^2 \cdot (3x^2 - 5x + 2) \cdot (x^2 + 4x + 9) \cdot (x^3 + 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (doble)} \\ 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6} = \begin{cases} x = \frac{5 + 1}{6}; x = 1 \\ x = \frac{5 - 1}{6}; x = \frac{2}{3} \end{cases} \\ x^2 + 4x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 36}}{2} \Rightarrow \nexists \text{ solución real} \\ x^3 + 7 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -7 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-7} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (doble); $x = 1$; $x = \frac{2}{3}$ y $x = \sqrt[3]{-7}$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

a) $2x^4 - 3x^2 - 20 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$2t^2 - 3t - 20 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $2t^2 - 3t - 20 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{4} = \frac{3 \pm 13}{4} = \begin{cases} t = 4 \\ t = -\frac{5}{2} \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

• $t = -\frac{5}{2} \Rightarrow x^2 = -\frac{5}{2} \Rightarrow x = \sqrt{-\frac{5}{2}} \Rightarrow$ no existe solución real

• $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

Soluciones: $x = -2$ y $x = 2$

b) $-x^4 + 5x^2 + 36 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$-t^2 + 5t + 36 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $-t^2 + 5t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{-2} = \frac{-5 \pm 13}{-2} = \begin{cases} t = -4 \\ t = 9 \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

• $t = -4 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \Rightarrow$ no existe solución real

• $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

Soluciones: $x = -3$ y $x = 3$

c) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$t^2 - 50t + 49 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $t^2 - 50t + 49 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 196}}{2} = \frac{50 \pm 48}{2} = \begin{cases} t = 49 \\ t = 1 \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

• $t = 49 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = \sqrt{49} = \pm 7$

• $t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$

Soluciones: $x = -7; x = 7; x = -1$ y $x = 1$

d) $x^4 + 6x^2 + 8 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$t^2 + 6t + 8 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $t^2 + 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} = \begin{cases} t = -2 \\ t = -4 \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

• $t = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow x = \sqrt{-2} \Rightarrow$ no existe solución real

• $t = -4 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \Rightarrow$ no existe solución real

La ecuación no tiene solución

e) $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$4t^2 + 7t - 2 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $4t^2 + 7t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8} = \frac{-7 \pm 9}{8} = \begin{cases} t = \frac{1}{4} \\ t = -2 \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

• $t = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \Rightarrow x = \sqrt{-2} \Rightarrow$ no existe solución real

• $t = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$

Soluciones: $x = -\frac{1}{2}$ y $x = \frac{1}{2}$

f) $9x^4 + 35x^2 - 4 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$9t^2 + 35t - 4 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$9t^2 + 35t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-35 \pm \sqrt{1225 + 144}}{18} = \frac{-35 \pm 37}{18} = \begin{cases} t = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \\ t = \frac{-72}{18} = -4 \end{cases}$$

3) Deshacemos el cambio de variable

$$\bullet t = -4 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \Rightarrow \text{no existe solución real}$$

$$\bullet t = \frac{1}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{9}} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$$

Soluciones: $x = -\frac{1}{3}$ y $x = \frac{1}{3}$

g) $-6x^2 + 9x^4 + 1 = 0 \Rightarrow 9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^2 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$9t^2 - 6t + 1 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$9t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{6 \pm 0}{18} = \begin{cases} t = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \\ t = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

3) Deshacemos el cambio de variable

$$\bullet t = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{racionalizando}} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Soluciones: $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ y $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

h) $x^6 - 19x^3 - 216 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^3 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$t^2 - 19t - 216 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado: $t^2 - 19t - 216 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{19 \pm \sqrt{361 + 864}}{2} = \frac{19 \pm 35}{2} = \begin{cases} t = 27 \\ t = -8 \end{cases}$

3) Deshacemos el cambio de variable

$$\bullet t = 27 \Rightarrow x^3 = 27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{27} \Rightarrow x = 3$$

$$\bullet t = -8 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-8} \Rightarrow x = -2$$

Soluciones: $x = 3$ y $x = -2$

i) $x^8 - x^4 - 240 = 0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^4 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$t^2 - t - 240 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$t^2 - t - 240 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{1+960}}{2} = \frac{1+31}{2} = \begin{cases} t=16 \\ t=-15 \end{cases}$$

