

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

Ecuaciones y sistemas:

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (la primera es de primer grado y la segunda de segundo grado): **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\frac{x+4}{2} - \frac{6-x}{4} = \frac{1-3x}{5} + 3$

b) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1)$

2. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres más adecuado: **(1 punto)**

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 7 \\ \frac{2x+y}{4} - \frac{y-2}{2} = 5 - \frac{3x-5}{2} \end{array} \right\}$$

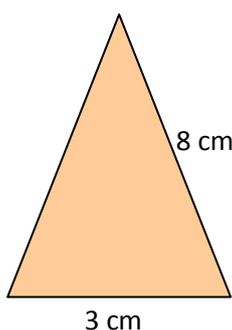
Problemas:

3. Halla un número de tal forma que la suma de su doble más su triple sea igual al número más 28. **(1 punto)**
4. La edad de Marta es la mitad que la de su hermano Miguel y la edad de Miguel menos 10 años es igual a la edad de su hermana Marta más 2 años. ¿Cuántos años tiene cada uno? **(1 punto)**

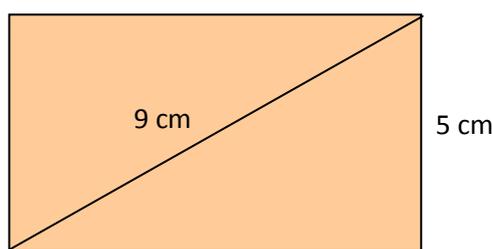
Geometría:

5. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 3 centímetros y la hipotenusa 7 centímetros. ¿Cuánto mide el otro cateto? ¿Cuál es el área del triángulo? **(1 punto)**
6. Halla el área de las figuras sombreadas. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

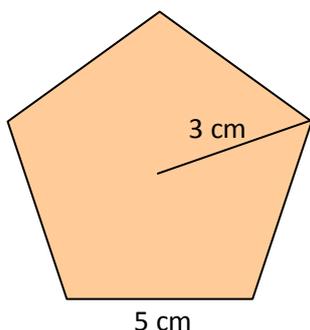
a) Triángulo isósceles:



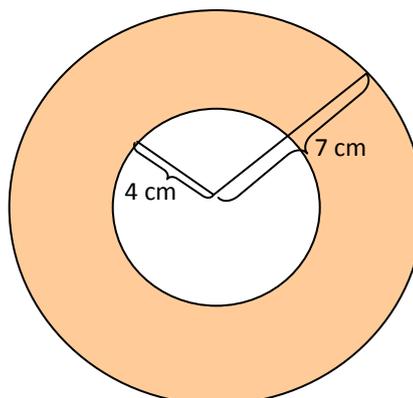
b) Rectángulo:



c) Pentágono



d) Corona circular



Soluciones:

1. a) $\frac{x+4}{2} - \frac{6-x}{4} = \frac{1-3x}{5} + 3 \Rightarrow 10(x+4) - 5(6-x) = 4(1-3x) + 60 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 10x + 40 - 30 + 5x = 4 - 12x + 60 \Rightarrow 15x + 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -12x + 64 \Rightarrow 15x + 12x = 64 - 10 \Rightarrow 27x = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{27} \Rightarrow x = 2.$

b) $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1) \Rightarrow 3(x^2-1) - (x-5) = 4(x+1) \Rightarrow$
 $3x^2 - 3 - x + 5 = 4x + 4 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} =$
 $= \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{12}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$

2. $\left. \begin{array}{l} x-2y=7 \\ \frac{2x+y}{4} - \frac{y-2}{2} = 5 - \frac{3x-5}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-2y=7 \\ 2x+y-2(y-2) = 20-2(3x-5) \end{array} \right\} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-2y=7 \\ 2x+y-2y+4 = 20-6x+10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-2y=7 \\ 8x-y=26 \end{array} \right\}. \text{ Despejando } x \text{ de la primera ecuación } x=7+2y.$

Sustituyendo este valor en la segunda: $8(7+2y) - y = 26 \Rightarrow$

$\Rightarrow 56 + 16y - y = 26 \Rightarrow 15y = -30 \Rightarrow y = \frac{-30}{15} \Rightarrow y = -2.$ De aquí se obtiene el valor de la incógnita x :
 $x = 7 + 2y \Rightarrow x = 7 + 2(-2) = 7 - 4 \Rightarrow x = 3.$

3. Llamemos x al número. Entonces:

$2x + 3x = x + 28 \Rightarrow 5x \Rightarrow x + 28 \Rightarrow 5x - x = 28 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{4} \Rightarrow x = 7.$

Así pues el número que se busca es el 7.

