

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{18} \sqrt[4]{36} =$

b) $\frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4})^3 =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} =$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1, \quad Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 3 \quad R(x) = 2x^2 - x + 1$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $P(x) - Q(x) - R(x)$

b) $3Q(x) - P(x) - 3R(x)$

c) $Q(x) \cdot R(x)$

d) $[R(x) - Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división $P(x) \div Q(x)$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

5. Realiza la división $(-x^4 + 2x^6 + 3x^2 - x + 3) \div (x + 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

6. Hallar el valor de k para que al efectuar la división $(2x^3 - x^2 + kx - 3) \div (x - 1)$ el resto sea 0 (división exacta). **(1 punto)**

Consejo: en los ejercicios de raíces, antes de aplicar las propiedades, debes de factorizar previamente aquellos números que no sean primos.

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \sqrt{18} \sqrt[4]{36} = \sqrt{2 \cdot 3^2} \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4} \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = \sqrt{2^4 \cdot 3^6} = 2 \cdot 3 \sqrt[4]{3^2} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2 \cdot 3}}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^2 \cdot 3}{2^2}} = \sqrt[6]{3}$$

$$2. \text{ a) } \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4}\right)^3 = \left(\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{2^2}\right)^3 = \sqrt[4]{2^3} \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[12]{2^9} \sqrt[12]{2^{24}} = \sqrt[12]{2^{33}} = 2^2 \sqrt[12]{2^9} = 4 \sqrt[4]{2^3} = 4 \sqrt[4]{8}$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[4]{2}$$

$$3. \text{ a) } P(x) - Q(x) - R(x) = (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) - (-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^2 - x + 1) =$$

$$= 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1 + x^3 - 2x^2 + 3 - 2x^2 + x - 1 = 2x^5 - 2x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

$$\text{b) } 3Q(x) - P(x) - 3R(x) = 3(-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) - 3(2x^2 - x + 1) =$$

$$= -3x^3 + 6x^2 - 9 - 2x^5 + 3x^3 - 2x + 1 - 6x^2 + 3x - 3 = -2x^5 + x - 11$$

$$\text{c) } Q(x) \cdot R(x) = (-x^3 + 2x^2 - 3)(2x^2 - x + 1) =$$

$$= -2x^5 + x^4 - x^3 + 4x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x^2 + 3x - 3 = -2x^5 + 5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x - 3$$

$$\text{d) } [R(x) - Q(x)] \cdot P(x) = [(2x^2 - x + 1) - (-x^3 + 2x^2 - 3)](2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) =$$

$$= (2x^2 - x + 1 + x^3 - 2x^2 + 3)(2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) = (x^3 - x + 4)(2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) =$$

$$= 2x^8 - 3x^6 + 2x^4 - x^3 - 2x^6 + 3x^4 - 2x^2 + x + 8x^5 - 12x^3 + 8x - 4 =$$

$$= 2x^8 - 5x^6 + 8x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 2x^2 + 9x - 4$$

$$4. \begin{array}{r} 2x^5 \quad -3x^3 \quad +2x \quad -1 \quad \left| \begin{array}{l} -x^3 + 2x^2 - 3 \\ -2x^2 - 4x - 5 \end{array} \right. \\ \hline -2x^5 + 4x^4 \quad -6x^2 \quad \\ \hline 4x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 2x - 1 \\ -4x^4 + 8x^3 \quad -12x \\ \hline 5x^3 - 6x^2 - 10x - 1 \\ -5x^3 + 10x^2 \quad -15 \\ \hline 4x^2 - 10x - 16 \end{array}$$

Cociente: $C(x) = -2x^2 - 4x - 5$; Resto: $R(x) = 4x^2 - 10x - 16$

5. El dividendo ordenado es $2x^6 - x^4 + 3x^2 - x + 3$. El divisor es $x + 2$. Aplicando la regla de Ruffini con $x = -2$ tenemos:

	2	0	-1	0	3	-1	3
-2		-4	8	-14	28	-62	126
	2	-4	7	-14	31	-63	129

Cociente: $C(x) = 2x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 14x^2 + 31x - 63$; Resto: $R = 129$

6. Aplicando la regla de Ruffini:

	2	-1	k	-3
1		2	1	$k + 1$
	2	1	$k + 1$	$k - 2$

Entonces, como el resto de la división es 0, $k - 2 = 0$, y entonces $k = 2$.