

10 ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

EJERCICIOS PROPUESTOS

10.1 Se lanza un dado, y se obtienen estos resultados.

5 4 3 6 2 1 3 4 5 6 1 2 4 3 1 2 2 5 4 6

Construye una tabla estadística.

| Datos | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------|----------|---------------------|---------------------|
| 1 | /// | 3 | $\frac{3}{20}$ |
| 2 | //// | 4 | $\frac{4}{20}$ |
| 3 | /// | 3 | $\frac{3}{20}$ |
| 4 | //// | 4 | $\frac{4}{20}$ |
| 5 | /// | 3 | $\frac{3}{20}$ |
| 6 | /// | 3 | $\frac{3}{20}$ |
| | | 20 | 1 |

10.2 La duración, en minutos, de 10 llamadas telefónicas ha sido:

8 4 7 4 8 6 5 4 7 8

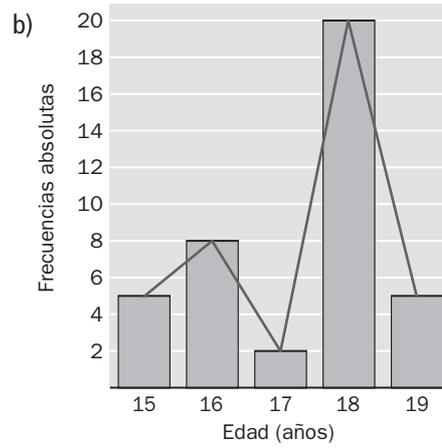
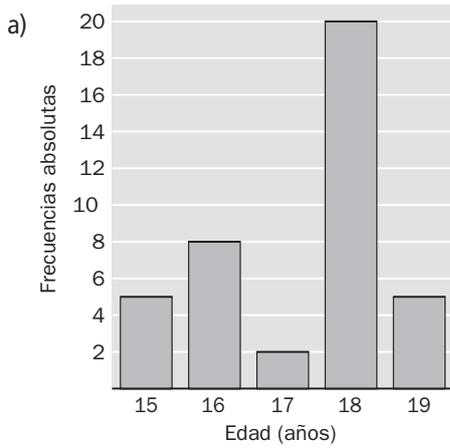
Elabora una tabla estadística.

| Duración en minutos | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 4 | 3 | $\frac{3}{10}$ |
| 5 | 1 | $\frac{1}{10}$ |
| 6 | 1 | $\frac{1}{10}$ |
| 7 | 2 | $\frac{2}{10}$ |
| 8 | 3 | $\frac{3}{10}$ |
| | 10 | 1 |

10.3 La tabla recoge la edad de un grupo de jóvenes encuestados.

| | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|----|
| Edad (años) | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Frecuencia absoluta | 5 | 8 | 2 | 20 | 5 |

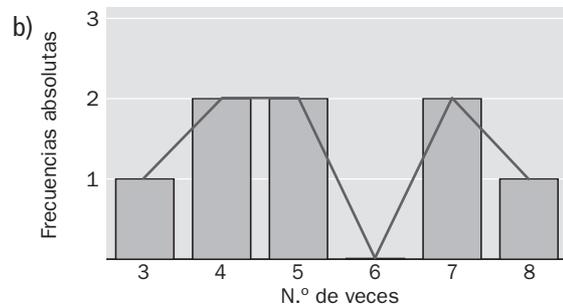
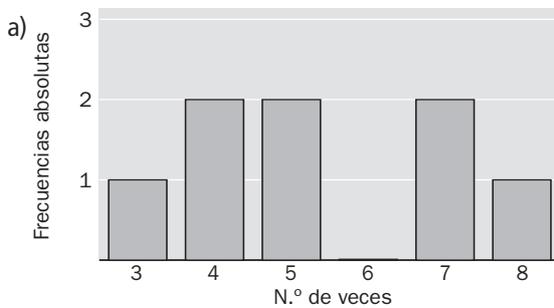
- a) Realiza el diagrama de barras.
b) Dibuja el polígono de frecuencias.



10.4 Las veces que han ido al teatro un grupo de amigos en un año son:

4 8 5 3 4 7 7 5

- a) Representa los datos en un diagrama de barras.
b) Dibuja el polígono de frecuencias.



10.5 Realiza un diagrama de sectores con los siguientes datos.

o o e i u e a a e e i a i i e

$$\frac{360^\circ}{n.^\circ \text{ total de datos}} = \frac{n^\circ}{\text{frecuencia absoluta correspondiente}}$$

| Vocal | Frecuencia absoluta |
|-------|---------------------|
| a | 3 |
| e | 5 |
| i | 4 |
| o | 2 |
| u | 1 |
| | 15 |

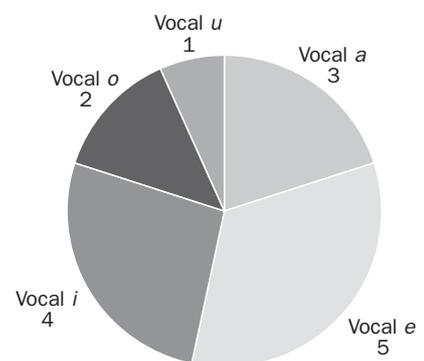
$$a: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{3} \Rightarrow n^\circ = 72^\circ$$

$$e: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 120^\circ$$

$$i: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 96^\circ$$

$$o: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 48^\circ$$

$$u: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{1} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$$



10.6 Representa los datos de la tabla en un diagrama de sectores.

| | | | | | |
|----------------------------|----|----|----|----|----|
| Edad (años) | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| Frecuencia absoluta | 5 | 8 | 2 | 20 | 5 |

$$\frac{360^\circ}{n.\text{º total de datos}} = \frac{n^\circ}{\text{frecuencia absoluta correspondiente}}$$

| Edad | Frecuencia absoluta |
|------|---------------------|
| 15 | 5 |
| 16 | 8 |
| 17 | 2 |
| 18 | 20 |
| 19 | 5 |
| | 40 |

