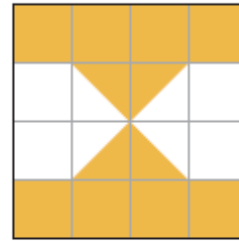
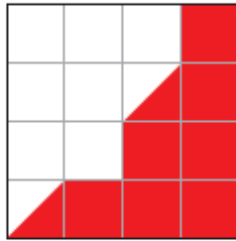
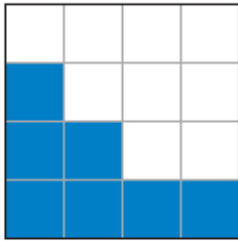


UD1: Números racionales y potencias**1.-Agrupa las fracciones que sean equivalentes.**

$$\frac{21}{49} \quad \frac{24}{36} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{14}{21} \quad \frac{10}{15} \quad \frac{15}{35} \quad \frac{3}{7}$$

2.- Simplifica las fracciones siguientes:

$$\frac{24}{60} \quad \frac{114}{72} \quad \frac{51}{68} \quad \frac{26}{39} \quad \frac{125}{50} \quad \frac{225}{400}$$

3.- Expresa en forma de fracción la parte coloreada de estas figuras:**4.- En cada apartado, reduce a común denominador y ordena de menor a mayor:**

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$ b) $-\frac{1}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{12}, -\frac{3}{4}$ c) $\frac{11}{24}, -\frac{7}{4}, \frac{3}{8}, -\frac{1}{6}, \frac{5}{12}, -\frac{5}{3}$

5.- Efectúa y simplifica descomponiendo en factores como en el ejemplo:

$$\bullet \frac{15}{21} \cdot \frac{7}{25} = \frac{15 \cdot 7}{21 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b) $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c) $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

d) $\frac{9}{16} \cdot \frac{20}{27}$

e) $\frac{13}{12} \cdot \frac{84}{65}$

f) $\frac{90}{35} \cdot \frac{14}{36}$

6.- Expresa como suma de un número entero y una fracción igual que se hace en el ejemplo:

$$\bullet \frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$

a) $\frac{8}{5}$

b) $\frac{15}{8}$

c) $\frac{16}{7}$

d) $-\frac{3}{2}$

e) $-\frac{7}{3}$

7.- Representa: $-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{4}, -\frac{7}{4}$.

8.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{30} - \frac{1}{45}$ d) $\frac{11}{30} - \frac{3}{40} - \frac{7}{60}$

9.- Calcula:

a) $3 - (\frac{1}{6} + \frac{2}{3})$ b) $(2 - \frac{2}{3}) + (5 - \frac{7}{2})$ c) $\frac{3}{5} - 2 + \frac{1}{3}$ d) $5 - (\frac{1}{3} - 2)$

10.- Reduce a una sola fracción las expresiones:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} * \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$ b) $(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2) - (\frac{3}{4} - \frac{2}{5} - 1)$ c) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) - (\frac{3}{5} - \frac{1}{4}) * (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$

11.- Reduce:

a) $\frac{2}{3} * (\frac{3}{4} - \frac{1}{2}) - \frac{1}{6} * (\frac{5}{6} - \frac{1}{3})$ b) $5 : (\frac{2}{4} + 1) - 3 : (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$

12.- Reduce a una sola fracción:

a) $\frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}}$ b) $\frac{3 - \frac{5}{3}}{3 + \frac{5}{3}}$ c) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{7} + \frac{3}{10}}$

13.- Reduce a una sola fracción estas expresiones:

a) $\frac{(-3)(\frac{3}{5} - \frac{1}{3})}{(-2)(\frac{4}{3} + \frac{6}{5})}$ b) $\frac{\frac{1}{2}(\frac{3}{4} - 1)}{1 + \frac{3}{4}}$

14.- Calcula paso a paso

a) $\frac{3}{5} \left(2 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$ b) $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right)$
c) $3 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{3}{8} (-2)$ d) $\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3} \right) \right]$

15.- Pon algunos ejemplos que te ayuden a contestar estas preguntas:

- a) De dos fracciones que tienen el mismo denominador, ¿cuál es mayor? ¿Por qué?
- b) De dos fracciones con el mismo numerador, ¿cuál es mayor? ¿Por qué?

16.- Un terreno de 540 ha se repartió como herencia entre una viuda y sus dos hijos. A la señora le corresponderían $\frac{2}{3}$ del total, y a cada uno de los hijos, $\frac{1}{2}$ del resto.

- a) ¿Cuántas hectáreas de terreno le tocaron a la madre y cuántas a cada hijo?
- b) ¿Qué fracción de la totalidad obtuvieron cada uno de los hijos?
- c) ¿Y entre los dos?

17.- Los $\frac{5}{12}$ de las entradas de un teatro son butacas, $\frac{1}{4}$ son entresuelo, y el resto, anfiteatro. De las 720 entradas que tiene el teatro,

- a) ¿cuántas son de anfiteatro?
- b) ¿Qué parte del total representan?

18.- Julia gastó $\frac{1}{3}$ del dinero que tenía en libros y $\frac{2}{5}$ en discos. Si le han sobrado 36 €, ¿cuánto tenía?

19.- De los 300 libros de una biblioteca, $\frac{1}{6}$ son de poesía; 180, de novela, y el resto, de historia. ¿Qué fracción representan los libros de historia?

20.- Del dinero de una cuenta bancaria, retiramos primero los $\frac{3}{8}$ y, después, los $\frac{7}{10}$ de lo que quedaba. Si el saldo actual es 1 893 €, ¿cuánto había al principio?

21.- De un depósito de aceite, se vacía la mitad; de lo que queda, se vacía otra vez la mitad y, luego, los $\frac{11}{15}$ del resto. Si al final quedan 36 l, ¿cuántos había al principio?

22.- Compro a plazos una bicicleta que vale 540 €. Pago el primer mes los $\frac{2}{9}$; el segundo, los $\frac{7}{15}$ de lo que me queda por pagar, y luego, 124 €.

23.- Gasto $\frac{1}{10}$ de lo que tengo ahorrado en mi hucha; después, ingreso $\frac{1}{15}$ de lo que me queda y aún me faltan 36 € para volver a tener la cantidad inicial. ¿Cuál era esa cantidad?

28. Completa lo siguiente:

$$45 \times \quad = 4500000000000$$

$$123 \times \quad = 1230000000000000$$

$$\times 10^9 = 7890000000000$$

$$\times \quad = 2340000000000000$$

$$45,67 \times \quad = 456700000$$

$$\times \quad = 667600000000000000000000$$

29.- Calcula:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{2} - 1\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$\text{b) } \left(2 + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-2}$$

30.- Expresa como potencia única.

$$\text{a) } \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2 \quad \text{b) } \frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}} \quad \text{c) } \left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3 \quad \text{d) } \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

31.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias.

$$\text{a) } \frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$$

$$\text{b) } \frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$$

$$\text{c) } \frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$$

$$\text{d) } \frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$$

$$\text{e) } \frac{6^2 \cdot 9^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}$$

$$\text{f) } \frac{2^{-5} \cdot 8 \cdot 9 \cdot 3^{-2}}{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 6^{-1}}$$

32. Simplifica las expresiones:

$$\text{a) } \frac{(4^2 \cdot 3^3 \cdot 2) + (6^2 \cdot 7^1) - (1^4 \cdot 9^0 \cdot 8^1) - 0^4}{2^5 \cdot 10^2}$$

$$\text{b) } \frac{c^9 \cdot c^3 \cdot c^2 \cdot c \cdot c^{-1} \cdot c^{-2}}{(c^8 : c^4) : c^2}$$

$$\text{c) } 6^4 \cdot 11^{-3} \cdot 6^{-4} \cdot 11^2$$

$$\text{d) } \frac{5^2 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3} \cdot (-3)^4}{5^4 \cdot 3^7 \cdot 2^2}$$

e)
$$\frac{3^5 \cdot 7^4 \cdot 2^4 \cdot 7^{-4}}{3^4 \cdot 2^{-3}}$$

33.- ¿En qué número termina 2^{83} ?

 Observa en qué cifra terminan las sucesivas potencias de 2 y busca una regla que te permita saber la última cifra de cualquier potencia de base 2.

$2^1 = 2$	$2^5 = 32$
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$

UD2: Números decimales

1.- Expresa como un número decimal las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{25} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{23}{6} \quad \frac{17}{200} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{233}{990} \quad \frac{13}{22}$$

2.- Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos o periódicos (intenta dar la respuesta antes de efectuar la división):

$$\frac{4}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{50} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{17}{60} \quad \frac{81}{250}$$

3.- Expresa en forma de fracción.

a) 3,7

b) 0,002

c) -1,03

d) $2,\widehat{5}$

e) $0,\widehat{21}$

f) $14,\widehat{3}$

4.- Obtén la fracción generatriz

a) $0,3\widehat{2}$

b) $1,0\widehat{3}$

c) $0,0\widehat{12}$

5.- ¿Cuáles de los siguientes números son racionales? Pon en forma de fracción los que sea posible:

a) 0,018

b) $25,\widehat{3}$

c) 1,212112111...

d) 2π

e) $7,03232\ldots$

f) $0,\widehat{23}$

6.- Calcula pasando a fracción.

a) $3,5 + 2,\widehat{3}$

b) $0,\widehat{12} - 0,2$

c) $1,\widehat{6} - 1,0\widehat{2}$

d) $3,\widehat{42} + 7,\widehat{6}$

7.- Comprueba, pasando a fracción, que el resultado de estas operaciones es un número entero:

a) $2,\overline{3} + 4,\overline{6}$

b) $6,\overline{17} + 3,\overline{82}$

8.- Aproxima, en cada caso, al orden de la unidad indicada:

a) 2,3148 a las centésimas.

b) 43,18 a las unidades.

c) 0,00372 a las milésimas.

d) 13 847 a las centenas.

e) 4 723 a los millares.

f) 37,9532 a las décimas.

9.- Expresa con dos cifras significativas las cantidades siguientes:

a) Presupuesto de un club: 1 843 120 €.

b) Votos de un partido político: 478 235.

c) Precio de una empresa: 15 578 147 €.

d) Tamaño de un ácaro: 1,083 mm.

10.- ¿En cuál de las aproximaciones dadas se comete menos error absoluto?

a) $\frac{14}{3} \approx \begin{cases} 4,6 \\ 4,7 \end{cases}$

b) $1,546 \approx \begin{cases} 1,5 \\ 1,6 \end{cases}$

11.- Calcula el error absoluto cometido en cada caso:

	CANTIDAD REAL	CANTIDAD APROXIMADA
PRECIO DE UN COCHE	12 387 €	12 400 €
TIEMPO DE UNA CARRERA	81,4 min	80 min
PORCENTAJE DE AUMENTO	32,475%	32,5%
DISTANCIA ENTRE DOS PUEBLOS	13,278 km	13,3 km

12.- ¿Cuál de las siguientes medidas es más precisa (tiene menos error relativo)?

Di, en cada una, de qué orden es el error absoluto cometido:

- a) Altura de una chica: 1,75 m.
- b) Precio de un televisor: 1 175 €.
- c) Tiempo de un anuncio: 95 segundos.
- d) N.º de oyentes de un programa de radio: 2 millones.

13.- Escribe los números siguientes con todas sus cifras:

- a) $4 \cdot 10^7$
- b) $5 \cdot 10^{-4}$
- c) $9,73 \cdot 10^8$
- d) $8,5 \cdot 10^{-6}$
- e) $3,8 \cdot 10^{10}$
- f) $1,5 \cdot 10^{-5}$

14.- Escribe estos números en notación científica:

- a) 13 800 000
- b) 0,000005
- c) 4 800 000 000
- d) 0,0000173

15.- Expresa en notación científica.

- a) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km.
- b) Caudal de una catarata: 1 200 000 l/s.
- c) Velocidad de la luz: 300 000 000 m/s. Emisión de CO₂ en un año en España: 54 900 000 000 kg.

16.- Di cuál debe ser el valor de n para que se verifique la igualdad en cada caso:

- a) $3\,570\,000 = 3,57 \cdot 10^n$
- b) $0,000083 = 8,3 \cdot 10^n$
- c) $157,4 \cdot 10^3 = 1,574 \cdot 10^n$

d) $93,8 \cdot 10^{-5} = 9,38 \cdot 10^n$

e) $14\,700 \cdot 10^5 = 1,47 \cdot 10^n$

17.- Expresa en notación científica y calcula.

a) $\frac{0,00054 \cdot 12\,000\,000}{250\,000 \cdot 0,00002}$

b) $\frac{1\,320\,000 \cdot 25\,000}{0,000002 \cdot 0,0011}$

c) $\frac{0,000015 \cdot 0,000004}{1\,250\,000 \cdot 600\,000}$

d) $(0,0008)^2 \cdot (30\,000)^2$

18.- Efectúa las siguientes operaciones como en el ejemplo y, después, comprueba el resultado con la calculadora:

a) $3,6 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{11}$

b) $5 \cdot 10^9 + 8,1 \cdot 10^{10}$

c) $8 \cdot 10^{-8} - 5 \cdot 10^{-9}$

d) $5,32 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-6}$

19.- Calcula con lápiz y papel, expresa el resultado en notación científica y compruébalo con la calculadora.

a) $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^6)$

b) $(2 \cdot 10^{-8}) \cdot (1,5 \cdot 10^{12})$

c) $(4 \cdot 10^8) + (5 \cdot 10^7)$

d) $(4 \cdot 10^{-3}) - (5 \cdot 10^{-4})$

e) $(8 \cdot 10^{11}) : (5 \cdot 10^3)$

f) $(8,5 \cdot 10^{-6}) : (2 \cdot 10^4)$

20.- El diámetro de un virus es $5 \cdot 10^{-4}$ mm. ¿Cuántos de esos virus son necesarios para rodear la Tierra? (Radio medio de la Tierra: 6 370 km).

21.- La velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s aproximadamente.

a) ¿Qué distancia recorre la luz del Sol en un año?

b) ¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a Plutón? (Distancia del Sol a Plutón: $5,914 \cdot 10^6$ km).

