Radicales. Polinomios

<u>Instrucciones</u>: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{18}\,\sqrt[4]{36} =$

b) $\dfrac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\left(\sqrt[4]{2}\,\sqrt[3]{4}\right)^{3} =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} =$

3. Dados los polinomios:

$P(x) = 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1$

$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 3$

$R(x) = 2x^2 - x + 1$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $P(x) - Q(x) - R(x)$

b) $3Q(x) - P(x) - 3R(x)$

c) $Q(x) \cdot R(x)$

d) $[R(x) - Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división $P(x) \div Q(x)$, donde P(x) y Q (x) son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

5. Realiza la división $(-x^4 + 2x^6 + 3x^2 - x + 3) \div (x + 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(2x^3 - x^2 + kx - 3) \div (x - 1)$ el resto sea 0 (división exacta) **(1 punto)**

Solución

<u>Instrucciones</u>: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{18}\,\sqrt[4]{36} = \sqrt{2\cdot 3^2}\cdot\sqrt[4]{2^2\cdot 3^2} =$

$= \sqrt{2}\,\cancel{\sqrt{3^{\cancel{2}}}}\,\sqrt{2\cdot 3} =$

$= 3\sqrt{2}\,\sqrt{2\cdot 3} = 3\sqrt{2\cdot 2\cdot 3} =$

$= 3\sqrt{2^2\cdot 3} = 3\cancel{\sqrt{2^{\cancel{2}}}}\,\sqrt{3} =$

$= 3\cdot 2\sqrt{3} = \underline{\underline{6\sqrt{3}}}$

18	2
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2\cdot 3^2$ $\quad 36 = 2^2\cdot 3^2$

b) $\frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{\frac{12}{4}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{3}}}$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\left(\sqrt[4]{2}\,\sqrt[3]{4}\right)^3 = \left(\sqrt[12]{2^3}\cdot\sqrt[12]{4^4}\right)^3 = \left(\sqrt[12]{2^3\cdot 4^4}\right)^3 =$

$= \sqrt[4]{2^3\cdot(2^2)^4} = \sqrt[4]{2^3\cdot 2^8} = \sqrt[4]{2^{3+8}} =$

$= \sqrt[4]{2^{11}} = \sqrt[4]{2^{4+4+3}} = \sqrt[4]{2^4\cdot 2^4\cdot 2^3} =$

$= \sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{2^3} = 2\cdot 2\sqrt[4]{2^3} = \underline{\underline{4\sqrt[4]{8}}}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[12]{8} = \sqrt[12]{2^3} = \underline{\underline{\sqrt[4]{2}}}$

3. Dados los polinomios:

$P(x) = 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1$

$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 3$

$R(x) = 2x^2 - x + 1$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) P(x) – Q(x) – R(x) $= 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1 -$

$- (-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^2 - x + 1) =$

$= 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1 + x^3 - 2x^2 + 3 - 2x^2 + x - 1 =$

$= 2x^5 - 3x^3 + x^3 - 2x^2 - 2x^2 + 2x + x - 1 + 3 - 1 =$

$= 2x^5 - 2x^3 - 4x^2 + 3x + 1$

b) 3Q(x) – P(x) – 3R(x) $= 3(-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^5 - 3x^3 +$

$+ 2x - 1) - 3(2x^2 - x + 1) =$

$= -3x^3 + 6x^2 - 9 - 2x^5 + 3x^3 - 2x + 1 - 6x^2 + 3x - 3 =$

$= -2x^5 - \cancel{3x^3} + \cancel{3x^3} + \cancel{6x^2} - \cancel{6x^2} - 2x + 3x - 9 + 1 - 3 =$

$= -2x^5 + x - 11$

c) Q(x) · R(x)

$$
\begin{array}{rrrrrr}
 & & -x^3 & +2x^2 & & -3 \\
 & & & 2x^2 & -x & +1 \\
\hline
 & & -x^3 & +2x^2 & & -3 \\
 & +x^4 & -2x^3 & & +3x & \\
-2x^5 & +4x^4 & & -6x^2 & & \\
\hline
-2x^5 & +5x^4 & -3x^3 & -4x^2 & +3x & -3
\end{array}
$$

d) [R(x) – Q(x)] · P(x) =

$$= \left[2x^2 - x + 1 - (-x^3 + 2x^2 - 3)\right] \cdot (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) =$$

$$= (\cancel{2x^2} - x + 1 + x^3 - \cancel{2x^2} + 3)(2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) =$$

$$= (x^3 - x + 4)(2x^5 - 3x^3 + 2x - 1)$$

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
 & & & 2x^5 & & -3x^3 & & +2x \quad -1 \\
 & & & & & x^3 & & -x \quad +4 \\
\hline
 & & & +8x^5 & & -12x^3 & & +8x \quad -4 \\
 & -2x^6 & & & +3x^4 & & -2x^2 & +x \\
2x^8 & -3x^6 & & & +2x^4 & -x^3 & & \\
\hline
2x^8 & -5x^6 & & +8x^5 & +5x^4 & -13x^3 & -2x^2 & +9x \quad -4
\end{array}$$

4. Realiza la división P(x) ÷ Q(x), donde P(x) y Q (x) son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

$$\begin{array}{l|l}
\cancel{2x^5} \qquad -3x^3 \qquad +2x -1 & -x^3 + 2x^2 - 3 \\
\cline{2-2}
-\cancel{2x^5} \quad +4x^4 \qquad -6x^2 & -2x^2 - 4x - 5 \\
\cline{1-1}
\quad \cancel{4x^4} - 3x^3 - 6x^2 + 2x - 1 & \\
\quad -\cancel{4x^4} + 8x^3 \qquad -12x & \\
\cline{1-1}
\qquad \cancel{5x^3} - 6x^2 - 10x - 1 & \\
\qquad -\cancel{5x^3} + 10x^2 \qquad -15 & \\
\cline{1-1}
\qquad \qquad 4x^2 - 10x - 16 &
\end{array}$$

$C(x) = -2x^2 - 4x - 5$; $R(x) = 4x^2 - 10x - 16$

5. Realiza la división $(-x^4 + 2x^6 + 3x^2 - x + 3) \div (x + 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

$(2x^6 + 0x^5 - 1x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 1x + 3) : (x+2)$

	2	0	-1	0	3	-1	3
-2		-4	+8	-14	28	-62	126
	2	-4	7	-14	31	-63	$\boxed{129}$

$C(x) = 2x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 14x^2 + 31x - 63$

$R(x) = 129$

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(2x^3 - x^2 + kx - 3) \div (x - 1)$ el resto sea 0 (división exacta) **(1 punto)**

	2	-1	K	-3
1		2	1	1+K
	2	1	1+K	$\boxed{-3+1+K}$

$R(x) = -3 + 1 + K = -2 + K.$

$-2 + K = 0$

$\underline{\underline{K = 2}}.$