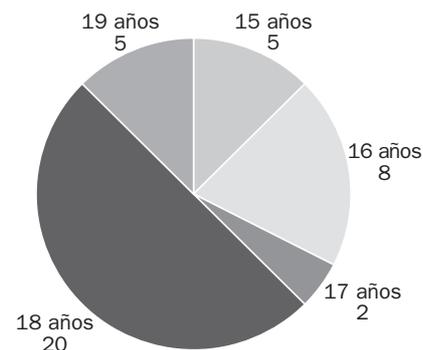
$$15 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 45^\circ$$

$$16 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{8} \Rightarrow n^\circ = 72^\circ$$

$$17 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 18^\circ$$

$$18 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{20} \Rightarrow n^\circ = 180^\circ$$

$$19 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 45^\circ$$



10.7 Calcula la media aritmética simple de este conjunto de datos.

1 2 1 5 1 0 1 2 3 2 1 2 1 3 1 2 2 4 2 2 0 2 2 1 2 1 2 0

| Datos | Frecuencias absolutas | Productos |
|-------|-----------------------|-----------|
| 0 | 3 | 0 |
| 1 | 9 | 9 |
| 2 | 12 | 24 |
| 3 | 2 | 6 |
| 4 | 1 | 4 |
| 5 | 1 | 5 |
| | 28 | 48 |

$$\text{Media aritmética simple} = \frac{48}{28} = 1,71$$

10.8 Para hallar la puntuación final de una prueba de atletismo se multiplica por 3 el resultado de la primera marca, por 4 el de la segunda y por 5 el de la tercera. Las marcas de Belén son 9, 5 y 2. Halla la media aritmética ponderada que obtiene.

$$\text{Media aritmética ponderada} = \frac{3 \cdot 9 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2}{3 + 4 + 5} = \frac{57}{12} = 4,75$$

10.9 Halla la moda de los siguientes conjuntos de datos.

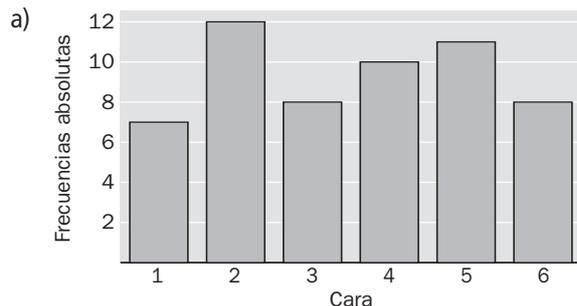
- a) 1 2 3 2 3 2 3 2 3 2 3 2 2 3 4
- b) a a a a a a a a a a a a a a a a a
- c) a a a a a a a a b a a a a a a a a
- d) 1 3 2 4 5 3 2 3 1 1 4 2 5 1 3 1 3

- a) Moda = 2
- b) Moda = a
- c) Moda = a
- d) Moda = 1 y 3

10.10 Se ha lanzado un dado y se han obtenido los siguientes resultados de la tabla.

| | | | | | | |
|----------------------------|---|----|---|----|----|---|
| Cara | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Frecuencia absoluta | 7 | 12 | 8 | 10 | 11 | 8 |

- a) Dibuja un diagrama de barras.
 b) Halla la media aritmética y la moda.



b) Media aritmética = $\frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 11 + 6 \cdot 8}{7 + 12 + 8 + 10 + 11 + 8} = \frac{198}{56} = 3,54$

Moda = 2

10.11 Se lanzan dos monedas distintas y se anotan los resultados.

- a) Escribe el espacio muestral.
 b) Indica el suceso sacar dos caras o dos cruces.

a) $E = \{(C, C), (C, X), (X, C), (X, X)\}$

b) Sacar dos caras o dos cruces: $\{(C, C), (X, X)\}$

10.12 Tenemos una caja con 2 bolas rojas, y 3 verdes. Se sacan 3 a la vez y se anotan los colores. Escribe el espacio muestral y el suceso salir al menos dos bolas iguales.

Espacio muestral: $E = \{(r, r, v), (r, v, v), (v, v, v)\}$

Salir al menos dos iguales: $\{(r, r, v), (v, v, r), (v, v, v)\}$

10.13 En una baraja española de 40 cartas, halla:

- a) La probabilidad de obtener un oro.
 b) La probabilidad de obtener un as.
 c) La probabilidad de sacar el as de oros.

a) $P(\text{oro}) = \frac{10}{40} = 0,25$

b) $P(\text{as}) = \frac{4}{40} = 0,1$

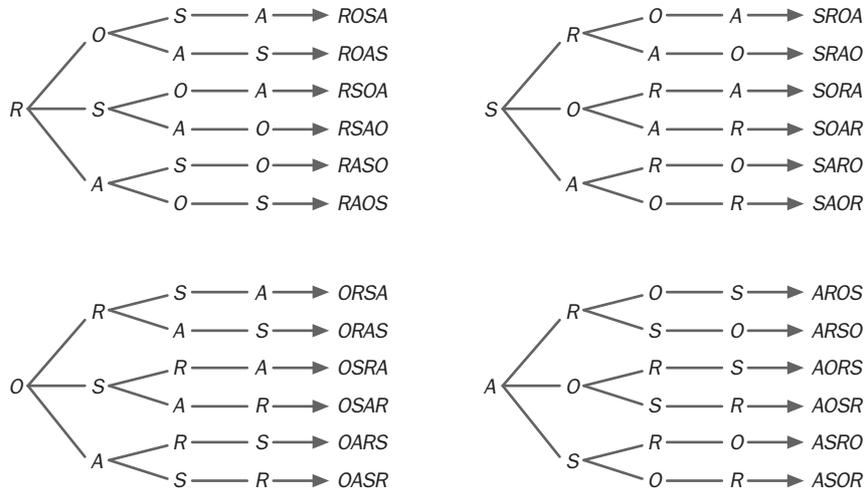
c) $P(\text{as de oros}) = \frac{1}{40} = 0,025$

10.14 Tenemos tres cajas de distintos colores: roja, azul y amarilla. Alberto quiere colocar, sin mirar, una bola azul en la caja de su color. Halla la probabilidad de que Alberto acierte.

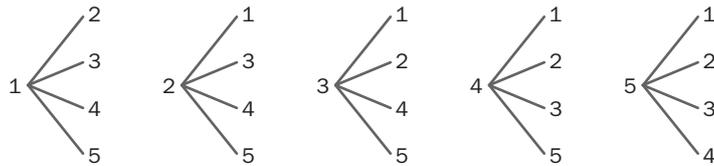
$P(\text{acierto}) = \frac{1}{3} = 0,33$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

10.15 Realiza un diagrama de las posibilidades que existen de ordenar las letras de la palabra ROSA, sin repetir ninguna letra y sin que importe que la palabra compuesta tenga sentido.

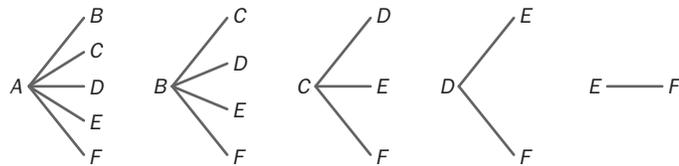


10.16 Utiliza un diagrama para escribir todos los números de dos cifras distintas que se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5.