UD3: Proporcionalidad numérica

1.- Completa las siguientes tablas y señala la constante de proporcionalidad, en el caso de que la haya:

TABLA I

1	2		4	8			k		a
2.5	5	7.5			25	50		5k	

TABLA II

3	15	7.5	5	1		4	k	
5	1				4			k

TABLA III

a	2	5	6	8	10	15	3a	
b	1.6	4	4.8					4b

2.- Contesta si los siguientes pares de magnitudes están relacionados, y en caso afirmativo si es directa fuerte o débil o inversa fuerte o débil

- La altura de los árboles y la altura de las sombras, en un momento del día.
- La edad de una persona y el número de hermanos que tiene.
- El número de obreros que se encuentran realizando un trabajo y el tiempo que tardan.
- El área de un círculo y su radio.
- La edad de una persona y su número de arrugas.
- La edad de una persona y el número de hijos.
- Las horas que se encuentra funcionando una máquina y el número de piezas que fabrica
- El número de soldados que hay en un castillo y el tiempo que duran los víveres.
- El número de días trabajados por un obrero y el dinero que gana.
- La velocidad de un móvil y el precio que tiene dicho móvil.

3.- Se sabe que la constante de proporcionalidad es 0.4. Completa la siguiente tabla:

a	2	5	6	8	10	15	3a	
b	1.6	4	4.8					4b

4.- Completa la tabla sabiendo que las magnitudes A y B son directamente proporcionales.

A	1	5	10	15	45	83
B			24			

A	1	5	10	15	45	83
B	2,4	12	24	36	108	199,2

5.- Calcula el cuarto proporcional en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{32} = \frac{45}{72}$

b) $\frac{20.6}{12.8} = \frac{24.5}{x}$

c) $\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$

d) $\frac{x}{10.6} = \frac{2.4}{x}$

6. Si 7 kg de manzanas cuestan 14,7 €, ¿cuánto costarán 12 kg?

7. Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

8.- ¿Cuál será la altura de un edificio cuya sombra mide 32.5 metros, sabiendo que, en el mismo sitio y hora, un bastón de 98 cm de altura proyecta una sombra de 14 cm de longitud?

9.- Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿Cuánto pagaría cada uno?

10.- El dueño de un papelería ha abonado una factura de 670 € por un pedido de 25 cajas de folios.

- a) ¿A cuánto ascenderá la factura de un segundo pedido de 17 cajas?
- b) ¿Cuántas cajas recibirá en un tercer pedido que genera una factura de 93€?

11.- Cinco carpinteros necesita 21 días para entarimar un suelo. ¿Cuántos carpinteros serán necesarios si se desea hacer el trabajo en 15 días?

12.- Los vecinos de una urbanización abonan 390 € mensuales por las 130 farolas que alumbran sus calles. ¿Cuántas farolas han de suprimir si desean reducir la factura mensual a 240 €?

13.- Un campamento de refugiados que alberga a 4 600 personas tiene víveres para 24 semanas. ¿En cuánto se reducirá ese tiempo con la llegada de 200 nuevos refugiados?

14.- Una finca tiene una valla antigua sostenida por 650 postes que están colocados a intervalos de 1,20 m. ¿Cuántos postes se necesitarán para la nueva valla en la que los postes se colocarán a intervalos de 1,30 m?

15.- Un peregrino del Camino de Santiago ha invertido 5 días y 2 horas en cubrir una distancia de 128 kilómetros. Sabiendo que en cada jornada camina durante seis horas, ¿qué distancia recorre al día?

16.- Si 25 obreros, trabajando durante 8 horas, pintan 4 km de carretera, ¿cuántos obreros, trabajando 10 horas, se necesitarían para pintar 15 km?

17.- Seis piezas de tela, de 60 m de largo y 0.90 m de ancho, han costado 1.8 €. ¿Cuál será el valor de 8 piezas de la misma tela cuyo largo es 90 m, siendo 1.25 m su anchura?

18.- Cuatro mineros abren una galería de 15 metros de longitud en 9 días. ¿Cuántos metros de galería abrirán 6 mineros en 15 días?

19.- Cinco obreros, trabajando 6 horas diarias, han necesitado 12 días para levantar un muro. ¿Cuántos obreros necesitamos para construir ese muro en 9 días, trabajando jornadas de 10 horas?

20.- En una cadena de montaje, 17 operarios, trabajando 8 horas al día, ensamblan 850 aparatos de radio a la semana. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar la próxima semana, para atender un pedido de 1 000 aparatos, teniendo en cuenta que se añadirá un refuerzo de tres trabajadores?

21.- En un campo de 200 m de largo y 80 m de anchura, se ha recogido una cosecha de 4 800 kg de trigo. ¿Qué cosecha podemos esperar de otro campo que mide 190 m de largo y 90 m de ancho?

22.- Dos obreros canalizan 100 m de tubería para agua durante 10 días. ¿Cuántos días tardarán en canalizar 350 m de tubería 5 obreros?

23.- Un ganadero tiene forraje para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Si compra 5 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentar al ganado con el mismo forraje?

24.- Dos albañiles cobran 340 € por un trabajo realizado conjuntamente. Si el primero trabajó tres jornadas y media y el segundo cinco jornadas, ¿cuánto cobrará cada uno?

25.- Tres hermanos se reparten una herencia de 2 820 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibirá cuatro, y el pequeño, tres. ¿Qué cantidad se lleva cada uno?

26.- Se han abonado 6 888 € por la limpieza de un bosque realizada por dos brigadas de trabajadores. La primera brigada está formada por 12 operarios y ha trabajado durante 8 días. La segunda brigada tiene 15 hombres y ha trabajado 10 días. ¿Cuánto corresponde a cada brigada?

27.- Tres socios han obtenido en su negocio un beneficio de 12 900 €. ¿Qué parte corresponde a cada uno si el primero aportó inicialmente 18 000 €, el segundo, 15 000 €, y el tercero, 10 000 €?

28.- Un décimo de lotería cuesta 18 €. Tres personas compran una participación: Marta pone 10 €, María 5 € y Cristina 3 €. Si les tocan 23000 €, ¿cuánto crees que recibirá cada una?

29.- Se trata de repartir 1000 € entre 3 personas de forma inversamente proporcional a los días que han asistido a un curso. Sabiendo que el primero ha asistido 4 días, el segundo 8 y el tercero 2, ¿cuánto crees que recibirá cada uno?

31.- Halla:

- a) 30% de 1 670
- b) 12% de 3 075
- c) 43% de 4 600
- d) 16% de 25
- e) 115% de 1 640
- f) 165% de 7 800
- g) 0,3% de 5 000
- h) 1,2% de 2 000

32.- El 64% de los 875 alumnos y alumnas de un colegio están matriculados en Educación Secundaria. ¿Cuántos de ellos no son de Secundaria?

33.- Hemos pagado por un abrigo 473,28 € y nos han aplicado un 15% de descuento y un 16% de IVA. ¿Cuánto costaba el abrigo inicialmente?

34.- Un pantano contenía en enero un millón de metros cúbicos de agua y estaba lleno. Sus reservas se redujeron en abril al 80% de la capacidad, y en agosto, al 30%. ¿Cuántos metros cúbicos de agua contenía en abril? ¿Y en agosto?

35.- El precio de un artículo sin IVA es de 725 €. Si he pagado 841 €, ¿qué porcentaje de IVA me han cargado?

36.- Se han pagado 45 € por una entrada para un partido adquirida en la reventa. Si el revendedor ha cobrado el 180% del precio original, ¿cuánto costaba la entrada en taquilla?

37.- Un litro de gasolina costaba en enero 0,88 €, pero ha sufrido dos subidas en los últimos meses, la primera de un 5% y la segunda, un 4%. ¿Cuánto cuesta ahora un litro de combustible?

38.- El precio del aluminio que se emplea en las ventanas ha subido dos veces en este año. La primera un 15% y la segunda un 8%. Pero en el último trimestre ha bajado un 6%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida al cabo del año?

39.- Un cine tiene 520 butacas ocupadas, lo que supone el 65% del total. ¿Cuál es la capacidad del cine?

40.- De los 240 viajeros que ocupan un avión, el 30% son asiáticos, el 15% africanos, el 25% americanos y el resto europeos. ¿Cuánto europeos viajan en el avión?

41.- He pagado 16,28 € por una camisa que estaba rebajada un 12%. ¿Cuánto costaba la camisa sin rebaja?

UD4: Progresiones

1.- Escribe los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) Cada término se obtiene sumando 7 al anterior. El primero es -10 .
- b) El primer término es 0,1. Los demás se obtienen multiplicando el anterior por 2.
- c) El primero es 2; el segundo, 4, y los siguientes, la semisuma de los dos anteriores.

2.- Escribe los términos a_{10} y a_{25} de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = 3n - 1$
- b) $a_n = \frac{n^2 + 1}{2}$
- c) $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$
- d) $a_n = \frac{(-1)^n}{10} + 1$
- e) $a_n = n(n - 1)$
- f) $a_n = 3n - 1$
- g) $a_n = \frac{n - 2}{n + 2}$

3.- A partir de la siguiente progresión $a = \frac{n^2 - 1}{2n + 2}$ escribe los términos 10, 25 y 100.

4.- Escribe los cinco primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_1 = 1 \qquad a_n = 2a_{n-1} + 3$$

5.- Averigua el criterio con el que se han formado las siguientes sucesiones:

a) 11, 9, 7, 5, ...

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

c) 2,5; 2,9; 3,3; 3,7; ...

d) 8, 12, 18, 27, ...

e) 0, 3, 8, 15, ...

f) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

6.- Esta es la tabla de multiplicar hasta el 5:

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

a) Observa las filas y las columnas y escribe el término general de cada una.

b) Obtén el término general de la diagonal principal: 1, 4, 9, 16, ...

c) La diagonal 2, 6, 12, 20, ... se formó así: $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, 4 \cdot 5, \dots$ Halla su término general.

7.- Halla el término general de estas sucesiones:

a) 12, 14, 16, 18, ...

b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

c) 1, 3, 5, 7, ...

d) 1, 3, 9, 27, ...

8.- Busca una ley de recurrencia para definir las siguientes sucesiones:

a) 8, 10, 2, -8, -10, ...

b) 1, 2, 2, $1\frac{1}{2}$, ...

9.- Escribe los cinco primeros términos y a_{20} de las siguientes progresiones aritméticas:

- a) $a_1 = 1,5; d = 2$
- b) $a_1 = 32; d = -5$
- c) $a_1 = 5; d = 0,5$
- d) $a_1 = -3; d = -4$

10.- Halla, en cada caso, el término general y calcula, después, a_{50} :

- a) 25, 18, 11, 4, ...
- b) -13, -11, -9, -7, ...
- c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ...
- d) -3, -8, -13, -18, ...

11.- Halla el primer término y el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

- a) $d = 5; a_8 = 37$
- b) $a_{11} = 17; d = 2$

12.- Halla la diferencia y el primer término de las progresiones aritméticas siguientes:

- a) $a_2 = 18; a_7 = -17$
- b) $a_4 = 15; a_{12} = 39$

13.- Calcula la suma de los veinte primeros términos de las siguientes progresiones aritméticas:

- a) $a_1 = 5; d = 2$
- b) $a_1 = -1; a_2 = -7$
- c) Los números pares.
- d) Los múltiplos de 3.

14.- ¿Qué lugar ocupa un término cuyo valor es 56 en la progresión aritmética definida por $a_1 = 8$ y $d = 3$?

15.- Escribe los cinco primeros términos de las siguientes progresiones geométricas:

- a) $a_1 = 0,3; r = 2$
- b) $a_1 = -3; r = 1/2$
- c) $a_1 = 200; r = -0,1$
- d) $a_1 = ; r = 3$

16.- Halla, en cada una de las sucesiones siguientes, el término general:

- a) 20; 8; 3,2; 1,28; ...
- b) 40, 20, 10, 5, ...
- c) 6; -9; 13,5; -20,25; ...
- d) 0,48; 4,8; 48; 480; ...

17.- Calcula la razón y el primer término de las progresiones geométricas siguientes:

- a) $a_1 = 1/81; a_3 = 1/9$
- b) $a_2 = 0,6; a_4 = 2,4$

18.- Calcula la suma de los diez primeros términos de las progresiones geométricas siguientes:

- a) $a_1 = 5; r = 1,2$
- b) $a_1 = 5; r = -2$

19.- Halla la suma de los infinitos términos de las progresiones geométricas siguientes:

- a) $a_1 = 4; r = 1/3$

b) $a_1 = 17; r = 0,95$

20.- Calcula la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 1\,000$ y $a_4 = 8$.

a) ¿Se puede hallar la suma de sus infinitos términos?

21.- En un teatro, la primera fila dista del escenario 4,5 m, y la octava, 9,75 m.

a) ¿Cuál es la distancia entre dos filas?

b) ¿A qué distancia del escenario está la fila 17?

22.- Para preparar una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a hacer un recorrido de 21 km?

23.- La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

24.- Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?

25.- Si en una progresión aritmética sabemos que $a_2 + a_{13} = 32$; ¿podemos saber cuánto vale $a_8 + a_7$? ¿Por qué?

UD5: Lenguaje algebraico

1. Sustituye y evalúa las siguientes expresiones algebraicas para los valores indicados:

- a. $2xy$ para $x = 1, y = -4$
- b. $2xy^2$ para $x = 1, y = -4$
- c. $5xyz$ para $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{5}, z = 1$
- d. $5x^2yz^3$ para $x = 1, y = 3, z = -1$.

2. Escribe la expresión algebraica de las afirmaciones siguientes, siendo x el número desconocido:

- a. La suma de un número y su triple.
- b. La diferencia entre un número y su mitad es 40.
- c. El producto de un número y el siguiente suman 20.
- d. La diferencia entre el cubo de un número y su cuadrado es 32.
- e. El cubo de la diferencia entre un número y su cuadrado es 32.
- f. El cuadrado de la diferencia entre un número y su cubo es 32.

