***Instrucciones**: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.*

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

   a) $\sqrt[3]{x}\,\sqrt[4]{x^3} =$ b) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt[4]{9}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

   a) $\left(\sqrt[3]{3}\sqrt{6}\right)^4 =$ b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}} =$

3. Dados los polinomios:

   $P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1,\ Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1\ \ R(x) = -x^2 - 2x + 2$

   realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

   a) $P(x) - Q(x) - R(x)$ b) $Q(x) - 2P(x) + 3R(x)$

   c) $Q(x) \cdot R(x)$ d) $\left[R(x) + Q(x)\right] \cdot P(x)$

4. Realiza la división $P(x) \div R(x)$, donde $P(x)$ y $R(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

5. Realiza la división $\left(-2x^3 - x^5 - x^2 + 2x - 3\right) \div (x-2)$ utilizando la regla de Ruffini.
   Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

6. Hallar el valor de *k* para que al efectuar la división $\left(-3x^3 + x^2 - kx + 3\right) \div (x+1)$ el resto sea 0 (división exacta). **(1 punto)**

***Consejo**: en los ejercicios de raíces, antes de aplicar las propiedades, debes de factorizar previamente aquellos números que no sean primos.*

Soluciones:

1. a) $\sqrt[3]{x}\,\sqrt[4]{x^3}=\sqrt[12]{x^4}\,\sqrt[12]{x^9}=\sqrt[12]{x^{13}}=x\sqrt[12]{x}$

   b) $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt[4]{9}}=\dfrac{\sqrt{3\cdot 5}}{\sqrt[4]{3^2}}=\dfrac{\sqrt[4]{3^2\cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3^2}}=\sqrt[4]{\dfrac{3^2\cdot 5^2}{3^2}}=\sqrt[4]{5^2}=\sqrt{5}$

2. a) $\left(\sqrt[3]{3}\sqrt{6}\right)^4=\left(\sqrt[3]{3}\sqrt{2\cdot 3}\right)^4=\sqrt[3]{3^4}\,\sqrt{2^4\cdot 3^4}=\sqrt[6]{3^8}\,\sqrt[6]{2^{12}\cdot 3^{12}}=\sqrt[6]{3^{20}\cdot 2^{12}}=2\cdot 3^3\sqrt[6]{3^2}=54\sqrt[3]{3}$

   b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}}=\sqrt[24]{a^8}=\sqrt[8]{a}$

3. a) $P(x)-Q(x)-R(x)=\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)-\left(2x^3+x^2+1\right)-\left(-x^2-2x+2\right)=$

   $=-2x^4+x^2-3x+1-2x^3-x^2-1+x^2+2x-2=-2x^4-2x^3+x^2-x-2$

   b) $Q(x)-2P(x)+3R(x)=\left(2x^3+x^2+1\right)-2\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)+3\left(-x^2-2x+2\right)=$

   $=2x^3+x^2+1+4x^4-2x^2+6x-2-3x^2-6x+6=4x^4+2x^3-4x^2+5$

   c) $Q(x)\cdot R(x)=\left(2x^3+x^2+1\right)\left(-x^2-2x+2\right)=$

   $=-2x^5-4x^4+4x^3-x^4-2x^3+2x^2-x^2-2x+2=-2x^5-5x^4+2x^3+x^2-2x+2$

   d) $\left[R(x)+Q(x)\right]\cdot P(x)=\left[\left(-x^2-2x+2\right)+\left(2x^3+x^2+1\right)\right]\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)=$

   $=\left(2x^3-2x+3\right)\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)=-4x^7+2x^5-6x^4+2x^3+4x^5-2x^3+6x^2-2x$

   $-6x^4+3x^2-9x+3=-4x^7+6x^5-12x^4+9x^2-11x+3$

4.
$$
\begin{array}{rl}
-2x^4 \qquad\quad +x^2-3x+1 & \big|\, \underline{-x^2-2x+2} \\
\underline{2x^4+4x^3-4x^2 \qquad\qquad} & \;2x^2-4x+11 \\
4x^3-3x^2-3x+1 & \\
\underline{-4x^3-8x^2+8x \qquad} & \\
-11x^2+5x+1 & \\
\underline{11x^2+22x-22} & \\
27x-21 &
\end{array}
$$

   Cociente: $C(x)=2x^2-4x+11$; Resto: $R(x)=27x-21$

5. El dividendo ordenado es $-x^5-2x^3-x^2+2x-3$. El divisor es $x-2$. Aplicando la regla de Ruffini con $x=2$ tenemos:

	-1	0	-2	-1	2	-3
2		-2	-4	-12	-26	-48
	-1	-2	-6	-13	-24	$\boxed{-51}$

Cociente: $C(x)=-x^4-2x^3-6x^2-13x-24$; Resto: $R=-51$

6. Aplicando la regla de Ruffini:

	-3	1	$-k$	3
-1		3	-4	$k+4$
	-3	4	$-k-4$	$\boxed{k+7}$

7. Entonces, como el resto de la división es 0, $k+7=0$, y entonces $k=-7$.