3) Deshacemos el cambio de variable

- $t=16 \Rightarrow x^4=16 \Rightarrow x=\sqrt[4]{16} \Rightarrow x=\pm 2$

- $t=-15 \Rightarrow x^4=-15 \Rightarrow x=\sqrt[4]{-15} \Rightarrow \nexists$ solución real

Soluciones: $x=-2$ y $x=2$

j) $x^5(x^5+32)=-x^5-32 \Rightarrow x^{10}+32x^5+x^5+32=0 \Rightarrow x^{10}+33x^5+32=0$

1) Hacemos el cambio de variable $x^5 = t$ y la ecuación se convierte en la ecuación de 2º grado:

$$t^2 + 33t + 32 = 0$$

2) Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$t^2 + 33t + 32 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-33 \pm \sqrt{1089-128}}{2} = \frac{-33+31}{2} = \begin{cases} t=-1 \\ t=-32 \end{cases}$$

3) Deshacemos el cambio de variable

- $t=-1 \Rightarrow x^5=-1 \Rightarrow x=\sqrt[5]{-1} \Rightarrow x=-1$

- $t=-32 \Rightarrow x^5=-32 \Rightarrow x=\sqrt[5]{-32} \Rightarrow x=-2$

Soluciones: $x=-1$ y $x=-2$

k) $x^3 + x^2 = 16x - 20 \Rightarrow x^3 + x^2 - 16x + 20 = 0$

Posibles raíces enteras = {divisores de 20} = $\{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20\}$

1	+1	-16	+20	
2	+2	+6	-20	
1	+3	-10	0	$\Rightarrow x^3 + x^2 - 16x + 20 = (x-2)(x^2 + 3x - 10)$

Luego $x^3 + x^2 - 16x + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 3x - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow \underline{x=2} \\ x^2 + 3x - 10 = 0 (*) \end{cases}$

$$(*) x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = \begin{cases} x=2 \\ x=-5 \end{cases}$$

Soluciones: $x=2$ (doble) y $x=-5$

l) $2x^3 - 5x(x+1) = -3 - x \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 - 5x + 3 + x = 0 \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$

Posibles raíces enteras = {divisores de 3} = $\{\pm 1, \pm 3\}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & -4 & +3 \\ -1 & & -2 & +7 & -3 \\ \hline & 2 & -7 & +3 & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = (x+1)(2x^2 - 7x + 3)$$

Luego $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(2x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ 2x^2 - 7x + 3 = 0 (*) \end{cases}$

$$(*) 2x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{cases} x=3 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x=-1$, $x=3$ y $x=\frac{1}{2}$

m) $6x^3 + 25x^2 - 24x + 5 = 0$

Posibles raíces enteras = {divisores de 5} = $\{\pm 1, \pm 5\}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & +25 & -24 & +5 \\ -5 & & -30 & +25 & -5 \\ \hline & 6 & -5 & +1 & \boxed{0} \end{array} \Rightarrow 6x^3 + 25x^2 - 24x + 5 = (x+5)(6x^2 - 5x + 1)$$

Luego $6x^3 + 25x^2 - 24x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x+5)(6x^2 - 5x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ 6x^2 - 5x + 1 = 0 (*) \end{cases}$

$$(*) 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} = \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Soluciones: $x=-5$, $x=\frac{1}{2}$ y $x=\frac{1}{3}$

n) $-3x^5 - 7x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x = 0$

1) Extraemos "x" factor común y tenemos:

$$-3x^5 - 7x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (-3x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -3x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x + 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

2) Resolvemos la ecuación $-3x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x + 2 = 0 \quad (*)$

Posibles raíces enteras = {divisores de 2} = $\{\pm 1, \pm 2\}$

-1	-3	-7	+1	+7	+2	
		+3	+4	-5	-2	
	-3	-4	+5	+2	0	$\Rightarrow (x+1)(-3x^3 - 4x^2 + 5x + 2)$
+1		-3	-7	-2		
	-3	-7	-2	0		$\Rightarrow (x+1)(x-1)(-3x^2 - 7x - 2)$

$$-3x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)(-3x^2 - 7x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ -3x^2 - 7x - 2 = 0 \quad (**) \end{cases}$$

Finalmente resolvemos la ecuación (**)

$$-3x^2 - 7x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{-6} = \frac{7 \pm 5}{-6} = \begin{cases} \underline{x = -2} \\ \underline{x = -\frac{1}{3}} \end{cases}$$