10.17 Seis amigas, Ana, Bea, Claudia, Daniela, Elena y Flor, se quieren apuntar a un torneo de tenis por parejas.

Haz un diagrama para representar las distintas formas posibles que tienen de hacerlo.
¡Ojo, ten cuidado con las parejas que se repiten!



CÁLCULO MENTAL

10.18 Halla la media de los siguientes datos.

a) 4, 7

b) 10, 12

c) 7, 4, 1

d) 61, 63, 62

a) Media = $\frac{4 + 7}{2} = 5,5$

b) 11

c) 4

d) 62

10.19 Calcula el valor de la letra x para que la media de:

- a) 5, x sea 4 b) 7, 7, x sea 7 c) x , 6 sea 5,5 d) 2, 3, x sea 4
a) $x = 3$ b) $x = 7$ c) $x = 5$ d) $x = 7$

10.20 Calcula si son ciertas las siguientes afirmaciones.

- a) La media de 10 y 12 es 11,5.
b) La media de 60, 58 y 56 es 58.
c) La media de 110, 110, 110 y 110 es 110.
d) La media de 12 y 14 es 13,5.

- a) Falsa, la media es 11.
b) Cierta.
c) Cierta.
d) Falsa, la media es 13.

10.21 Determina cuál de las probabilidades de estos sucesos es mayor.

- a) Obtener cara en el lanzamiento de una moneda.
b) Obtener un múltiplo de tres al lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6.

a) $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5$

b) $P(\text{múltiplo de 3}) = \frac{2}{6} = 0,3333\dots$

Es mayor la probabilidad de obtener una cara en el lanzamiento de una moneda.

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Datos estadísticos. Frecuencias

10.22 Se ha preguntado a 32 lectores cuál fue el género del último libro que leyeron y se ha elaborado la siguiente tabla con los resultados.

| Género | Número de lectores |
|--------|--------------------|
| Novela | 25 |
| Poesía | 3 |
| Teatro | 4 |

Construye la tabla estadística con las frecuencias absolutas y relativas.

| Datos | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------|---------------------|---------------------|
| Novela | 25 | $\frac{25}{32}$ |
| Poesía | 3 | $\frac{3}{32}$ |
| Teatro | 4 | $\frac{4}{32}$ |
| | 32 | 1 |

10.23 El número de veces al mes que Ana ha ido al teatro en un año ha sido:

4 2 1 2 4 1 3 2 1 3 3 4

A partir de estos datos, construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.

| Datos | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------|---------------------|---------------------|
| 1 | 3 | $\frac{3}{12}$ |
| 2 | 3 | $\frac{3}{12}$ |
| 3 | 3 | $\frac{3}{12}$ |
| 4 | 3 | $\frac{3}{12}$ |
| | 12 | 1 |

10.24 Con esta lista de números:

11 10 12 14 14 17 13

13 17 10 10 10 11 14

11 14 13 12 12 11 10

a) Realiza el recuento de los datos.

b) Construye la tabla con las frecuencias absolutas y relativas.

a) y b) Recuento y tabla de frecuencias.

| Datos | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------|----------|---------------------|---------------------|
| 10 | #### | 5 | $\frac{5}{21}$ |
| 11 | //// | 4 | $\frac{4}{21}$ |
| 12 | /// | 3 | $\frac{3}{21}$ |
| 13 | /// | 3 | $\frac{3}{21}$ |
| 14 | //// | 4 | $\frac{4}{21}$ |
| 17 | // | 2 | $\frac{2}{21}$ |
| | | 21 | 1 |

Gráficos estadísticos

10.25 A 30 jóvenes se les ha preguntado sobre sus revistas favoritas y el resultado se recoge en esta tabla.

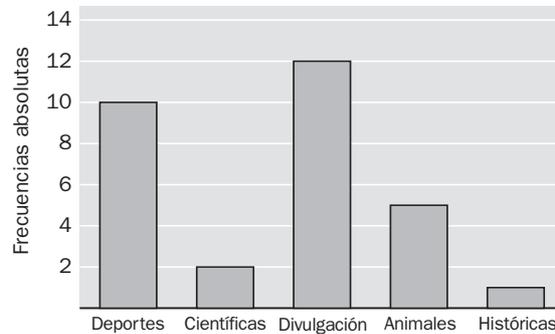
| Tipo | N.º de jóvenes |
|-------------|----------------|
| Deportes | 10 |
| Científicas | 2 |
| Divulgación | 12 |
| Animales | 5 |
| Históricas | 1 |

- Forma la tabla estadística.
- Representa los datos mediante un diagrama de barras.
- Representa los datos mediante un diagrama de sectores.

a) Tabla estadística:

| Tipo | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------------|---------------------|---------------------|
| Deportes | 10 | $\frac{10}{30}$ |
| Científicas | 2 | $\frac{2}{30}$ |
| Divulgación | 12 | $\frac{12}{30}$ |
| Animales | 5 | $\frac{5}{30}$ |
| Históricas | 1 | $\frac{1}{30}$ |
| | 30 | 1 |

b) Diagrama de barras:



c) Diagrama de sectores:

$$\frac{360^\circ}{n.^\circ \text{ total de datos}} = \frac{n^\circ}{\text{frecuencia absoluta correspondiente}}$$

| Tipo | Frecuencia absoluta |
|-------------|---------------------|
| Deportes | 10 |
| Científicas | 2 |
| Divulgación | 12 |
| Animales | 5 |
| Históricas | 1 |
| | 30 |

$$\text{Deportes: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{10} \Rightarrow n^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Científicas: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$$

$$\text{Divulgación: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{12} \Rightarrow n^\circ = 144^\circ$$

$$\text{Animales: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Históricas: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{1} \Rightarrow n^\circ = 12^\circ$$



10.26 Los componentes de un grupo juvenil de baile tienen las siguientes edades:

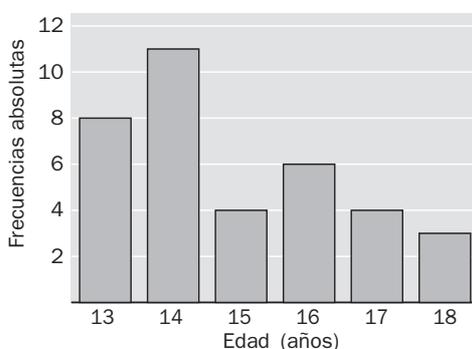
14 14 13 16 18 17 13 14 14 17 14 16 13 13 15 18 16 17
 15 18 14 14 13 16 13 14 16 13 13 14 14 14 15 15 16 17

- a) Realiza el recuento y construye una tabla estadística.
- b) Dibuja el diagrama de barras.
- c) Dibuja el diagrama de sectores.