3. Opera

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) $2x^2 + 2yx + 5xy - 4x$ | j) $8xy^2 - 6xy^2 - 2xy^2$ |
| b) $2x + 2y - x$ | k) $\frac{3}{2}a^2b + \frac{1}{2}a^2b$ |
| c) $2x^2 + 11x^2 - 3x^2 + 4x^2$ | l) $3a + b + 2c - 7d - 7a - 4b + 5c - 6d + 5a + 2b$ |
| d) $5y + 2y$ | m) $x^4 + x^3 + 3x^2 - 5x + 3x^4 - 3x^2 + 5x + 2x^3 + 1$ |
| e) $3x - 4x$ | n) $3x^2 + 4x^2$ |
| f) $6a - 8b$ | o) $7a^3b - 5a^3b$ |
| g) $2r + 3r + 7r$ | p) $9a^2b + ab^2$ |
| h) $2x + 3x + y$ | |
| i) $3x^3yz^2 - 4x^3yz^2$ | |

q) $3x^2 + 4x^2$

r) $7a^3b - 5a^3b$

s) $3a^4b \cdot 2ab$

t) $9xyc^2 \cdot (-2^3 yc^3)$

u) $3a^4b \cdot 2ab$

v) $3xyc^2 \cdot (-2x^3 yc^3)$

w) $3x^4b^2c \cdot \frac{4}{3}ab^3$

x) $x^3 \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot x^7$

y) $2x \cdot \frac{3}{2}x^2 \cdot 5x^5 \cdot 7x^7$

z) $-4a^3bc^2 \cdot (-2a^5)$

4. Expresa, a partir de la x , la superficie S i el perímetro P del rectángulo:



5. Indicar el grado de los siguientes monomios

- a) $6xy$ b) $2xz^3$ c) $(3xyz)/2$ d) $x^{-3}y$

6. Indicar el nombre y el grado de las siguientes expresiones algebraicas:

- a) x^2-3x-2 b) x^3-y^4 c) $5x$ d) $7x+3xy^3$

7. Hallar el valor numérico de la expresión algebraica $(x^2+x+1)/(x-1)$ para:

- a) $x=3$ b) $x=6$ c) $x=1$

8. Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes:

a) $4ac - 5b + 3ab$, si $a = 3$, $b = \frac{2}{3}$, $c = -1$

b) $(x + y)(x - y) + 2xy$, si $x = \frac{1}{4}$, $y = -\frac{2}{5}$

9. Extrae factor común en las expresiones siguientes

a) $2x^3 + 5x$

b) $12p^5q^3 + 8p^7q^3r^2 - 6p^3q^6s^4$

c) $12 + 6$

d) $2xy + 3x$

e) $6a^2b^5 + 7b^3c$

f) $12x + 6y$

g) $12abc + 10ab + 4c$

h) $3x^2-5x^4$

i) $5x-25yx^2$

j) $7x^3-14x^6$

10. Representa la edad de una persona:

- a) Trascurridos 10 años, si x es la edad actual.
- b) Hace y años, si 40 años es la su edad actual.

11. Expresa algebraicamente las operaciones siguientes

- a) El triple de un número más dos.
- b) Un nombre menos su mitad.
- c) El doble de la suma de un número más tres.
- d) Tres menos la suma de un número más su doble.
- e) Siete menos un número disminuido en cuatro unidades.
- f) La suma de dos números consecutivos.
- g) El cociente entre un número y otro.
- h) El producto de dos números pares consecutivos.
- i) El cociente entre dos número consecutivos.
- j) El cuadrado de la suma de dos números.

12. Efectuar las siguientes sumas y diferencias de polinomios:

- a) $(3x^2+5x+1)+(x^2-7x-1)$
- b) $(3x^2+5x+1)-(x^2-7x-1)$
- c) $(3x^2-1)+(x^3-7x-5x^2-3)$
- d) $(3x^2-1)-(x^3-7x-5x^2-3)$
- e) $(x^3-3x^2+x-1) + (6x^4-\frac{1}{2}x)$
- f) $(x^3-3x^2+x-1)-(6x^4-\frac{1}{2}x)$

13. Dados los polinomios $P(x) = 5x^2 - 3x + 2$; $R(x) = x + 1$; $Q(x) = 2x^3 - 1$. Efectúa las siguientes operaciones:

- a) $P+Q$ b) $P-Q$ c) $P \cdot Q$ d) $P-R$ e) $R-Q$ f) $P \cdot R$

14. Desarrollar las siguientes expresiones:

- a) $(x+2y)^2$ b) $(3x+2b^2)^2$ c) $(2x^3+6x)^2$ d) $(x-2y)^2$ e) $(3x-2b^2)^2$ f) $(2x^3-6x)^2$

15. Simplifica utilizando igualdades notables:

- a) $(3x+2b^2)(3x-2b^2)$ b) $(2x^3+6x)(2x^3-6x)$

16. Calcula los cuadrados de los binomios que se indican y reduce luego los términos semejantes:

- a) $(x+a)^2$ b) $(x-m)^2$ c) $(2a+9b)^2$ d) $(x^2+8)^2$ e) $(7+x)^2$ f) $(a^m+y^n)^2$

17. Calcula directamente los productos de las sumas por diferencias:

- a) $(a+b)(a-b)$ b) $(x+2a)(x-2a)$ c) $(3x+1)(3x-1)$ d) $(x^3y^3+1)(x^3y^3-1)$

18. La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos, ¿es par o impar? Razónalo.

19. Demuestra que la diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es par.

20. Si dos números se diferencian en 7 unidades, la diferencia de sus cuadrados es igual a 7 veces su suma. Razónalo.

UD6: Ecuaciones**1. Averigua si las siguientes ecuaciones son equivalentes:**

a) $3x-2+7x=7+1$; $4x=4$ b) $-2x+6x=12-8$; $18-22=4x$

2. Escribe tres ecuaciones equivalentes que tengan como solución $x=-1$.**3. Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $3x=6x+10$; b) $5x+2=-10$; c) $12=-4x-3+6x$;

d) $3-2x=1$ e) $4x-2=3x-6+5$; f) $34=3x-6+2x$.

g) $8x-12+4x=-2x+20$; h) $2x-3+10x-8=x$.

4. Resuelve:

a) $-8(10-x)=-6$ b) $6(7-x)=8(6-x)$ c) $(x+2)3=(13-x)4+3$

d) $2x-2(x-3)=12$ e) $3(1-2x)+12=10-2(x-3)$ f) $4(x-6)=12-(x+3)$

g) $-2(x+3)-4=18+4x$ h) $2(3x+1)-x=2(x-1)$

5. Realiza las transformaciones necesarias hasta encontrar la ecuación equivalente final del tipo $ax=b$ en las siguientes ecuaciones:

a) $5x+2-7x=6x-14$ b) $4x+2x+5=6x+14$ c) $-2x-7+3x+2=x-5$

6. Clasifica las siguientes igualdades literales según sean identidades, ecuaciones con una solución o ecuaciones sin solución:

a) $-2x+7-5x=x+3$ b) $2x-3+4(3-x)=-2x+30$

c) $3(2x+4)-x+2=3x+2(7+x)$ d) $5(x-3)+2-7x=14$

7. Halla la solución de las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{3} - \frac{x}{6}$ b) $\frac{x}{5} + \frac{x}{5} + 1 = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2}$ c) $2x - \frac{1-3x}{10} + \frac{2}{3} = 2(x-3) + \frac{1}{5}$

d) $\frac{3x+4}{5x+6} = \frac{1}{2}$ e) $\frac{x-1}{5} - \frac{x+2}{10} + \frac{1-3x}{15} = \frac{x+2}{30}$ f) $1 - \frac{2x-8}{21} + \frac{3x}{7} = x - \frac{x+5}{3}$

g) $\frac{2x-5}{x+6} = \frac{4}{3}$ h) $\frac{6}{5} = \frac{x-7}{2(x+1)}$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x-1)(x+2)=0$ b) $(x-5)(x+11)=0$

c) $(2x+6)x=0$ d) $(2x-5)(7x-3)=0$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2-24=1$ b) $3x^2-47=1$ c) $1-4x^2=-8$ d) $3x^2-16=2x^2$

e) $x^2-x=0$ f) $x^2-6x=0$ g) $-x^2+9x=0$ h) $3x^2-39x=0$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $x^2-7x-18=0$ b) $3x^2+3x+18=0$ c) $7x^2+21x-28=0$ d) $x^2+x+1=0$
e) $x^2-10x+9=0$ f) $x^2-26x+169=0$ g) $4x^2-17x+4=0$ h) $4x^2-37x+9=0$

11. Halla una ecuación que tenga por soluciones $x=3$, $x=-5$.**12. ¿Qué condición cumple el discriminante de una ecuación de 2º grado que tenga solución entre los números que conocemos?****13. En la ecuación $x^2+bx+15=0$, una solución es 5. ¿Cuánto vale b? ¿Cuál es la otra solución?****14. Determina m en la ecuación $x^2-6x+m=0$ de modo que las dos raíces sean iguales.****15. Determina c en la ecuación $2x^2-8x+c=0$, de modo que las dos raíces de la ecuación sean iguales.****16. Traduce a ecuaciones con una incógnita los siguientes enunciados:**

- a) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 221.
b) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 41.
c) El producto de un número por su tercera parte es 27.
d) El producto de dos números consecutivos es 72.
e) El producto de dos números pares consecutivos es 2024.
f) Un número y su cuadrado suman 30.
g) Un número y su raíz cuadrada suman 42.

17. Problemas de ecuaciones de primer grado

- a) Encuentra un número que aumentado en 17 da 43.

b) El doble de un número más su triple da 125. ¿De que número se trata?

c) La suma de dos números consecutivos es 139. ¿De que números se trata?

d) El doble de un número más 5 es igual a su triple menos 19. ¿De que número se trata?

e) Si a un número le restas 15 y el resultado lo divides por 3 obtienes 20. ¿De que número se trata?

- f) La diferencia entre un número i su doble es -4 . ¿De que número se trata?
- g) La base de un rectángulo es el doble que la altura, i su perímetro es 78 cm.
¿ Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- h) La edad de Cristina es el triple de la de Jordi, i de aquí a 20 años seré el doble.
¿Calcula las edades actuales de las dos personas?
- i) El triple de la edad que tenía Jordi hace 4 años es el doble de la que tendrá de aquí a 8 años. ¿Cuál es la edad actual de Jordi?

18. Problemas de ecuaciones de segundo grado

- a) Halla dos números enteros consecutivos cuyo producto es 72 .
- b) La suma de un número y su cuadrado es 42 . Hállalo.
- c) Una pirámide regular de base cuadrada tiene de altura 30m y se han necesitado 2000m^3 de piedra para construirla. Halla el lado de la base de la pirámide.
- d) Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 3 , 4 y 5 . Halla la longitud de cada lado sabiendo que el área del triángulo es 24m^2 .
- e) Uno de los lados de un rectángulo mide 6cm más que el otro. ¿Cuáles son las dimensiones si su área es 91cm^2 ?
- f) Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10m y su capacidad 4000m^3 . Halla el lado de la base sabiendo que es cuadrada.
- g) Marta quiere hacer el marco de un espejo con un listón de madera de 2m , sin que le sobre ni le falte nada. Sabiendo que el espejo es rectangular y que

tiene una superficie de 24dm^2 ¿de qué longitud deben ser los trozos que ha de cortar?

- h)** Una superficie rectangular tiene una superficie de 28m^2 y su perímetro tiene una longitud de 22m . Halla las dimensiones de la habitación.
- i)** En un rombo de 42cm^2 de área, la suma de las longitudes de las diagonales es 20cm . Halla las diagonales y el lado.
- j)** Aumentando un lado de un cuadrado en 4m y los lados contiguos en 6m se obtiene un rectángulo de doble área que el cuadrado. Halla el lado del cuadrado.

UD7: Sistemas de ecuaciones**1. Representa gráficamente**

a) $x + 5y = 7$

b) $3x - 5y = 11$

c) $3x - y = 11$

d) $5x + y = 8$

e) $3x + 10y = 6$

f) $-3x - 5y = 6$

g) $y = 3x + 6$

h) $2y = -4x + 6$

2. Resuelve los siguientes sistemas gráficamente

a)
$$\begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a)
$$\begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

4. Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a)
$$\begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

5. Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a)
$$\begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{array}$$

6. Resuelve por cualquier método los siguientes sistemas (recuerda que es bueno que vayas alternando):

a)
$$\begin{array}{l} 3x = 6 \\ 5x + \frac{4y}{3} = 14 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{l} 6x - 3y = 5 \\ 3x + 6y = 5 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{l} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{l} 1,2x + 0,7y = 7 \\ x - 0,5y = 1,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{e) } \frac{2x}{5} - \frac{x}{3} = \frac{1}{15} & \text{f) } \begin{array}{l} 5x = 2y - 2 \\ 4x = 20 - 2y \end{array} & \text{g) } \begin{array}{l} 7x - 4y = -12 \\ 3x - 2y = -7 \end{array} & \text{h) } \begin{array}{l} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{array} \\ 15x - 15y = 2 & & & \end{array}$$

7. Resuelve los sistemas:

$$\begin{array}{ll} 3(x-1) + 3(y+4) = 2(3x+y) - 9 & \frac{x+3}{y} = 5 \\ \text{a) } \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 & \text{b) } \begin{array}{l} 2(x-3y) + x = 9 \\ 0,2x - 1,7y = 6,1 \end{array} \\ 3(x+2) - 5(y+1) = 9 & \text{d) } \begin{array}{l} 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{array} \\ \text{c) } 4x + \frac{5+3y}{2} = 5 & \end{array}$$

8. Calcula dos números cuya suma sea 191 y cuya diferencia sea 67.

9. Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 5 euros. Cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 8 euros. ¿A cuánto está el kilo de peras? ¿y el de manzanas?

10. He pagado un euro con 29 monedas de 2 y 5 céntimos. ¿Cuántas he dado de cada clase?

11. Una empresa aceitera ha envasado 3000 litros de aceite en 1200 botellas de 2 y 5 litros. ¿cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

12. Un tren que avanza con velocidad de 70km/h, lleva una ventaja de 90km a otro tren que avanza en una vía paralela a 110km/h. Calcula el tiempo que tarda el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia recorrida hasta lograrlo.

13. Un camión de transportes hace, una vez a la semana, la ruta entre las ciudades A y B. Si va a 80km/h tarda, sólo en ir, tres horas más que si va a 100km/h. ¿Cuál es la distancia entre las ciudades?

14. Entre las ciudades A y B hay 315km. De cada una de ellas salen a la vez dos coches con dirección a la otra. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse y la distancia recorrida por cada uno sabiendo que sus velocidades son 75km/h y 105km/h.

15. En el bar del instituto se venden bocadillos de tortilla por 1,50 euros y de chorizo por 90 céntimos. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue 57 euros. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?

16. La suma de las dos cifras de un número es igual a 12. Si la invertimos, obtenemos otro número igual al doble del anterior menos 12. ¿Cuál es el número inicial?