Soluciones: $x=0 \quad x=-1 \quad x=1 \quad x=-2 \quad y \quad x=-\frac{1}{3}$

o) $2x^2(x^2 - 1) - 3x^2 = -3 - x^3 + x \Rightarrow 2x^4 - 2x^2 - 3x^2 + 3 + x^3 - x = 0 \Rightarrow 2x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 3 = 0$

Posibles raíces enteras = {divisores de 3} = $\{\pm 1, \pm 3\}$

-1	2	+1	-5	-1	+3	
		-2	+1	+4	-3	
	2	-1	-4	+3	0	$\Rightarrow (x+1)(2x^3 - x^2 - 4x + 3)$
+1		+2	+1	-3		
	2	+1	-3	0		$\Rightarrow (x+1)(x-1)(2x^2 + x - 3)$

$$2x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)(2x^2 + x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ 2x^2 + x - 3 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Finalmente resolvemos la ecuación (*)

$$2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} = \begin{cases} x = \frac{4}{4} \Rightarrow \underline{x=1} \\ x = \frac{-6}{4} \Rightarrow \underline{x=-\frac{3}{2}} \end{cases}$$

Soluciones: $x=1$ (doble) $x=-1$ y $x=-\frac{3}{2}$

p) $x^5 - 9x^4 + 15x^3 + 25x^2 = 0$

1) Extraemos “ x^2 ” factor común y tenemos:

$$x^5 - 9x^4 + 15x^3 + 25x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x^3 - 9x^2 + 15x + 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = 0 \text{ (*)} \end{cases}$$

2) Resolvemos la ecuación $x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = 0$ (*)

Posibles raíces enteras = {divisores de 25} = { $\pm 1, \pm 5, \pm 25$ }

1	-9	+15	+25	
5	+5	-20	-25	
1	-4	-5	0	$\Rightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = (x-5)(x^2 - 4x - 5)$

Luego $x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x^2 - 4x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow \underline{x=5} \\ x^2 - 4x - 5 = 0 \text{ (**)} \end{cases}$

$$(**) \quad x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} \underline{x=5} \\ \underline{x=-1} \end{cases}$$

Soluciones: $x=0$ (doble) $x=5$ (doble) y $x=-1$

q) $x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15 = 0$

Posibles raíces enteras = {divisores de -15} = $\{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15\}$

	1	+ 2	- 14	+ 2	- 15	
+ 3		+ 3	+ 15	+ 3	+ 15	
	1	+ 5	+ 1	+ 5	0	$\Rightarrow (x-3)(x^3 + 5x^2 + x + 5)$

- 5		- 5	0	- 5	
	1	0	+ 1	0	$\Rightarrow (x-3)(x+5)(x^2 + 1)$

$$x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+5)(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow \underline{x=3} \\ x+5=0 \Rightarrow \underline{x=-5} \\ x^2+1=0 \Rightarrow x^2=-1 \Rightarrow \text{no tiene solución real} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 3$ y $x = -5$

r) $-x^5 + 3x^4 + 9x^3 + 5x^2 = 0$

1) Extraemos " x^2 " factor común y tenemos:

$$-x^5 + 3x^4 + 9x^3 + 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (-x^3 + 3x^2 + 9x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow \underline{x=0} \text{ (doble)} \\ -x^3 + 3x^2 + 9x + 5 = 0 \text{ (*)} \end{cases}$$

2) Resolvemos la ecuación $-x^3 + 3x^2 + 9x + 5 = 0$ (*)

Posibles raíces enteras = {divisores de 5} = $\{\pm 1, \pm 5\}$

	-1	+ 3	+ 9	+ 5	
5		- 5	- 10	- 5	
	-1	- 2	- 1	0	$\Rightarrow -x^3 + 3x^2 + 9x + 5 = (x-5)(-x^2 - 2x - 1)$

Luego $-x^3 + 3x^2 + 9x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(-x^2 - 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow \underline{x=5} \\ -x^2 - 2x - 1 = 0 \text{ (**)} \end{cases}$

$$(**) -x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{-2} = \frac{2 \pm 0}{-2} = \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Soluciones: $x = 0$ (doble) $x = -1$ (doble) y $x = 5$