4. Llamemos x a la edad de Marta y llamemos y a la edad de Miguel. Entonces, según el enunciado:

$\left. \begin{array}{l} x = \frac{y}{2} \\ y - 10 = x + 2 \end{array} \right\}. \text{ Despejando } y \text{ de la primera ecuación tenemos: } y = 2x. \text{ Sustituyendo este valor en la segunda}$
ecuación:

$2x - 10 = x + 2 \Rightarrow 2x - x = 2 + 10 \Rightarrow x = 12.$

Volviendo a sustituir este valor $y = 2 \cdot 12 \Rightarrow y = 24.$

Así pues, la edad de Marta es de 12 años y la de Miguel de 24 años.

5. Por el teorema de Pitágoras, la longitud c del otro cateto será:

$$7^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 49 - 9 \Rightarrow c^2 = 40 \Rightarrow c = \sqrt{40} \Rightarrow c \cong 6,32 \text{ centímetros.}$$

$$\text{El área del triángulo rectángulo será: } A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{3 \cdot 6,32}{2} = 9,48 \text{ cm}^2.$$

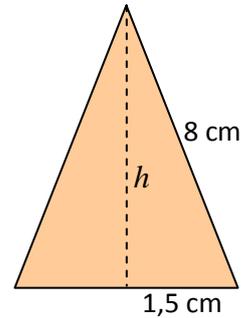
6. a) Hallemos la altura h utilizando el teorema de Pitágoras:

$$8^2 = h^2 + 1,5^2 \Rightarrow h^2 = 64 - 2,25 \Rightarrow h^2 = 61,75$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{61,75} \Rightarrow h \cong 7,858 \text{ cm.}$$

Por tanto el área del triángulo es

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{3 \cdot 7,858}{2} = 11,787 \text{ cm}^2.$$

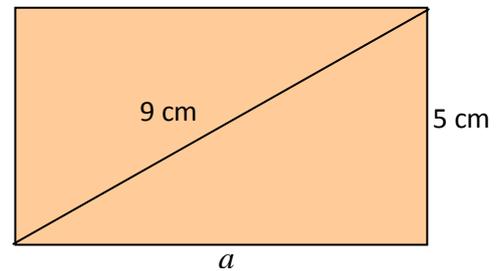


b) El lado a del rectángulo lo hallaremos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$9^2 = 5^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 81 - 25 \Rightarrow a^2 = 56 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{56} \cong 7,48 \text{ cm.}$$

Por tanto el área del rectángulo es $A = \text{base} \cdot \text{altura} = 7,48 \cdot 5 = 37,4 \text{ cm}^2.$



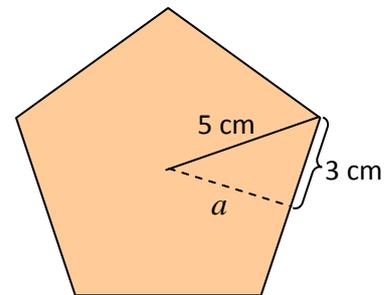
c) La apotema a del pentágono se puede hallar mediante el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = a^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = a^2 + 9 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \text{ cm.}$$

Entonces el área del pentágono es:

$$A = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{30 \cdot 4}{2} = 60 \text{ cm}^2.$$



d) El área de la corona circular es: $A = \pi R^2 - \pi r^2$, donde R es el radio mayor y r es el radio menor. Por tanto:

$$A = \pi 5^2 - \pi 2^2 = 25\pi - 4\pi = 21\pi = 65,97 \text{ cm}^2.$$