17. Un comerciante tiene dos clases de café: el primero a 3,60 euros/kg y el segundo a 4 euros/kg. ¿Cuántos kg debe tomar de cada clase para obtener una mezcla de 30 kg a 3,90 euros/kg?
18. Roberto y María van de cena a una hamburguesería: Roberto se toma tres hamburguesas y una Coca- cola y María una hamburguesa y dos Coca-colas. Roberto paga 7,50 euros y María 5. ¿Cuánto vale una hamburguesa? ¿y una Coca- cola?
19. Me falta 1,20 euros para comprar la revista “con la que conquistar al chic@ de mi vida”. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora me sobrarían 1,50 euros. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?
20. María tiene 5 años más que su hermano Luís y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?
21. Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto 13 y su padre 43. ¿Cuántos años tienen que transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?
22. Un depósito está lleno el domingo. El lunes se vacían sus $\frac{2}{3}$ partes, el martes se gastan $\frac{2}{5}$ de lo que quedaba y el miércoles 300 litros. Si aún quedó $\frac{1}{10}$, ¿cuál es la capacidad del depósito?
23. Mezclando 15 kg de arroz de 60 céntimos/kg con 25 kg de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 80 céntimos/kg. ¿cuál será el precio de la segunda clase de arroz?

CUESTIONES TEÓRICAS

24. Escribe un sistema de ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x=1, y=1$
25. Identifica cuáles de los siguientes sistemas de ecuaciones no tienen solución:

a) $\begin{matrix} 3x - 5y = 4 \\ 3x - 5y = 0 \end{matrix}$	b) $\begin{matrix} 3x - 5y = 4 \\ -3x + 5y = 4 \end{matrix}$	c) $\begin{matrix} 5x + y = 4 \\ 10x + 2y = 4 \end{matrix}$	d) $\begin{matrix} x + 2y = 3 \\ x - 2y = 3 \end{matrix}$
e) $\begin{matrix} x - 3y = 11 \\ 2x - 6y = 21 \end{matrix}$	f) $\begin{matrix} x + y = 1 \\ 5x + 5y = 5 \end{matrix}$		

26. Identifica cuáles de los anteriores sistemas de ecuaciones son indeterminados, y en cada uno de ellos calcula tres soluciones.

27. Inventa tres sistemas de ecuaciones que no tengan solución; esto es, que sean incompatibles. Inventa otros tres que sean indeterminados.

28. Identifica, entre los siguientes sistemas, los que tienen infinitas soluciones, los que tienen sólo una y los que no tienen ninguna:

a) $\begin{matrix} 3x + 5y = 4 \\ 6x + 10y = 8 \end{matrix}$	b) $\begin{matrix} x + 3y = 9 \\ x - 2y = 5 \end{matrix}$	c) $\begin{matrix} 5x - y = 4 \\ 5x + 1 = y + 5 \end{matrix}$	d) $\begin{matrix} 2x + 5y = 11 \\ 2x + 5y = 3 \end{matrix}$
--	---	---	--

29. Comprueba si $x=0$ $y=3$ es solución del sistema

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \\ 2x + 4y &= 12 \\ x + 5y &= 10\end{aligned}$$

UD8: Tablas y gráficos estadísticos**1. En los siguientes ejemplos dime ¿cual es la población y la muestra?**

- a) El ayuntamiento de Agost ha decidido estudiar la edad media de los inmigrantes magrebíes que viven en nuestro pueblo, para ello del total de magrebies ha elegido al azar 50.
- b) Se decide estudiar cuantas personas han fumado alguna vez porros entre chavales de 15-18 años, para ello los encargados del estudio eligen 50 chavales.
- c) El IES de Agost dispone 10 clases con alumnos, se ha decidido estudiar la estatura media de alumnos del instituto, para ello elige de cada clase a 10 alumnos y les pregunta su estatura.

2. Determina la población objeto de observación en cada apartado de los siguientes e indica si la variable estudiada es cualitativa o cuantitativa, especificando si es discreta o continua:

- a) La edad en años de los profesores del centro.
- b) El número de alumnos por aula.
- c) El color de ojos de tus compañeros.
- d) El número de hermanos de tus compañeros.
- e) El color de los zapatos de tus amigos.
- f) Los programas de televisión que más gustan en tu barrio.
- g) El volumen declarado en los envases de bebidas de un supermercado.
- h) La estatura de los soldados.

3. De qué tipo de variable se trata en cada uno de los enunciados siguientes:

- a) En una maternidad se han tomado los pesos (en kilogramos) de 50 recién nacidos. Los cinco primeros datos son estos: 2,8 3,2 3,8 2,5 1,9 ...
- b) Se ha lanzado un dado 50 veces y los resultados obtenidos de los cinco primeros datos son: 2, 5, 1, 5, 3,...
- c) Las alturas de un grupo de chicos son: 1,73 1,86 1,90 1,80 1,78...

4.- En un estudio sobre supervivencia tras un tratamiento con quimioterapia para cierto tipo de cáncer ha sido registrado el tiempo transcurrido desde el inicio del tratamiento hasta el fallecimiento de los individuos. Los tiempos registrados se resumen en la tabla adjunta, agrupados por intervalos de 6 meses de amplitud:

Tiempo en meses	Nº de sujetos
0 - 6	28
6 - 12	14
12 - 18	10
18 - 24	8
24 - 30	8
30 - 36	5
Total	73

- Calcule las frecuencias absolutas, frecuencias absolutas acumuladas y las frecuencias relativas de los intervalos
- Calcule los puntos medios de los intervalos
- Calcule los porcentajes de los distintos intervalos y porcentajes acumulados
- Construya el histograma, polígono de frecuencias y polígono acumulativo

7. Se ha realizado una encuesta a 80 matrimonios de una cierta barriada. Entre las preguntas que se les hicieron figuraba el número de hijos. Estas son las respuestas:

2 2 0 3 1	2 3 3 3 2	1 2 2 1 3	2 3 3 1 4
2 4 3 1 3	2 4 2 2 3	1 2 3 3 1	4 2 4 2 1
2 2 1 2 1	4 0 1 2 1	1 2 3 1 0	5 2 1 1 1
1 2 2 1 3	2 1 2 1 0	4 2 1 3 1	1 2 1 2 2

- Construye la tabla de distribución de frecuencias
- ¿Qué es mas frecuente encontrar?

8. El número de faltas de ortografía que cometieron un grupo de estudiantes en un dictado fue:

0 3 1 2 0 2 1 3 0 4
 0 1 1 4 3 5 3 2 4 1
 5 0 2 1 0 0 0 0 2 1

- Di cual es la variable y de que tipo es.
- Construye una tabla de frecuencias.
- Representa los datos.

9. La estatura de 65 chicas de 15 a 18 años de Agust expresadas en centímetros, son:

164	172	163	168	165	165	165	165	165	165	166	166
168	168	169	169	169	169	169	169	170	170	170	170
170	170	170	171	171	171	171	171	171	171	171	172
172	172	172	172	172	172	175	175	175	175	176	176
177	177	178	180	180	181	181	185	185	185	189	189

- Cual es la población y la muestra
- Elabora una tabla de frecuencias.
- Representa gráficamente su histograma, su polígono de frecuencias y su diagrama de sectores asociado.

10. Se han tomado las pulsaciones en reposo a 30 hombres de Agust de 15 a 18 años.

84	83	65	72	62	86
65	72	69	73	83	74
79	76	87	71	70	74
75	80	65	74	86	78
66	72	69	75	77	73

- Cual es la población y la muestra.
- Elabora una tabla de frecuencias.
- Representa los datos.

11. La siguiente información corresponde al riesgo obstétrico de 60 embarazadas pertenecientes al Policlínico III durante los años 2000 y 2001, según datos de la consulta de planificación familiar.

Riesgo (R) Alto Riesgo (AR) Sin Riesgo (SR)

R	AR	SR	SR	SR	AR	R	R	AR	AR
SR	SR	AR	R	R	SR	R	AR	SR	R
SR	AR	R	SR	R	SR	R	AR	AR	SR
S	AR	SR	SR	AR	R	AR	SR	AR	SR
R	R	SR	AR	AR	R	SR	AR	SR	SR
AR	AR	SR	AR	AR	SR	R	R	SR	AR

- Clasifique la variable en estudio población y muestra.
 - Construya la tabla de frecuencias.
 - Representa los datos.
12. Un equipo de investigadores obtuvo los siguientes datos respecto a los niveles de peróxido lípido en el suero informado por un laboratorio para una muestra de 30 individuos adultos bajo tratamiento por diabetes mellitus.

5.85	6.17	6.09	7.70	3.17	3.83	5.17	4.31	3.09	5.24
6.61	4.21	7.71	9.80	5.30	4.24	6.00	5.28	4.13	4.18
7.10	3.31	6.40	5.22	3.11	3.00	6.18	7.40	5.20	6.15

- Clasifique la variable en estudio población y muestra
 - Organice los datos en una distribución de frecuencias con 5 clases
 - Localice e interprete las siguientes frecuencias
 - F3; F5; f2; f1; fr3; fr1; M2; M3
13. Se han tomado las pulsaciones en reposo a 30 hombres de Agust de 15 a 18 años.

84	83	65	72	62	86
65	72	69	73	83	74
79	76	87	71	70	74
75	80	65	74	86	78

66	72	69	75	77	73
----	----	----	----	----	----

- Cual es la población y la muestra
- Elabora una tabla de frecuencias agrupadas en 7 intervalos de 4 unidades.
- Representa gráficamente su histograma, se polígono de frecuencias y su diagrama de sectores asociado.

14. Los alumnos de 6 grupos de un centro educativo se distribuyen así:

Alumnos/Grupos	A	B	C	D	E	F
Chicos	25	15	12	13	17	16
Chicas	10	15	19	20	15	12

- Con los datos del cuadro haz un gráfico de barras seccionadas.

15.- Las temperaturas de 10 ciudades del mundo un día de junio de 2008 fueron:

Ciudad	Máxima	Mínima
Ámsterdam	19	16
Atenas	24	17
Berlín	24	16
Bruselas	21	15
El Cairo	38	18
Estocolmo	21	15
Francfort	27	16
Ginebra	20	14
Lisboa	25	16
Londres	20	14

- Realiza un diagrama de barras dobles para representar las temperaturas máximas y mínimas de las ciudades.

16.- Representa los datos de la siguiente tabla mediante un gráfico de sectores:

Modo de pasar el sábado tarde	Ir al cine	Jugar al baloncesto	Pasear	Ver la televisión	Estudiar	Total
Nº de jóvenes	25	32	9	14	10	90

17.- La tabla da datos acerca del número de horas que un joven ve la televisión a lo largo de una semana:

Número de horas	0-2	3-5	6-8	9-11	12-14	15-17
Frecuencia	3	9	20	31	25	2

- a) Representa los datos mediante un histograma
- b) ¿Cuál es la clase más frecuente?

18.- ¿Qué tipos de gráficos consideras adecuados para representar las distribuciones de los casos siguientes?

- a) El número de ordenadores vendidos durante los últimos cinco años.
- b) Los colores preferidos por un grupo de estudiantes.
- c) Las notas de matemáticas de un grupo de alumnos.
- d) El número de trenes que salen de una ciudad entre las 8 y las 20 horas.

UD 9: Parámetros estadísticos

1. Los sueldos mensuales de 7 trabajadores (en euros) son:

600	530	520	550	720	1200	600
-----	-----	-----	-----	-----	------	-----

- a) Calcula el sueldo medio.

2. Los goles marcados por un equipo de fútbol en los 10 últimos partidos han sido:

2	1	0	3	0	2	1	2	4	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- b) Halla la media de goles por partido.

3. Se ha realizado una encuesta a 80 matrimonios de una cierta barriada. Entre las preguntas que se les hicieron figuraba el número de hijos. Estas son las respuestas:

2 2 0 3 1	2 3 3 3 2	1 2 2 1 3	2 3 3 1 4
2 4 3 1 3	2 4 2 2 3	1 2 3 3 1	4 2 4 2 1
2 2 1 2 1	4 0 1 2 1	1 2 3 1 0	5 2 1 1 1
1 2 2 1 3	2 1 2 1 0	4 2 1 3 1	1 2 1 2 2

- Construye la tabla de distribución de frecuencias
 - ¿Qué es mas frecuente encontrar?
 - A partir de esta muestra ¿Cuál es el porcentaje de familias con 2 hijos?
 - Calcula la media aritmética, mediana, cuartiles, desviación típica.
 - Interpreta los resultados.
 - Representa los datos
8. El número de faltas de ortografía que cometieron un grupo de estudiantes en un dictado fue:

0 3 1 2 0	2 1 3 0 4
0 1 1 4 3	5 3 2 4 1
5 0 2 1 0	0 0 0 2 1

- Di cual es la variable y de que tipo es.
 - Construye una tabla de frecuencias.
 - Calcula la moda, media aritmética, desviación típica.
 - Interpreta los resultados.
 - Representa los datos.
9. La estatura de 65 chicas de 15 a 18 años de Agost expresadas en centímetros, son:

164	172	163	168	165	165	165	165	165	165	166	166
168	168	169	169	169	169	169	169	170	170	170	170
170	170	170	171	171	171	171	171	171	171	171	172
172	172	172	172	172	172	175	175	175	175	176	176
177	177	178	180	180	181	181	185	185	185	189	189

- Cual es la población y la muestra

- e) Elabora una tabla de frecuencias.
- f) Representa gráficamente su histograma, su polígono de frecuencias y su diagrama de sectores asociado.
- g) Calcula la media, varianza y desviación típica.
- h) Calcula Q_1 , Q_3 .
- i) Interpreta los resultados.
- j) Representa los datos.

11. Se han tomado las pulsaciones en reposo a 30 hombres de Agust de 15 a 18 años.

84	83	65	72	62	86
65	72	69	73	83	74
79	76	87	71	70	74
75	80	65	74	86	78
66	72	69	75	77	73

- d) Cual es la población y la muestra.
- e) Elabora una tabla de frecuencias.
- f) Calcula la media, varianza, desviación típica.
- g) Calcula Q_1 , Q_2 .
- h) Interpreta y representa los resultados.

12. La siguiente información corresponde al riesgo obstétrico de 60 embarazadas pertenecientes al Policlínico III durante los años 2000 y 2001, según datos de la consulta de planificación familiar.

Riesgo (R) Alto Riesgo (AR) Sin Riesgo (SR)

R	AR	SR	SR	SR	AR	R	R	AR	AR
SR	SR	AR	R	R	SR	R	AR	SR	R
SR	AR	R	SR	R	SR	R	AR	AR	SR
S	AR	SR	SR	AR	R	AR	SR	AR	SR
R	R	SR	AR	AR	R	SR	AR	SR	SR

AR	AR	SR	AR	AR	SR	R	R	SR	AR

- Clasifique la variable en estudio.
- Construya la tabla de frecuencias.
- Calcule la media, varianza, desviación típica
- Calcule Q_1 , Q_2 .
- Interprete los datos.
- Represente los datos en papel y en EXCEL.