a) Tabla estadística:

| Datos | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------|-----------|---------------------|---------------------|
| 13 | ### III | 8 | $\frac{8}{36}$ |
| 14 | ### ### I | 11 | $\frac{11}{36}$ |
| 15 | IIII | 4 | $\frac{4}{36}$ |
| 16 | ### I | 6 | $\frac{6}{36}$ |
| 17 | IIII | 4 | $\frac{4}{36}$ |
| 18 | III | 3 | $\frac{3}{36}$ |
| | | 36 | 1 |

b) Diagrama de barras:

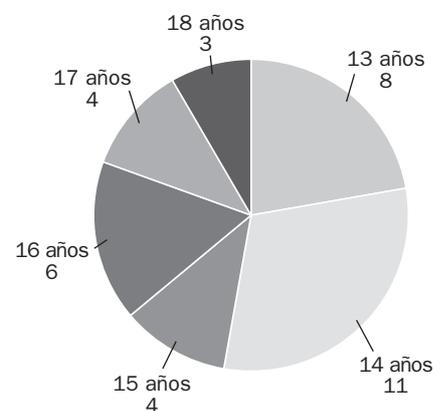


c) Diagrama de sectores:

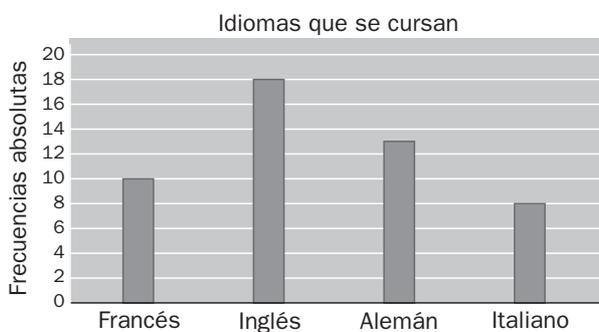
$$\frac{360^\circ}{n.\text{o total de datos}} = \frac{n^\circ}{\text{frecuencia absoluta correspondiente}}$$

| Edad | Frecuencia absoluta |
|------|---------------------|
| 13 | 8 |
| 14 | 11 |
| 15 | 4 |
| 16 | 6 |
| 17 | 4 |
| 18 | 3 |
| | 36 |

13 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{8} \Rightarrow n^\circ = 80^\circ$
 14 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{11} \Rightarrow n^\circ = 110^\circ$
 15 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 40^\circ$
 16 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{6} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$
 17 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 40^\circ$
 18 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{3} \Rightarrow n^\circ = 30^\circ$



10.27 Se ha preguntado a un grupo de estudiantes de una escuela de idiomas por el idioma que cursan. El resultado se refleja en el siguiente diagrama de barras.



Construye la tabla estadística con frecuencias absolutas y relativas.

| Idioma | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|----------|---------------------|---------------------|
| Francés | 10 | $\frac{10}{49}$ |
| Inglés | 18 | $\frac{18}{49}$ |
| Alemán | 13 | $\frac{13}{49}$ |
| Italiano | 8 | $\frac{8}{49}$ |
| | 49 | 1 |

Media aritmética y moda

10.28 Calcula la media aritmética de los siguientes datos.

- a) 6, 7, 8, 8, 9
- b) 9, 11, 12, 13, 14, 18, 20
- c) 13, 15, 6, 7, 7, 3, 13
- d) 7, 12, 11, 8, 11, 13, 8, 8, 7

a) Media = $\frac{6 + 7 + 8 + 8 + 9}{5} = 7,6$

Moda = 8

b) Media = $\frac{9 + 11 + 12 + 13 + 14 + 18 + 20}{7} = 13,86$

No tiene moda.

c) Media = $\frac{3 + 6 + 7 + 7 + 13 + 13 + 15}{7} = 9,14$

Moda = 7 y 13

d) Media = $\frac{7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 11 + 11 + 12 + 13}{9} = 9,44$

Moda = 8

10.29 En una competición de gimnasia rítmica hay tres pruebas: la puntuación de la primera tiene valor cuádruple; la puntuación de la segunda tiene valor triple, y la puntuación de la última se valora el doble.

a) Nuria obtiene las siguientes puntuaciones.

| Primera prueba | Segunda prueba | Tercera prueba |
|----------------|----------------|----------------|
| 50 | 48 | 54 |

Halla la puntuación final calculando la media aritmética ponderada.

b) Pilar obtiene las siguientes puntuaciones.

| Primera prueba | Segunda prueba | Tercera prueba |
|----------------|----------------|----------------|
| 52 | 49 | 47 |

Halla la puntuación final calculando la media aritmética ponderada.

c) Compara las puntuaciones finales de las dos gimnastas.

d) ¿Cómo serían las puntuaciones finales de las dos gimnastas si las de todas las pruebas tuvieran el mismo valor?

a) Nuria: Puntuación final = $\frac{50 \cdot 4 + 48 \cdot 3 + 54 \cdot 2}{9} = 50,22$

b) Pilar: Puntuación final = $\frac{52 \cdot 4 + 49 \cdot 3 + 47 \cdot 2}{9} = 49,88$

c) Nuria obtiene más puntuación que Pilar.

d) Si las puntuaciones de los tres jueces tuvieran el mismo valor, las puntuaciones finales serían las siguientes.

Nuria: Puntuación final = $\frac{50 + 48 + 54}{3} = 50,66$

Pilar: Puntuación final = $\frac{52 + 49 + 47}{3} = 49,33$

En este caso, la diferencia de puntuaciones entre ambas patinadoras es mayor.

10.30 Observa la tabla y contesta.

| Lugar de vacaciones | N.º de jóvenes |
|---------------------|----------------|
| Playa | 20 |
| Montaña | 8 |
| Viaje cultural | 4 |

¿Qué lugar de vacaciones es la moda de los datos que aparecen en ella?

La moda es la playa.

10.31 Halla la moda de los siguientes datos.

10 10 11 14 11 14 11 10 12 14 14 17 13 13 17 10 13 12 12 11 10

| Datos | Frecuencia absoluta |
|-------|---------------------|
| 10 | 5 |
| 11 | 4 |
| 12 | 3 |
| 13 | 3 |
| 14 | 4 |
| 17 | 2 |

La moda es 10.

Probabilidad de un suceso aleatorio

10.32 Se realiza un experimento aleatorio que consiste en anotar el número de la bola sacada de una caja con siete bolas numeradas del 1 al 7.

- a) Forma el espacio muestral.
- b) Escribe los elementos del suceso *sacar un número par*.
- c) Escribe los elementos del suceso *sacar un número menor o igual que 3*.