- 13. Un equipo de investigadores obtuvo los siguientes datos respecto a los niveles de peróxido lipídico en el suero informado por un laboratorio para una muestra de 30 individuos adultos bajo tratamiento por diabetes mellitus.**

5.85	6.17	6.09	7.70	3.17	3.83	5.17	4.31	3.09	5.24
6.61	4.21	7.71	9.80	5.30	4.24	6.00	5.28	4.13	4.18
7.10	3.31	6.40	5.22	3.11	3.00	6.18	7.40	5.20	6.15

- Organice los datos en una distribución de frecuencias con 5 clases
- Calcule la media, varianza, desviación típica.
- Calcule Q_1 , Q_2 , Q_3 .
- Interprete los datos.
- Represente los datos en EXCEL.

- 13. Se han tomado las pulsaciones en reposo a 30 hombres de Agust de 15 a 18 años.**

84	83	65	72	62	86
65	72	69	73	83	74
79	76	87	71	70	74
75	80	65	74	86	78
66	72	69	75	77	73

- ¿Cuál es la población y la muestra?

- e) Elabora una tabla de frecuencias agrupadas en 7 intervalos de 4 unidades.
- f) Representa gráficamente su histograma en EXCEL.
- g) Calcula la media, varianza, desviación típica.
- h) Calcula Q_1 , Q_2 , Q_3 .
- i) Representa los datos.

14. Los alumnos de 6 grupos de un centro educativo se distribuyen así:

Alumnos/Grupos	A	B	C	D	E	F
Chicos	25	15	12	13	17	16
Chicas	10	15	19	20	15	12

- b) Con los datos del cuadro haz un gráfico de barras seccionadas.

15. Las temperaturas de 10 ciudades del mundo un día de junio de 2008 fueron:

Ciudad	Máxima	Mínima
Ámsterdam	19	16
Atenas	24	17
Berlín	24	16
Bruselas	21	15
El Cairo	38	18
Estocolmo	21	15
Francfort	27	16
Ginebra	20	14
Lisboa	25	16
Londres	20	14

- b) Realiza un diagrama de barras dobles para representar las temperaturas máximas y mínimas de las ciudades.

17. Representa los datos de la siguiente tabla mediante un gráfico de sectores con el EXCEL:

Modo de pasar el sábado tarde	Ir al cine	Jugar al baloncesto	Pasear	Ver la televisión	Estudiar	Total
Nº de jóvenes	25	32	9	14	10	90

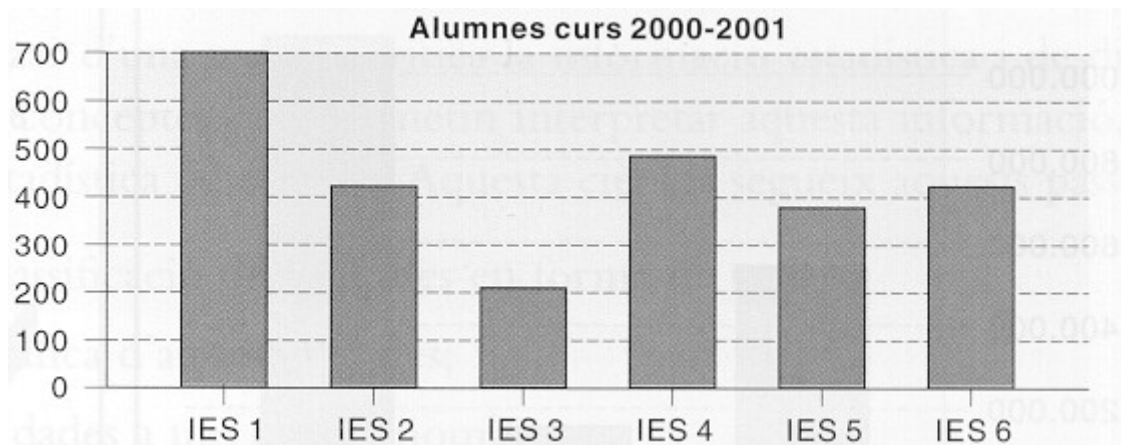
17. La tabla da datos acerca del número de horas que un joven ve la televisión a lo largo de una semana:

Número de horas	0-2	3-5	6-8	9-11	12-14	15-17
Frecuencia	3	9	20	31	25	2

- c) Representa los datos mediante un histograma en papel y en EXCEL
 d) ¿Cuál es la clase más frecuente?

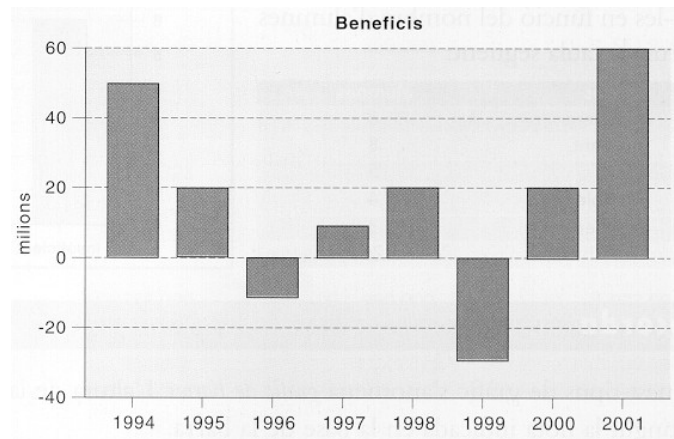
18. El siguiente gráfico representa el número de alumnos de seis institutos de Barcelona en el curso 2000-2001.

- a) ¿Cuál es el número aproximado de alumnos del IES1? ¿Y el del IES2? ¿Podrías decir con exactitud el número de alumnos por instituto?
 b) Ordena los centros del más pequeño al más grande, de acuerdo al número de alumnos.



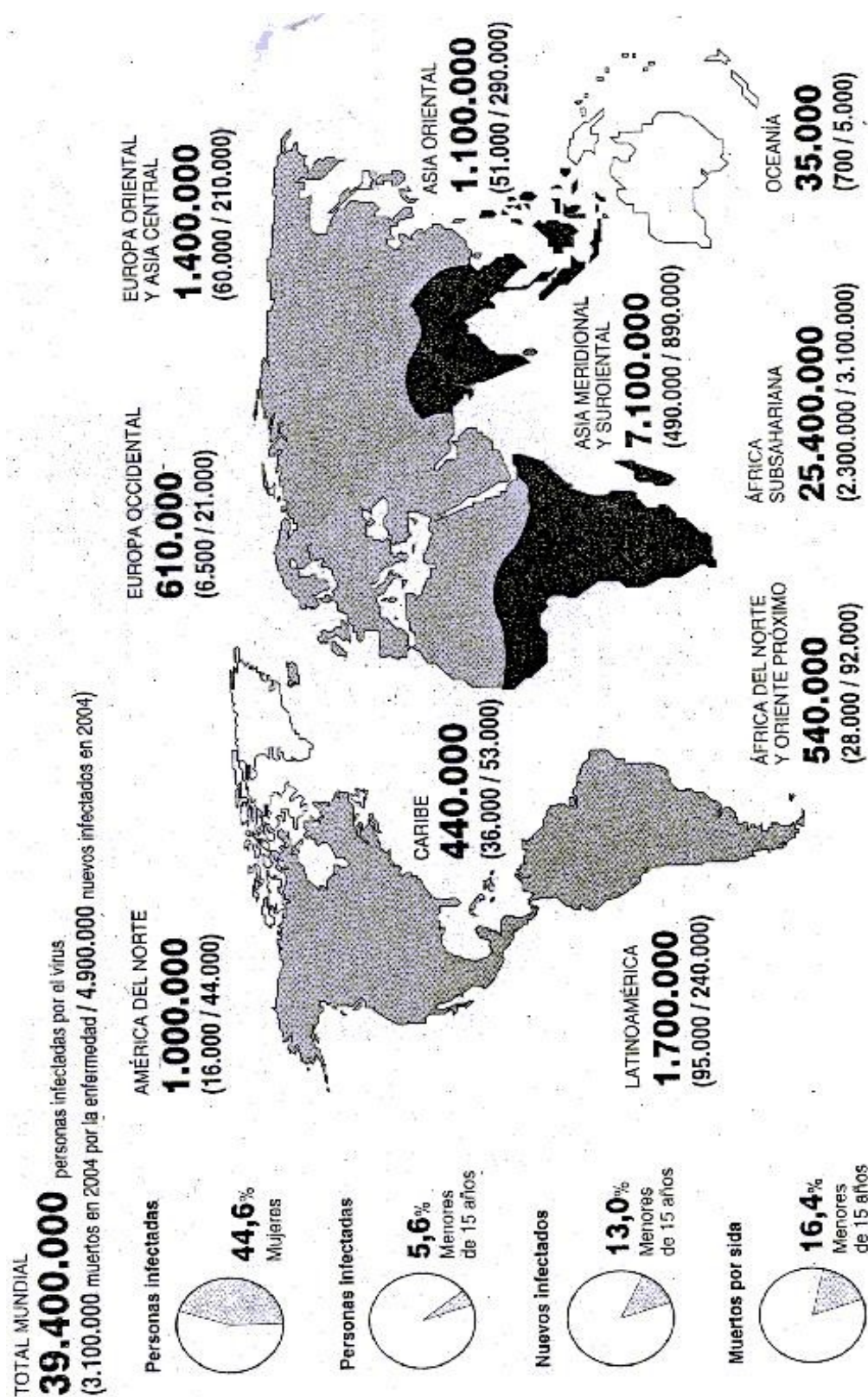
19. Con los datos de beneficios de una pequeña empresa se ha confeccionado el

gráfico de barras siguiente.



- a) El año que ha tenido beneficios. ¿Cuántos ha tenido? Y el año que ha tenido pérdidas ¿Cuántos ha tenido?
- b) Comenta en que años la empresa ha tenido beneficios y en que años pérdidas.

20. Estado de la pandemia del Sida al 2004.



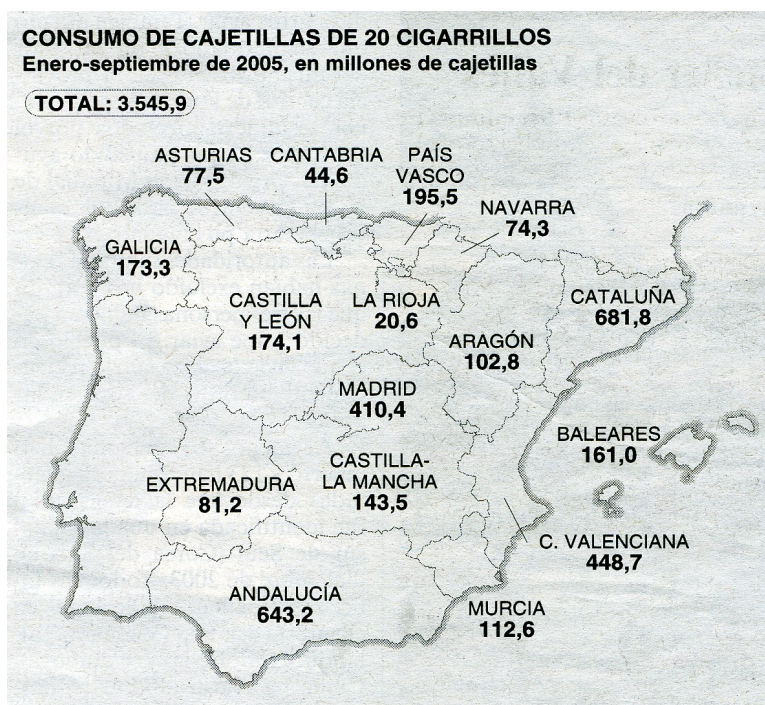
Fuente: Diario El País, Sábado, 3 de septiembre del 2005

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el numero de personas infectadas por el virus a América del Norte?
2. ¿Cuál es el numero de personas infectadas por el virus en Oceanía?
3. ¿Cuál es número total de personas infectadas por sida?
4. ¿Qué parte del mundo tiene más casos de personas infectadas?
5. ¿Cuál es la cantidad de muertes que se han producido durante el año 2004 por Sida en Europa Occidental?
6. ¿Cuál es la cantidad de muertes que se han producido durante el año 2004 por Sida en Oceanía?
7. ¿Qué parte del mundo tiene más infectados en el 2004?
8. ¿Qué parte del mundo tiene menos nuevos infectados en el 2004?
9. Calcula el tanto por ciento de personas infectadas por Sida en cada zona del mundo, cumplimentado la siguiente tabla:

Zona	Número de personas infectadas	Porcentaje
América del Norte		
Latinoamérica		
Caribe		
Europa Occidental		
Europa Oriental i Asia Central		
África del Norte i Oriente Próximo		
África subsahariana		
Asia Meridional i Sur oriental		
Asia Oriental		
Oceanía		

21.-Consumo de tabaco en las comunidades autónomas.



Fuente: El País, Lunes, 7 de Noviembre del 2005

Número de habitantes en cada comunitat autònoma:

COMUNIDAD AUTÒNOMA	POBLACIÓN 2005
Andalucía	7829202
Aragón	1266972
Asturias	1074504
Balears (Illes)	980472
Canarias	1962193
Cantabria	561638
Castilla y León	2501534
Castilla-La Mancha	1888527
Cataluña	6984196
Comunidad Valenciana	4672657
Extremadura	1080823
Galicia	2760179
Madrid	5921066
Murcia	1334431
Navarra	592482
País Vasco	2123791
Rioja (La)	300685
Ceuta	74771
Melilla	65252

Fuente: www.ine.es

Completa la siguiente tabla:

Comunidad autónoma	Población	Número de paquetes de tabaco consumidos	Paquetes de tabaco por habitante
Andalucía			
Aragón			
Asturias			
Balears (Islas)			
Cantabria			
Castilla y León			
Castilla-La Mancha			
Cataluña			
Comunidad Valenciana			
Extremadura			
Galicia			
Madrid			
Murcia			
Navarra			
País Vasco			
Rioja			

- a) ¿Cuál es la comunidad autónoma con un consumo absoluto más alto?
¿y el más bajo?
- b) Los impuestos sobre el tabaco son más altos en Francia que en España.
Podría esto influir sobre el consumo de tabaco en las comunidades autónomas próximas a la frontera.

22. En un barrio donde el porcentaje de familias inmigrantes es del 70 %, se ha tomado una muestra de 40 familias y se les ha preguntado el número de hijos. En la tabla siguiente tenemos los datos obtenidos:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	12	9	7	6	3	3

- a) Calcula la media, la varianza, la mediana y los cuartiles de esta distribución.
- b) ¿Qué valores se pueden considerar altos? ¿y bajos?
23. En una población de 25 familias se ha observado la variable X =”numero de coches que tiene la familia” y se han obtenido los siguientes datos:

0	1	2	3	1
0	1	1	1	4
3	2	2	1	1
2	2	1	1	1
2	1	3	2	1

- a) Calcula la media y la desviación típica.
- b) Halla la mediana y los cuartiles.

UD 10: Probabilidad

1.- Indica cuáles de los siguientes experimentos son deterministas y cuáles aleatorios, definiendo en estos últimos el espacio muestral:

- a) Lanzar un dado de 8 caras y observar el resultado.
- b) Dejar caer una pelota de dos colores (blanco y rojo) y observar sobre qué color queda en reposo.
- c) Calentar a la misma temperatura dos varillas, una de cobre y la otra de hierro, y observar cuál se alarga más.
- d) Preguntar, a los alumnos de una clase, cuántos hermanos tienen.
- e) Dejar caer por un mismo plano inclinado dos bolas de acero, una de un 1kg y otra de medio, observar cuál de las dos hace un mayor recorrido.
- f) Lanzar un lápiz al aire y observar si corta o no alguna línea de las que forman las baldosas del suelo.

2. Determina los sucesos elementales y el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios:

- a) Lanzar un moneda al aire y anotar el resultado de la cara superior
- b) Elegir al azar una letra de la palabra ALEATORIO
- c) Elegir al azar un divisor de 18
- d) Elegir al azar una bola de una bolsa con bolas numeradas con los diez primeros números primos

3. Escribe los contrarios de los siguientes sucesos del experimento aleatorio que consiste en extraer una carta de una baraja española y observar lo que se obtiene:

- a) $A = \{\text{un número mayor que 4}\}$
- b) $B = \{\text{una copa}\}$
- c) $C = \{\text{una figura}\}$
- d) $D = \{\text{un as o rey}\}$

4.- En el experimento que consiste en lanzar un dado cúbico, enumera los resultados que componen los siguientes sucesos:

- a) Obtener un número primo.
- b) Obtener un número mayor que 3.
- c) Obtener un número menor que 8.
- d) Obtener un número negativo.
- e) Obtener un número menor o igual que 5.

5.- Javier tiene una bolsa de caramelos de distintos sabores: menta, fresa, naranja, limón y coco:

- a) Describe el espacio muestral del experimento que consiste en sacar un caramelo y anotar el sabor
- b) ¿Cuál es el suceso seguro? ¿Y el imposible?
- c) ¿Cuál es el suceso contrario a “sabor naranja”?
- d) Determina el suceso contrario “sabor naranja o limón”
- e) ¿Cuál es el suceso contrario a “sabor fresa o coco”?

6.- En el experimento que consiste en lanzar un dado, halla y enumera los resultados de los sucesos siguientes:

- a) Impar o mayor que 3
- b) Múltiplo de 3 o menor que 3
- c) Impar y par
- d) Par y múltiplo de 4
- e) Contrario de Múltiplo de 3

7.- En una ruleta de 36 números que gira se lanza la bola. Halla el espacio muestral de los lugares que puede ocupar la bola al detenerse la ruleta y expresa los sucesos siguientes:

- a) Par y múltiplo de 3 b) Primo o múltiplo de 4 c) Ni primo ni múltiplo de 4.

8.- De una bolsa que contiene 10 bolas numeradas del 0 al 9, se extrae una.

Contesta si es verdadero o falso:

- a) El suceso Múltiplo de 3 es incompatible con de Múltiplo de 2.
- b) Los sucesos anteriores son contrarios.
- c) El suceso Par es incompatible con el de Número primo.

9.- De la baraja española de 40 cartas se extrae una al azar. Indica cuáles son los resultados que forman los sucesos siguientes:

- a) Figura y oros b) Figura u oros c) Copas y bastos d) Par y espadas

10.-Indica si los siguientes experimentos son simples o compuestos. En el caso de ser compuesto, señala qué experimentos simples lo forman.

- a) Tirar una moneda para sortear el campo en un partido de fútbol
- b) Elegir, al azar, dos temas de un temario de una oposición pública
- c) Sortear el primer premio de la Lotería de Navidad

11. Determina cuantos elementos tienes los espacios muestrales de los siguientes experimentos aleatorios:

- a) Lanzar 3 monedas al aire y anotar sus resultados
- b) Lanzar 4 monedas al aire y anotar sus resultados
- c) Lanzar 3 dados al aire y anotar sus resultados

12.- En un cajón hay 3 pares de calcetines negros, 2 pares de blancos y 1 par rojo. Una persona despistada toma 2 calcetines al azar. ¿Qué posibles combinaciones de colores se darán? Escribe el suceso consistente en que los dos calcetines sean del mismo color.

13.- Se han realizado 6 series de 50 lanzamientos de una chincheta sobre la mesa y se ha anotado el número de veces que cae con la punta apoyada sobre la mesa. Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Nº de lanzamientos	50	100	150	200	250	300
Nº de veces que cae de punta	21	41	63	83	108	131

- a) Calcula las frecuencias relativas del suceso estudiado, exprésalas en forma decimal y represéntalas gráficamente
- b) ¿A que tienden estas frecuencias?
- c) ¿Cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que, al tirar una chincheta al azar, esta caiga de punta sobre la mesa?

13.- En una fábrica se han elegido al azar series de 100 ordenadores y se ha registrado cuántos había defectuosos en cada serie. Los resultados han sido los siguientes:

Nº de ordenadores	100	200	300	400	500	600
Nº de defectuosos	2	8	9	14	16	19

14.- ¿Cuántas banderas tricolores se pueden formar con los colores amarillo, verde y rojo?

15.- Con las letras de PAZO, escribe todas las palabras posibles, tengan sentido o no, y sin repetición.

16.- Seis amigos quieren apuntarse a un campeonato de tenis por parejas. ¿De cuántas formas distintas pueden hacerlo?

17.- ¿Cuántas fracciones se pueden formar con los números 2, 3, 5, 7, 9 y 11?

18.- Una lotería tiene 100 papeletas numeradas del 00 al 99. ¿Cuántas contienen algún 5?

19.- ¿Cuántos productos distintos de dos factores se pueden efectuar con los números 2, 3, 5, 7, 9 y 11?

20.- Calcula la probabilidad de que la última cifra de un número de teléfono sea:

- a) 7 b) Mayor que 3 c) Múltiplo de 3 d) Múltiplo de 4

21.- Se lanzan dos dados tetraédricos y se anota el resultado. Calcula la probabilidad:

- a) De que el resultado sea el mismo en ambos dados.
- b) De obtener dos puntos de diferencia.
- c) De que tengan un punto de diferencia.
- d) De que haya tres puntos de diferencia.
- e) De que sumen 5.
- f) De que el producto sea 4.

22.- En el interior de una urna hay 8 bolas, 4 marcadas con números positivos y las otras 4 con números negativos. Se extraen dos bolas al azar y se multiplican los

números que tienen grabados. ¿Qué será más probable, que el producto sea positivo o negativo?

23.- De una urna con 7 bolas blancas y 3 negras se extrae una al azar. Calcula las siguientes probabilidades:

- a) Obtener color blanco b) Obtener color negro

24.- Con los dígitos 4, 5, 7 se obtienen todos los productos de dos dígitos (repetidos o no):

- a) ¿Cuántos son en total?
b) Halla la probabilidad de que al elegir uno de ellos al azar, éste sea múltiplo de 3.

25.- De las 100 personas ingresadas en un hospital, 35 son fumadores, 55 tienen afecciones pulmonares y 10 de los fumadores no tienen afecciones pulmonares.

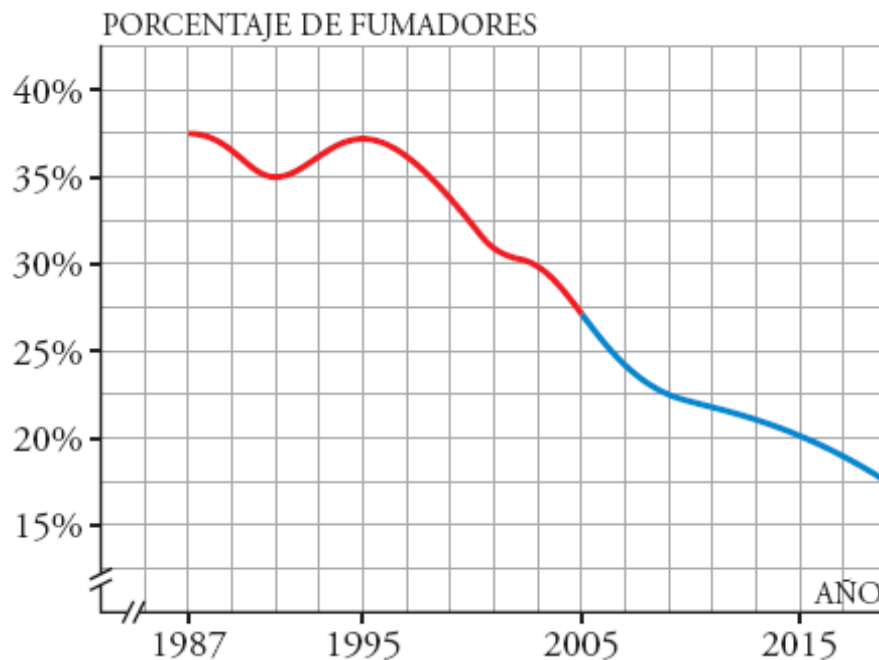
Si se elige un paciente al azar, calcula la probabilidad de que:

- a) Fume
b) Fume y tenga afecciones pulmonares
c) No fume pero tenga afecciones pulmonares
d) No fume y no padezca afecciones pulmonares

26.- De una baraja española se extrae una carta al azar y sale el as de oros; luego se saca otra dejando la primera aparte. ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda carta sea un oro?

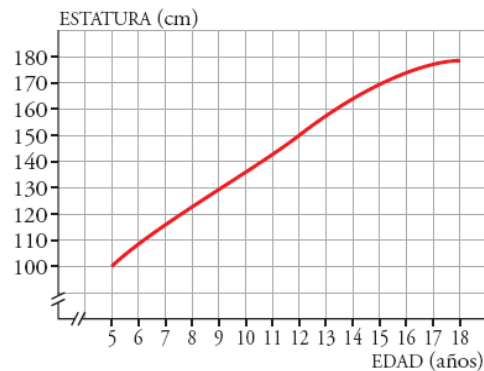
UD 11: Funciones y gráficas

1.- En la gráfica siguiente viene representado el porcentaje de fumadores en España en los últimos años (parte roja), así como la previsión de cómo se supone que irá evolucionando dicho porcentaje en los años próximos (parte azul):



- ¿Cuáles son las dos variables que se relacionan?
- ¿Entre qué años se ha hecho el estudio? ¿En cuáles tenemos solamente previsiones y no datos reales?
- ¿Cuál es la escala que se ha considerado en el eje X ? ¿Y en el eje Y ?
- Observa que tanto en el eje X como en el eje Y aparecen dos rayitas señaladas. ¿Cuál crees que es su significado?
- Indica cuál era el porcentaje de fumadores en el primer año del estudio (1987).
- ¿Cuál era el porcentaje de fumadores en el año 1991? ¿Y en 1995? ¿Y en 2005?
- ¿En qué años se dio el porcentaje más alto de fumadores?
- ¿Cuál es el porcentaje de fumadores previsto (aproximadamente) para el año 2015? ¿Y para 2019?
- Si las previsiones se cumplieran respecto al porcentaje de fumadores, ¿este irá
- aumentando o disminuyendo en los próximos años?
- Haz una descripción global de la gráfica, indicando el dominio, el crecimiento y el decrecimiento de la función, y sus máximos y mínimos.

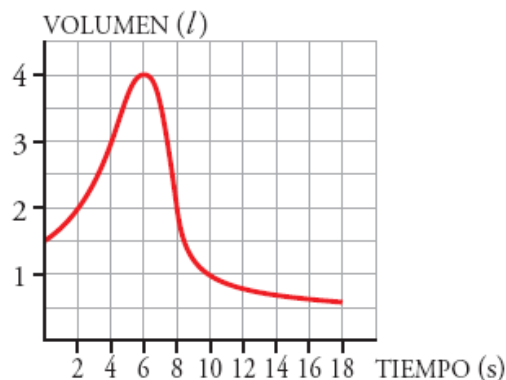
2.- La estatura de Óscar entre los 5 y los 18 años viene representada en esta gráfica:



- ¿Cuáles son las variables que intervienen?
- ¿Qué escala se utiliza para cada variable?
- ¿Cuántos centímetros creció entre los 5 y los 8 años? ¿Y entre los 15 y los 18?
¿En cuál de estos dos intervalos de tiempo el crecimiento fue mayor?
- Observa que la gráfica al final crece más lentamente, ¿crees que aumentará mucho más la estatura o que se estabilizará en torno a algún valor concreto?

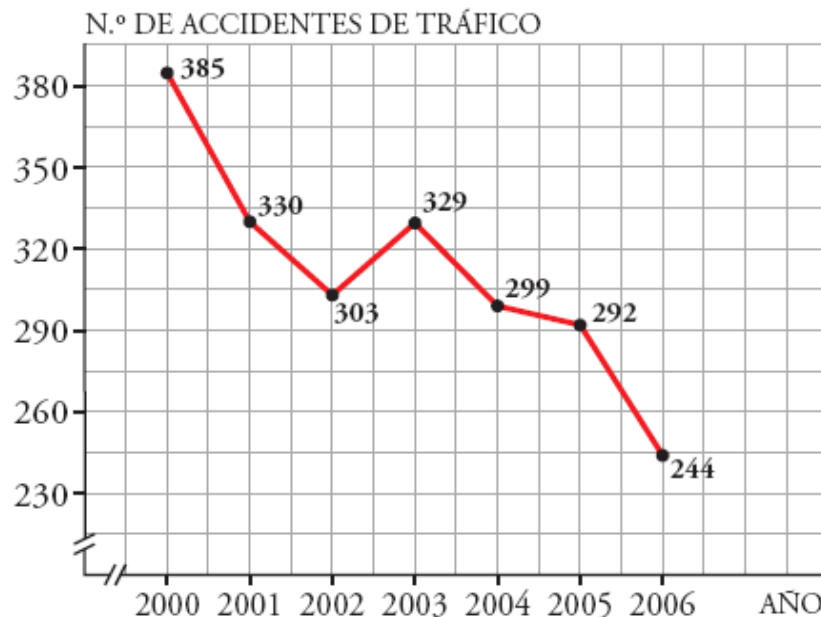
3.- Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y, después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro.

Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.



- ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?
- ¿Cuánto tiempo duró la observación?
- ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?
- ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba? ¿Y cuando termina?

4.- Esta gráfica nos muestra el número de accidentes de tráfico producidos en los últimos años en una cierta población:



- ¿En qué año se produjo el mayor número de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
- ¿En qué años se produjo el menor número de accidentes? ¿Cuál fue ese número?
- Estudia el crecimiento y el decrecimiento del número de accidentes durante los años reflejados en la gráfica anterior.

5.- Cuatro amigos, Raquel, David, Isabel y Felipe, han quedado en la puerta del auditorio municipal para asistir a un concierto de su grupo favorito. Al verse, han comentado cómo ha sido su recorrido:

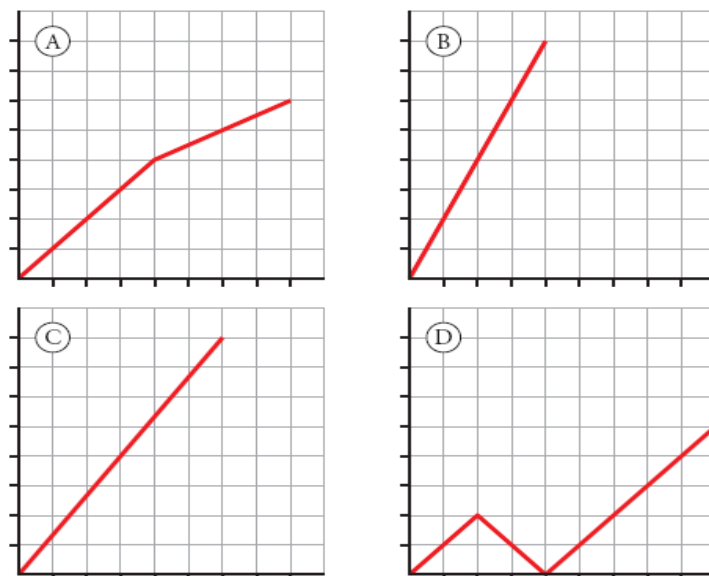
RAQUEL: He venido en coche. Además, he tenido mucha suerte, porque no he encontrado ningún atasco y he podido llegar directamente.

DAVID: Pues yo venía muy bien, pero de pronto me he dado cuenta de que me había olvidado la entrada. He tenido que volver a por ella y después ya he podido venir bien hasta aquí.

ISABEL: Yo venía andando a un paso rápido, pero me he encontrado con Ana a mitad de camino y hemos venido juntas con mucha más calma.

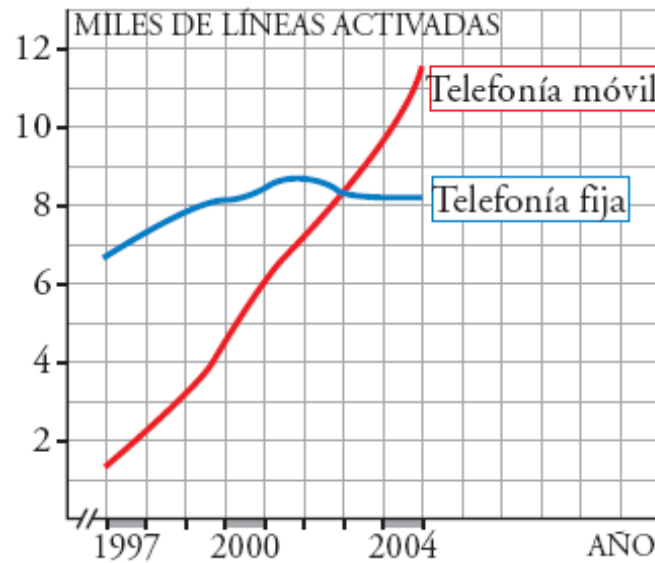
FELIPE: Yo me he traído la moto y he venido directamente por un atajo. No he venido tan rápido como Raquel, pero lo he hecho de un tirón.

Cada una de las cuatro gráficas siguientes muestra, en distinto orden, la trayectoria que han llevado desde la salida de sus casas hasta la puerta del auditorio:



- a) ¿Cuál es la gráfica que corresponde a la descripción que ha hecho cada uno?
- b) ¿Quién vive más cerca del auditorio?
- c) ¿Quién tardó menos tiempo en llegar?

6.- El uso de teléfonos móviles ha aumentado mucho en los últimos años. Sin embargo, el uso de la telefonía fija no ha sufrido grandes variaciones. En la siguiente gráfica vemos con detalle qué ha ocurrido en una gran ciudad:



- a) ¿Cuántas líneas de telefonía fija y móvil había activadas, aproximadamente, a principios del año 1997? ¿Y a principios de 2002? ¿Y a finales de 2004?
- b) ¿En qué momento (aproximado) había el mismo número de líneas de teléfonos fijos que de móviles?
- c) ¿Cuál ha sido el aumento de líneas activadas en la telefonía fija desde principios de 1997 a finales de 2004? ¿Y en la móvil? ¿En cuál de las dos ha sido mayor el aumento?

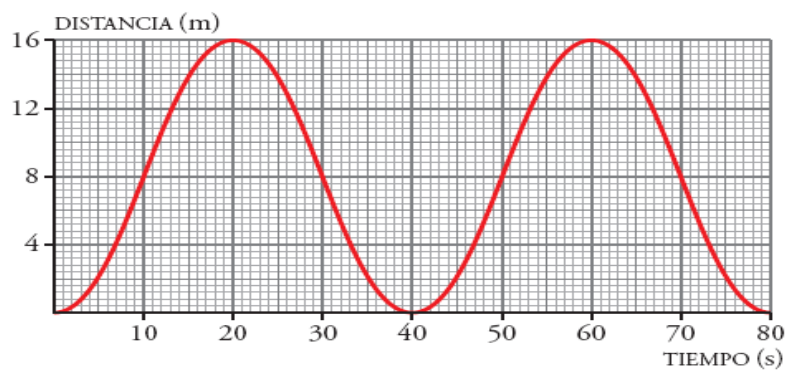
7.- Elvira está aprendiendo un juego de malabarismo y ha estado practicando unos días durante 1 hora. A medida que va adquiriendo destreza en la actividad, consigue durar más tiempo de actuación.

Observa la gráfica y responde:



- a) ¿Durante cuántos días ha estado practicando Elvira?
- b) A medida que aumenta el número de días de práctica, ¿aumenta o disminuye el tiempo de actuación?
- c) ¿Cuánto aumenta el tiempo de actuación en los 10 primeros días? ¿Y en los 10 siguientes? ¿Qué ocurre en los 5 últimos?
- d) El tiempo máximo de actuación se ha ido estabilizando en torno a un valor, ¿de qué valor se trata?

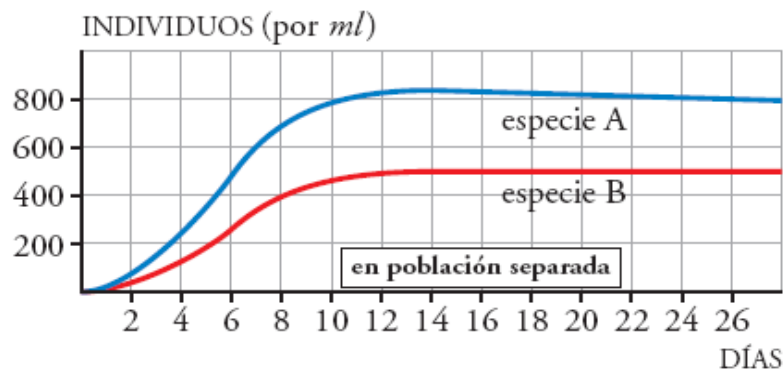
8.- Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función *tiempo-distancia* al suelo de uno de los cestillos:



- a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?
- b) Observa cuál es la altura máxima y di cuál es el radio de la noria.

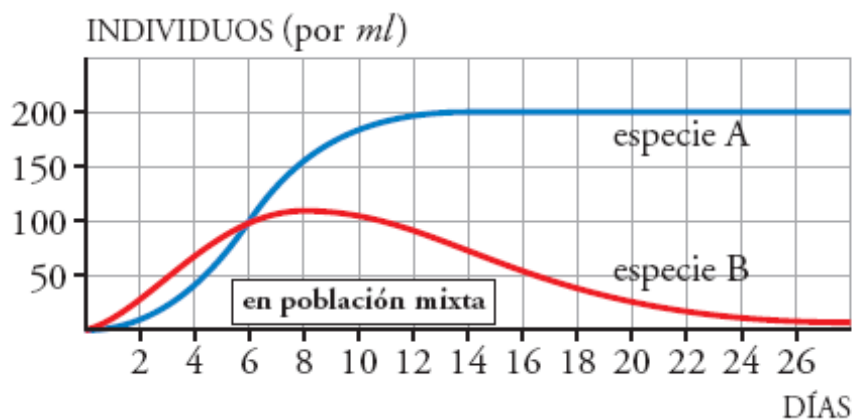
- c) Explica cómo calcular la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica.

9.- Se ha realizado una experiencia con dos especies de seres vivos. La gráfica siguiente nos muestra el crecimiento de cada una de ellas, criándose por separado y en idénticas condiciones:



- a) El número de individuos de cada especie ¿crece indefinidamente o se va estabilizando en torno a algún valor?
- b) ¿A qué valor tiende el número de individuos por ml en la especie A (en las condiciones estudiadas que se muestran en la gráfica)?
- c) ¿Cuál de las dos especies se multiplica más rápidamente?

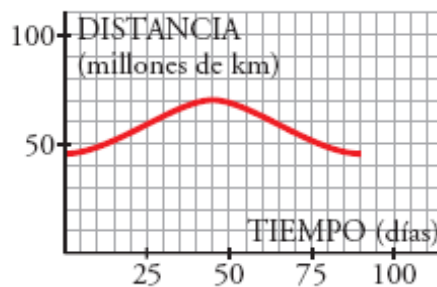
Observa en esta otra gráfica lo que sucede cuando se crían las dos especies en un mismo recipiente, compitiendo por el alimento:



- d) Ambas poblaciones crecen de forma más lenta estando juntas que si se crían por separado. ¿A qué valor tiende el número de individuos de la especie A en este caso? (Observa los valores considerados en el eje Y en cada una de las dos gráficas. Fíjate que la escala es distinta).
- e) ¿Cuál es el número máximo de individuos que alcanza la población de la especie B?
- f) ¿A qué valor tiende el número de individuos de esta población al avanzar los días? (Como la población de la especie A se multiplica más rápidamente, consume más alimento; lo que hace que la población de B tienda a desaparecer).

10.- Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de kilómetros.

Completa la gráfica de la distancia de Mercurio al Sol durante 300 días.



11.- Luís ha tardado 2 horas en llegar desde su casa a una ciudad situada a 200 km de distancia, en la que tenía que asistir a una reunión de trabajo. Ha permanecido 2 horas en la ciudad y ha vuelto a su casa, invirtiendo 4 horas en el viaje de vuelta.

- a) Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.
- b) Si suponemos que la velocidad es constante en el viaje de ida, ¿cuál sería esa velocidad?
- c) Si también suponemos que la velocidad es constante en el viaje de vuelta, ¿cuál sería esa velocidad?

12.- Un tiovivo acelera durante 2 minutos hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 7 minutos y decelera hasta parar en 1 minuto. Tras permanecer 5 minutos parado, comienza otra vuelta.

Dibuja la gráfica *tiempo-velocidad*.

13.- En un gimnasio nos cobran 10 € por la matrícula y una cuota de 30 € por cada mes.

- a) Rosa lleva 5 meses yendo a este gimnasio. ¿Cuánto dinero ha pagado en total?
- b) ¿Cuánto ha pagado Alberto, que lleva 2 años?
- c) Haz la gráfica en la que relaciones el dinero pagado en total, según el número de meses que utilizas el gimnasio.

14.- El peso de la libra es de 0,45 kg.

- a) Completa la tabla siguiente:

x (libras)	0,5	1	1,5	2	3	4	x
y (kilos)							

- b) Representa la función que convierte libras en kilos.
- c) Obtén la expresión analítica que relaciona estas dos variables.

15.- Desde el ayuntamiento de un pueblo, se quiere promover el uso de la bicicleta. Para ello, han decidido alquilarlas según las tarifas siguientes:

HORARIO: DE 9 DE LA MAÑANA A 9 DE LA NOCHE	
• Las dos primeras horas	 gratuito
• 3. ^a hora o fracción y sucesivas	 1 €

El tiempo máximo diario es de 12 horas (desde las 9 de la mañana hasta las 9 de la noche).

Representa la gráfica de la función *tiempo de uso de la bici-coste*.

16.- La dosis de un medicamento es 0,25 g por cada kilo de peso del paciente, hasta un máximo de 15 g.

- a) ¿Cuántos gramos tiene que tomar un niño que pesa 10 kg? ¿Y otro de 30 kg?
¿Y una persona de 70 kg?
- b) ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima?
- c) Representa la función *peso del paciente-dosis indicada*.