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

b) Suceso *sacar un número par*: $\{2, 4, 6\}$

c) Suceso *sacar un número menor o igual que 3*: $\{1, 2, 3\}$

10.33 Se lanza un dado con las caras numeradas del 1 al 6. Halla la probabilidad de los siguientes sucesos.

- a) Obtener la cara 1.
- b) Obtener un múltiplo de 4.
- c) Obtener un número mayor que 3.

a) $P(1) = \frac{1}{6}$

b) $P(\text{múltiplo de } 4) = P(4) = \frac{1}{6}$

c) $P(\text{número mayor que } 3) = P(4, 5, 6) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

10.34 Se le pregunta a una persona por su fecha de nacimiento. Calcula la probabilidad de que esa persona:

- a) Naciera en diciembre.
- b) Naciera el día 20 de mayo.

a) $P(\text{diciembre}) = \frac{1}{12}$

b) $P(20 \text{ de mayo}) = \frac{1}{365}$

10.35 Las temperaturas, en grados centígrados, en una ciudad española durante un mes de invierno fueron las siguientes:

7 9 9 11 12 10 11 12 11 10 11 9 12 11 10 7 7 9 10 11 12 11 12 11 10 10 9 11 11 12

A partir de esta información, responde a los siguientes apartados.

- Realiza el recuento de datos.
- Construye una tabla con los datos, las frecuencias absolutas y los productos de los datos por las frecuencias absolutas.
- Calcula la temperatura media que hizo en la ciudad ese invierno.
- Determina la moda de las temperaturas.
- Alejandro fue a esa ciudad un día de ese mes. ¿Cuál fue la probabilidad de que la temperatura fuera de 12 °C?

a) y b) Recuento y tabla de frecuencias.

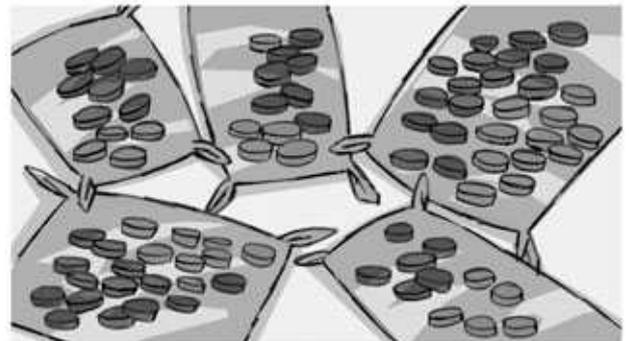
| Temperaturas mínimas | Recuento | Frecuencia absoluta | Producto |
|----------------------|----------|---------------------|---------------------|
| 7 | /// | 3 | $7 \cdot 3 = 21$ |
| 9 | ### | 5 | $9 \cdot 5 = 45$ |
| 10 | ### / | 6 | $10 \cdot 6 = 60$ |
| 11 | ### ### | 10 | $11 \cdot 10 = 110$ |
| 12 | ### / | 6 | $12 \cdot 6 = 72$ |
| | | 30 | 308 |

c) Media = $\frac{7 \cdot 3 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 6 + 11 \cdot 10 + 12 \cdot 6}{30} = \frac{308}{30} = 10,27$

d) La moda es 11°.

e) $P(12^\circ) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

10.36 Se tienen cinco bolsas con fichas rojas y verdes como muestra la figura. Si sacamos una ficha de cada una de las bolsas, ¿en cuál es más fácil obtener roja?



La probabilidad de sacar una ficha roja en cada bolsa es:

En la bolsa que hay 11 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{7}{11} = 0,64$

En la bolsa que hay 12 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{7}{12} = 0,58$

En la bolsa que hay 27 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{16}{27} = 0,59$

En la bolsa que hay 22 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{14}{22} = 0,64$

En la bolsa que hay 11 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{6}{11} = 0,55$

Por tanto, es más fácil obtener ficha roja en las bolsas que contienen 11 y 22 fichas.

10.37 El servicio de control de calidad de un gran almacén ha pesado 30 paquetes de arroz etiquetados con 250 gramos.

Los resultados obtenidos, en gramos, son:

251 230 232 245 243 246 231 232
 247 245 245 247 250 245 248 247
 243 245 252 230 245 240 253 251
 249 245 243 251 245 243

- a) ¿Cuál es el peso medio de los paquetes de arroz que se han pesado?
 b) ¿Cuál es el valor de la moda?
 c) ¿Qué tanto por ciento de paquetes tienen pesos superiores a lo etiquetado?

a) Efectuamos el recuento:

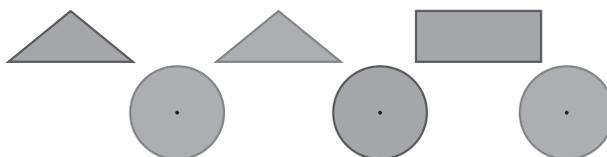
| Peso (g) | Recuento | Frecuencia absoluta | Producto |
|----------|----------|---------------------|----------|
| 230 | // | 2 | 460 |
| 231 | / | 1 | 231 |
| 232 | // | 2 | 464 |
| 240 | / | 1 | 240 |
| 243 | //// | 4 | 972 |
| 245 | ### /// | 8 | 1 960 |
| 246 | / | 1 | 246 |
| 247 | /// | 3 | 741 |
| 248 | / | 1 | 248 |
| 249 | / | 1 | 249 |
| 250 | / | 1 | 250 |
| 251 | /// | 3 | 753 |
| 252 | / | 1 | 252 |
| 253 | / | 1 | 253 |
| | | 30 | 7 319 |

El peso medio es: $\frac{7\,319}{30} = 243,97$ gramos.

b) La moda es 245 gramos.

c) Paquetes con pesos superiores al peso etiquetado hay 5 de un total de 30; por tanto, representa un 16,67 %.

10.38 Se toma una de estas figuras.



Halla la probabilidad de que la figura sea:

- a) Un círculo.
 b) El triángulo azul.

a) $P(\text{círculo}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) $P(\text{triángulo azul}) = \frac{1}{6}$

- 10.39 Se han echado 1 000 bolas por uno de los aparatos. Hemos contado 386 bolas en la caja A y 614 bolas en la caja B.



¿Qué aparato se ha utilizado, el 1 ó el 2?

Si la bola cae desde el aparato 1, tenemos una posibilidad de que caiga en B; sin embargo, si cae desde el aparato 2, tenemos dos posibilidades de que lo haga en B. Por tanto, se ha utilizado el aparato 2.

- 10.40 Para calcular la nota de final de curso, un profesor hace tres exámenes por trimestre. Los segundos ejercicios de cada trimestre valen el doble que los primeros, y los terceros el triple que los primeros. Las notas de Inés y Rafa son las que se muestran en la tabla.

| | Trimestre 1 | | | Trimestre 2 | | | Trimestre 3 | | |
|------|-------------|---|---|-------------|---|---|-------------|---|---|
| Inés | 6 | 1 | 5 | 4 | 5 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| Rafa | 6 | 6 | 1 | 8 | 8 | 8 | 2 | 7 | 8 |

Calcula la media ponderada de cada uno en cada trimestre.

$$\text{Trimestre 1} \quad \text{Media } P = \frac{\text{Inés}}{6 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 3} = 3,83$$

$$\text{Trimestre 1} \quad \text{Media } P = \frac{\text{Rafa}}{6 + 6 \cdot 2 + 1 \cdot 3} = 3,5$$

$$\text{Trimestre 2} \quad \text{Media } P = \frac{4 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{6} = 3,83$$

$$\text{Trimestre 2} \quad \text{Media } P = \frac{8 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{6} = 8$$

$$\text{Trimestre 3} \quad \text{Media } P = \frac{5 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3}{6} = 5,16$$

$$\text{Trimestre 3} \quad \text{Media } P = \frac{2 + 2 \cdot 7 + 8 \cdot 3}{6} = 6,67$$

- 10.41 La altura media de 6 hombres es 1,79 y la de 5 mujeres es 1,64. ¿Cuál será la altura media del grupo?

Suma de las tallas de los hombres: $1,79 \cdot 6 = 10,74$ m

Suma de las tallas de las mujeres: $1,64 \cdot 5 = 8,2$ m

Suma de las tallas del grupo: $10,74 + 8,2 = 18,94$ m

Altura del grupo: $\frac{18,94}{11} = 1,72$ m

Datos y gráficos estadísticos

10.42 Se ha lanzado una moneda 18 veces y ha salido 6 veces cara. Halla la frecuencia absoluta y relativa de los sucesos *salir cara* y *salir cruz*.

Frecuencia absoluta (cara) = 6

Frecuencia relativa (cara) = $\frac{6}{18}$

Frecuencia absoluta (cruz) = 12

Frecuencia relativa (cruz) = $\frac{12}{18}$

10.43 El número de hijos de 18 familias seleccionadas al azar es el siguiente:

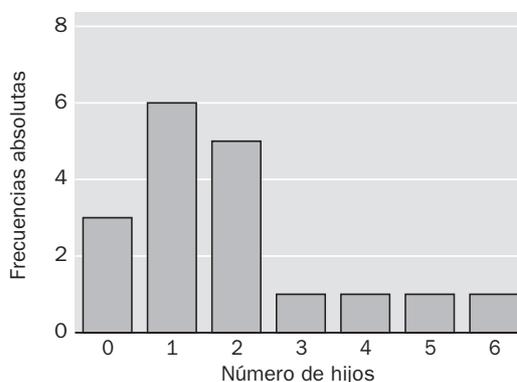
1 2 3 0 2 1 1 0 5 2 1 0 2 2 1 4 1 6

- a) Realiza el recuento de datos.
- b) Construye la tabla estadística.
- c) Dibuja un diagrama de barras.

a) y b) Recuento y tabla de frecuencias.

| N.º de hijos | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|--------------|----------|---------------------|---------------------|
| 0 | /// | 3 | $\frac{3}{18}$ |
| 1 | ### / | 6 | $\frac{6}{18}$ |
| 2 | ### | 5 | $\frac{5}{18}$ |
| 3 | / | 1 | $\frac{1}{18}$ |
| 4 | / | 1 | $\frac{1}{18}$ |
| 5 | / | 1 | $\frac{1}{18}$ |
| 6 | / | 1 | $\frac{1}{18}$ |
| | | 18 | 1 |

c) Diagrama de barras:



10.44 Se han revisado 30 paquetes de tornillos y en cada uno se han encontrado estos tornillos defectuosos.

1 1 0 1 1 2 1 1 0 0 1 3 0 1 0
 4 0 1 2 0 0 2 2 3 4 1 2 1 0 1

- Realiza el recuento de datos.
- Construye la tabla de frecuencias.
- Representa el diagrama de sectores.

a) y b) Recuento y tabla de frecuencias.

| Defectuosos | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------------|------------|---------------------|---------------------|
| 0 | ### IIII | 9 | $\frac{9}{30}$ |
| 1 | ### ### II | 12 | $\frac{12}{30}$ |
| 2 | ### | 5 | $\frac{5}{30}$ |
| 3 | II | 2 | $\frac{2}{30}$ |
| 4 | II | 2 | $\frac{2}{30}$ |
| | | 30 | 1 |

c) Diagrama de sectores:

$$\frac{360^\circ}{n.^\circ \text{ total de datos}} = \frac{n^\circ}{\text{frecuencia absoluta correspondiente}}$$

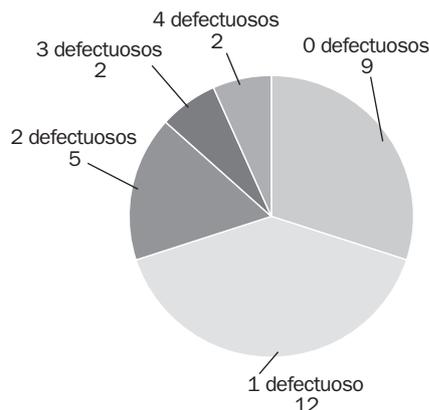
$$0 \text{ tornillos defectuosos: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{9} \Rightarrow n^\circ = 108^\circ$$

$$1 \text{ tornillos defectuosos: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{12} \Rightarrow n^\circ = 144^\circ$$

$$2 \text{ tornillos defectuosos: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$$

$$3 \text{ tornillos defectuosos: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$$

$$4 \text{ tornillos defectuosos: } \frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$$



Media aritmética y moda

10.45 Halla la media y la moda de estos datos.

2 0 0 1 1 1 1 1 0 0 2 4 0 1 0

$$\text{Media} = \frac{6 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 4}{15} = \frac{14}{15} = 0,93$$

Hay dos modas, el 0 y el 1.

10.46 **Calcula la media y la moda de los siguientes datos.**

a) 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12

b) 2, 2, 8, 8, 3, 6, 7, 5, 9, 3

$$\text{a) Media} = \frac{4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 12}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

No hay moda.

$$\text{b) Media} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 1}{10} = \frac{53}{10} = 5,3$$

Moda: hay tres modas, el 2, el 3 y el 8.

Probabilidad

10.47 **Se lanza un dado que tiene tres caras con una A, dos caras con una B y una cara con una C. ¿Qué letra es más probable que aparezca?**

La cara más probable es la cara A, ya que:

$$P(\text{cara A}) = \frac{3}{6}$$

$$P(\text{cara B}) = \frac{2}{6}$$

$$P(\text{cara C}) = \frac{1}{6}$$

10.48 **Se lanza un dado con las caras numeradas del 1 al 6. ¿Cuál es la probabilidad de que el número obtenido sea mayor que 2?**

$$P(\text{número mayor que 2}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

10.49 **Una urna tiene siete bolas azules y seis verdes. Se extrae una bola al azar. Halla la probabilidad de estos sucesos.**

a) Sacar bola azul.

b) Extraer bola verde.

$$\text{a) } P(\text{azul}) = \frac{7}{13}$$

$$\text{b) } P(\text{verde}) = \frac{6}{13}$$

10.50 **En un aparcamiento están aparcados ahora mismo 32 coches y 8 motos. Se oye el motor de un vehículo. ¿Qué probabilidad hay de que sea un coche?**

$$P(\text{coche}) = \frac{32}{40}$$

AMPLIACIÓN

10.51 **Halla la probabilidad de que al lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6, la suma de las caras visibles sea múltiplo de 5.**

| Cara oculta | Suma de las caras visibles |
|-------------|--|
| 1 | $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ múltiplo de 5 |
| 2 | $1 + 3 + 4 + 5 + 6 = 19$ |
| 3 | $1 + 2 + 4 + 5 + 6 = 18$ |
| 4 | $1 + 2 + 3 + 5 + 6 = 17$ |
| 5 | $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ |
| 6 | $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ múltiplo de 5 |

$$P(\text{la suma de las caras visibles es múltiplo de 5}) = \frac{2}{6}$$

10.52 Una moneda está cargada de modo que la probabilidad de que aparezca cara es el doble de que aparezca cruz. Halla la probabilidad de que salga cara y la de que salga cruz.

$C =$ suceso salir cara $X =$ suceso salir cruz

$$P(C) = 2 P(X)$$

Como $P(C) + P(X) = 1$, sustituyendo resulta:

$$2 P(X) + P(X) = 1 \Leftrightarrow 3 P(X) = 1; \quad P(X) = \frac{1}{3} \quad \text{y} \quad P(C) = \frac{2}{3}$$

10.53 Se lanzan dos monedas.

a) Describe el espacio muestral.

b) ¿Qué es más probable obtener, dos caras o una cara y una cruz?

1.º Si las monedas se lanzan consecutivamente:

a) $E = \{CC, CX, XC, XX\}$

b) $P(CC) = \frac{1}{4}$ $P(\text{una cara y una cruz}) = P(CX, XC) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Por tanto, es más probable obtener una cara y una cruz que obtener dos caras.

2.º Si las monedas se lanzan a la vez:

• Monedas iguales:

a) $E = \{CC, CX, XX\}$

b) $P(CC) = \frac{1}{3}$ $P(\text{una cara y una cruz}) = P(CX) = \frac{1}{3}$

Por tanto, tienen la misma probabilidad de salir.

• Monedas distintas:

a) $E = \{CC, CX, XC, XX\}$

b) $P(CC) = \frac{1}{4}$ $P(\text{una cara y una cruz}) = P(CX, XC) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

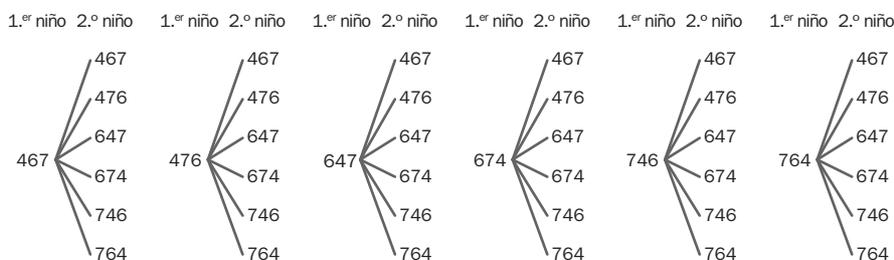
Por tanto, es más probable obtener una cara y una cruz que obtener dos caras.

10.54 Dos niños escriben, cada uno por separado, un número con las cifras 4, 6 y 7. Halla la probabilidad de que los dos formen el mismo número.

En primer lugar vemos cuántos números se pueden formar con las cifras 4, 6 y 7:

467, 476, 647, 674, 746, 764

Las posibles combinaciones que son:



Luego la probabilidad pedida es $P(\text{formen el mismo número}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

10.55 Se realiza un experimento que consiste en abrir al azar una guía telefónica, anotar los dos últimos dígitos del primer abonado de la página y hallar el resto al dividir por 5 el número que forman estos dígitos. ¿Cuál es la probabilidad de que al hacer esto con un abonado elegido al azar dé resto 0?

Al dividir un número por 5 y anotar el resto pueden ocurrir 5 casos.

- Que tenga resto 0.
- Que tenga resto 1.
- Que tenga resto 2.
- Que tenga resto 3.
- Que tenga resto 4.

El espacio muestral es $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Los dos últimos dígitos pueden ir desde el 00 hasta el 99.

Por tanto, hay 100 números, de los que 20 tienen resto 0, 20 tienen resto 1, etc. Luego los sucesos elementales del experimento son equiprobables.

Entonces, $P(\text{tenga resto } 0) = \frac{1}{5} = 0,2$

10.56 Se pide a dos chicas que escriban, por separado, una de las cinco vocales.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos escriban la a?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos escriban la misma?

El número de casos posibles del experimento es 25:

$\{aa, ae, ai, ao, au, ea, ee, ei, eo, eu, ia, ie, ii, io, iu, oa, oe, oi, oo, ou, ua, ue, ui, uo, uu\}$

- a) $P(\text{escriban las dos chicas la } a) = \frac{1}{25}$
- b) $P(\text{escriban la misma letra}) = \frac{2}{25} = \frac{1}{5}$

10.57 Calcula la probabilidad de que la matrícula de un coche de 4 dígitos.

- a) Termine en 87.
- b) Sea múltiplo de 4.
- c) Tenga las cuatro cifras iguales.

a) Los dos últimos dígitos de las matrículas de un coche pueden tomar 100 valores posibles desde 00 hasta 99 y, de ellos, solo el 87 es favorable.

Por tanto, $P(\text{acabe en } 87) = \frac{1}{100}$

b) Un número es múltiplo de 4 si sus dos últimas cifras son múltiplo de 4.

Número de casos posibles = 100, casos favorables = $\frac{100}{4} = 25$

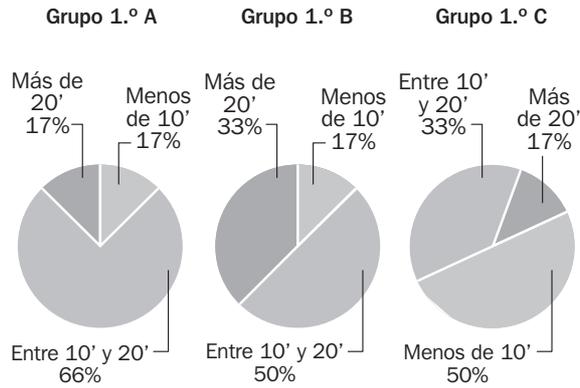
Por tanto, $P(\text{sea múltiplo de } 4) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

c) Matrículas con las cuatro cifras iguales hay 10: 0000, 1111, 2222, ..., 9999, y el número total de matrículas es 10 000.

Por tanto, $P(\text{cuatro cifras iguales}) = \frac{10}{10\,000} = \frac{1}{1\,000}$

10.58 Yendo a clase

Los diagramas de barras muestran el tiempo que tardan los alumnos de los tres grupos de 1.º de ESO de un centro en llegar a clase.



Asocia cada uno con su correspondiente diagrama de sector.

Gráfico de sectores 1: grupo C

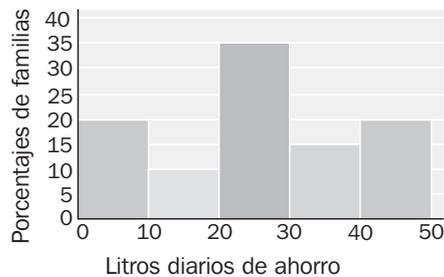
Gráfico de sectores 2: grupo A

Gráfico de sectores 3: grupo B

10.59 Ahorro de agua

El Gobierno ha promovido una campaña de reducción del gasto de agua.

Este histograma representa el agua ahorrada por las familias que formaron parte de la muestra utilizada para estudiar la bondad de las medidas.



a) ¿Qué porcentaje de familias de la muestra ahorraron entre 10 y 30 litros diarios?

b) Ocho familias de la muestra ahorraron menos de 10 litros diarios. ¿Cuántas familias ahorraron entre 30 y 40 litros diarios?

a) $10 + 35 = 45\%$ de familias ahorraron entre 10 y 30 litros diarios

b) Si el 20% son 8 familias, el 15% son $\frac{15}{20} \cdot 8 = 6$ familias que ahorraron entre 30 y 40 litros diarios.

A U T O E V A L U A C I Ó N

10.A1 En un supermercado se ha hecho un estudio sobre el tipo de refrescos vendidos en un día y se han obtenido los siguientes datos.

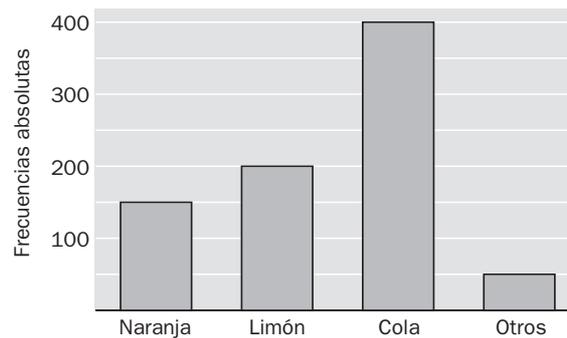
| Tipo | Botes vendidos |
|------------|----------------|
| De naranja | 150 |
| De limón | 200 |
| De cola | 400 |
| Otros | 50 |

- a) Forma la tabla estadística.
b) Representa los datos en un diagrama de barras.

a) Tabla estadística:

| Tipo | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|------------|---------------------|---------------------|
| De naranja | 150 | $\frac{150}{800}$ |
| De limón | 200 | $\frac{200}{800}$ |
| De cola | 400 | $\frac{400}{800}$ |
| Otros | 50 | $\frac{50}{800}$ |
| | 800 | 1 |

b) Diagrama de barras:



10.A2 Los goles que un equipo de fútbol sala metió en los distintos partidos de un torneo fueron:

5 6 5 5 6 7 6 8 9 5 6 6 7 9 6 5

- a) Calcula la media de los datos.
b) ¿Cuál es la moda?

a) Media = $\frac{5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 9}{16} = \frac{101}{64} = 6,31$

b) La moda es 6 goles.

10.A3 En una bolsa hay 7 bolas rojas, 5 verdes y 4 amarillas. Se extrae una bola. Halla la probabilidad de los sucesos.

- a) Salir una bola roja.
- b) Salir una bola verde.

$$a) P(\text{roja}) = \frac{7}{16}$$

$$b) P(\text{verde}) = \frac{5}{16}$$

10.A4 Un examen consta de tres partes: un test, un problema y el desarrollo de un tema.

Para dar la calificación final multiplicamos por 1 la nota del test, por 2 la nota de la parte práctica y por 3 el desarrollo del tema.

Nuria obtuvo un 7 en el test, un 6 en la parte práctica y un 9 en el desarrollo del tema. ¿Cuál será su calificación final?

$$\text{Media aritmética ponderada} = \frac{7 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = \frac{46}{6} = 7,67$$

10.A5 Se extrae una carta de la baraja española. Halla la probabilidad de estos sucesos.

- a) Obtener una espada.
- b) Sacar una sota.
- c) Obtener una figura.
- d) Sacar la sota de espadas.

$$a) P(\text{una espada}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$b) P(\text{una sota}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

$$c) P(\text{una figura}) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

$$d) P(\text{sota de espadas}) = \frac{1}{40}$$

10.A6 En una caja hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Si se extrae una bola al azar, determina:

- a) El espacio muestral del experimento.
- b) La probabilidad de que sea mayor que 3.
- c) La probabilidad de que sea inferior a 6.
- d) La probabilidad de que sea mayor que 3 y menor que 7.

$$a) E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$b) P(\text{mayor que tres}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$c) P(\text{inferior a 6}) = \frac{5}{9}$$

$$d) P(\text{mayor que 3 e inferior a 7}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Jugando con las matemáticas

JUNTANDO MONEDAS

¿Sabrías decir de cuántas formas se pueden reunir 3 euros utilizando solo monedas de 1 euro, de 50 céntimos y de 20 céntimos? Una pista: haz un cuadro similar a este y vete escribiendo el número y tipo de monedas que necesitas en cada caso.

| | Número de monedas | | | | | | | | | |
|-------------|-------------------|---|---|---|---|----|---|---|----|----|
| 1 euro | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 céntimos | 0 | 2 | 0 | 4 | 2 | 0 | 6 | 4 | 2 | 0 |
| 20 céntimos | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 | 10 | 0 | 5 | 10 | 15 |