17.- La tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:

TIEMPO (MESES)	0	3	9	15	21	27	33
PERÍMETRO (CM)	34	40	44	46	47	48	49

- a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.
- b) ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?
- c) ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

18.- Completa esta tabla, en la que se relacionan la base y la altura de los rectángulos cuya área es de 12 m²:

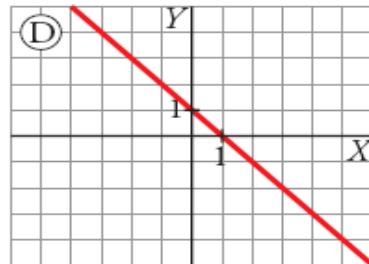
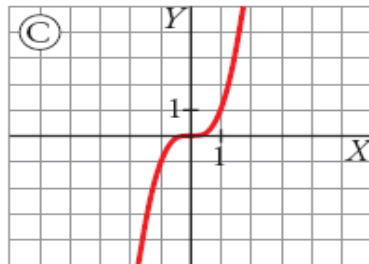
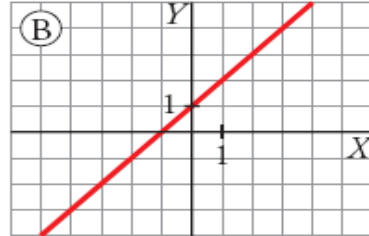
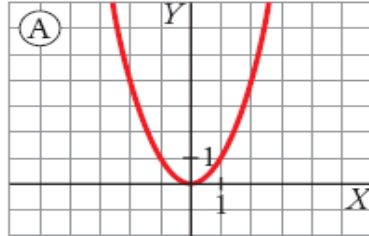
BASE, X (m)	1	2	3	4	6	12	x
ALTURA, Y (m)							

- a) Representa gráficamente esta función.
- b) ¿Cuál de las tres expresiones siguientes corresponde a esta función?:

$$y=x/12 \quad y=12/x \quad y=12x$$

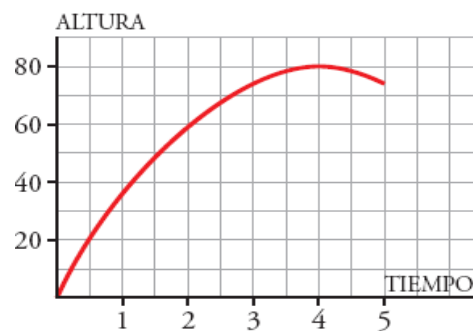
19.- Relaciona cada gráfica con una de las expresiones analíticas siguientes:

1) $y = x + 1$ 2) $y = x^3$ 3) $y = x^2$ 4) $y = -x + 1$

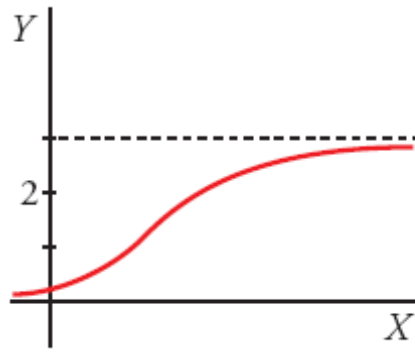
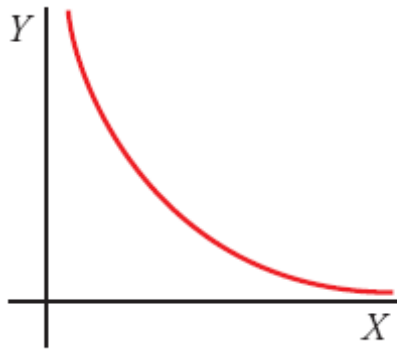


20.- Una de las siguientes ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h , alcanzada por un balón que se lanza hacia arriba, y el tiempo, t . ¿Cuál de ellas es?

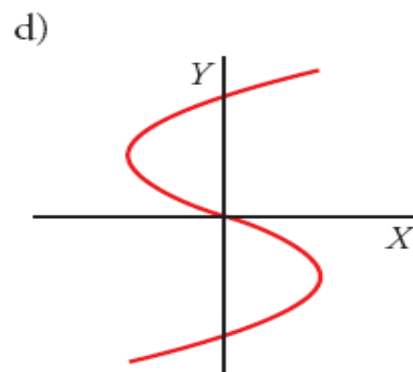
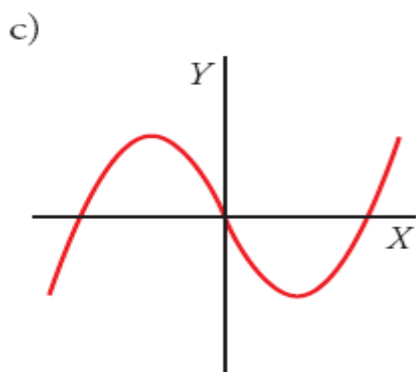
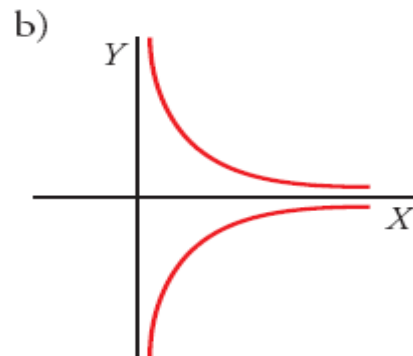
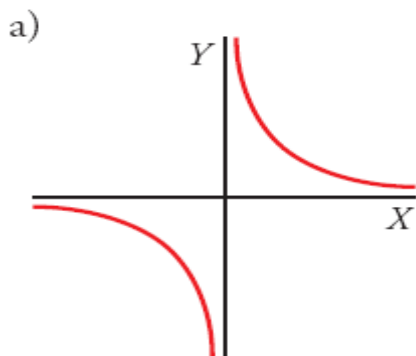
- a) $h = t^2 + 80$
- b) $h = 8t - t^2$
- c) $h = 40t - 5t^2$
- d) $h = -4t^2 + 80t$



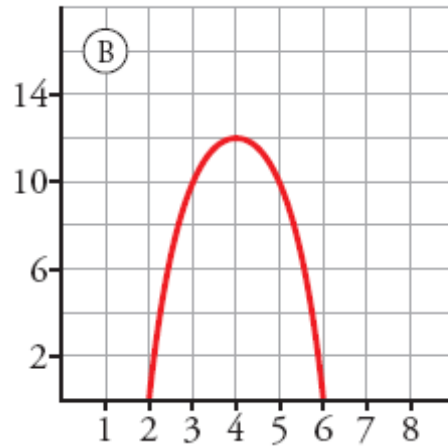
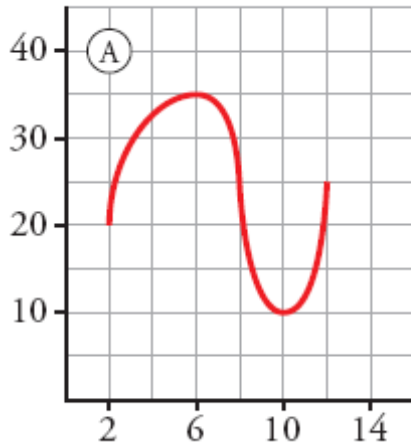
21.- Indica el valor al que tiende cada una de estas funciones cuando x toma valores muy grandes:



22.- ¿Cuáles de las gráficas siguientes corresponden a una función?:

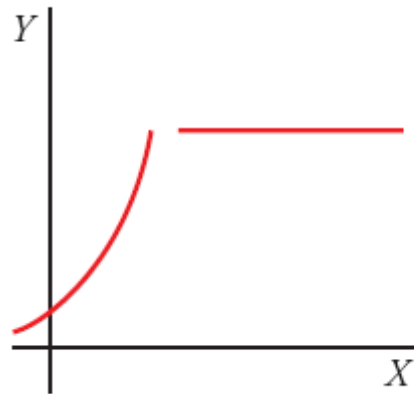
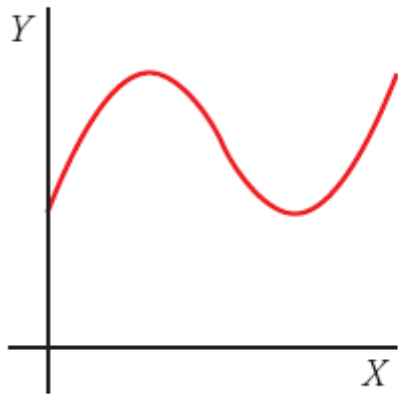


23.- Para cada una de estas dos gráficas, responde a las cuestiones que se te plantean:



- a) Indica cuál es su dominio de definición.
- b) Di dónde crecen y dónde decrecen.
- c) Di si tienen máximo, mínimo, o ambos.

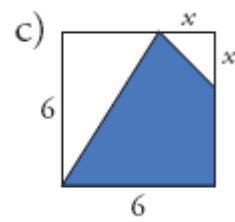
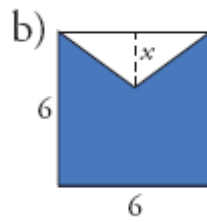
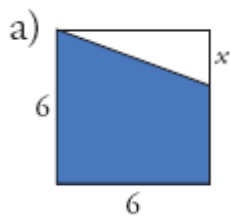
24.- ¿Cuál de estas gráficas corresponde a una función continua y cuál a una discontinua?:



25.- Comprueba si los números -3 , 0 , 1 y 3 pertenecen al dominio de la función $y=4/(x-1)$

¿Cuál es el dominio de definición de la función?

26.- Escribe en función de x el área de la parte coloreada en cada una de estas figuras:



UD 12: Funciones lineales y afines**1.- Representa las rectas siguientes:**

a) $y = 4x$

b) $y = -3x$

c) $y = -x/2$

d) $y = -4$

2.- Representa estas rectas:

a) $y = 0,6x$

b) $y = 1/2x$

c) $y = -2,4x$

d) $y = -2/5x$

3.- Representa las rectas siguientes, eligiendo una escala adecuada:

a) $y = 15x$

b) $y = -25x$

c) $y = x/200$

d) $y = -1/120 x$

4.- Representa las rectas siguientes:

a) $y = -2x + 1$

b) $y = -x/2 + 3$

c) $y = -8/5$

d) $y = (3x-5)/2$

e) $y = 2,5x - 1$

f) $y = 3/4x + 1/2$

5.- Representa las rectas siguientes:

a) $x + y = 5$

b) $2x - y = -3$

c) $2x - 3y = 12$

d) $3x + 2y = -6$

e) $4x + 9y = 0$

f) $4x - 5y + 20 = 0$

6.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto P en cada uno de los casos siguientes:

a) $P(12, -3)$ **b)** $P(-2, 3)$ **c)** $P(-7, -21)$ **d)** $P(30, 63)$

7.- Halla la ecuación de la función de proporcionalidad que pasa por el punto $(-5, 25)$.

8.- Escribe la ecuación de la recta de la que conocemos un punto y la pendiente, en cada uno de los casos siguientes:

a) $P(-2, 5), m = 3$

b) $P(1, -5), m = -2$

c) $P(-7, 2), m = 3/2$

d) $P(-2, -4), m = -2/3$

Expréselas en forma general

9.- Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B , y escribe su ecuación en cada uno de los casos siguientes:

a) $A(2, -1), B(3, 4)$

b) $A(-5, 2), B(-3, 1)$

c) $A(-7, -2), B(9, -3)$

d) $A(0, 6), B(-3, 0)$

e) $A(3/2, 2), B(1, 2/3)$

f) $A(-1/2, 3/4), B(1/3, 1)$

10.- Asocia cada una de las rectas r, s, t, p y q a una de las ecuaciones que aparecen debajo:

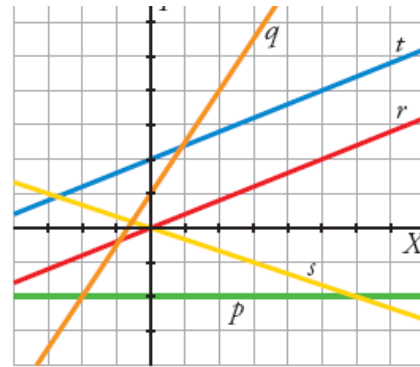
a) $y = -\frac{1}{3}x$

b) $y = \frac{3}{2}x + 1$

c) $y = \frac{2}{5}x$

d) $y = \frac{2}{5}x + 2$

e) $y = -2$



11.- Escribe la ecuación de cada una de estas rectas y represéntalas:

- a) Pasa por $(-3, 2)$ y $(1, -4)$.
- b) Pasa por $(2/5, -1)$ y su pendiente es $-1/2$.
- c) Pasa por el punto $(2, 1)$ y su ordenada en el origen vale -3 .
- d) Pasa por $(2, -4)$ y es paralela a $y = 3x$.
- e) Es paralela al eje X y pasa por el punto $(-2, -4)$.
- f) Es paralela al eje Y y pasa por el punto $(-2, -4)$.

12.- Calcula:

- a) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y es paralela a la que pasa por los puntos $(3, 0)$ y $(2, 5)$.
- b) Con la recta que has obtenido en el apartado anterior, obtén el valor de y cuando $x = -1$.
- c) Con la recta obtenida en el apartado a), halla el valor de x cuando $y = 0$.

13.- Sea la recta $y = x + 4$.

- a) Escribe la ecuación de dos rectas paralelas a ella.
- b) Escribe la ecuación de una recta con la misma ordenada en el origen y que no sea paralela a ella.

14.- Sean las rectas:

a) $y = 5x - 1$ b) $5x - y + 3 = 0$ c) $y = -5x + 1$ d) $y = (5x+1)/2$

- a) Compara sus pendientes y di, sin dibujarlas, cuáles son paralelas.
- b) Después, represéntalas gráficamente y comprueba tus respuestas.

15.- Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

- a) La recta $x = 5$ es paralela al eje de abscisas.
- b) La recta $x - 2 = 0$ es paralela al eje de ordenadas.
- c) La recta $y = -4$ es paralela al eje de abscisas.
- d) Las rectas $y = 3x - 2$ e $y = 2x - 3$ son paralelas.

16.- Representa, en los mismos ejes, las dos rectas dadas en cada caso, y halla el punto en el que se cortan:

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ y = -x + 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = -4x + 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} y = 1 - 3(x + 2) \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

17.- En cada caso, escribe la función y di el significado de la pendiente:

- a) El precio de x kilos de patatas, si pagué 2,25 € por 5 kg.
- b) Los gramos que hay en x kg.
- c) El precio de un artículo que costaba x euros, si se ha rebajado un 15%.

18.- Israel y Susana, para su próximo viaje a Estados Unidos, han ido a cambiar euros por dólares. A Susana le han cambiado 189 dólares por 150 euros; y a Israel le han cambiado 151,2 dólares por 120 euros.

- a) Halla la ecuación de la función que nos permite obtener cuántos dólares recibimos según los euros que entreguemos.
- b) ¿Cuántos dólares nos darían por 200 euros? ¿Y por 350 euros?
- c) ¿Cuántos euros teníamos si nos hubieran dado 220,5 dólares?

19.- En una bañera hay 200 litros de agua. Al quitar el tapón, se vacía a una velocidad constante de 40 l/min.

- a) ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?

- b) Obtén la ecuación de la función que nos da la cantidad de agua que queda en la bañera (en litros), según el tiempo transcurrido (en minutos).
- c) Representa gráficamente la función y di cuál es su dominio.

20.- Una receta para hacer helados recomienda poner 10 g de vainilla por cada 200 cm³ de leche. Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla, y representa la función.

21.- En una agencia de alquiler de coches cobran, para un modelo concreto, 50 € fijos más 0,2 € por cada kilómetro recorrido. En otra agencia, por alquilar el mismo modelo, cobran 20 € fijos más 0,3 € por cada kilómetro recorrido.

- a) Obtén, en cada uno de los dos casos, la expresión analítica de la función que nos da el gasto total según los kilómetros recorridos.
- b) Representa, en los mismos ejes, las dos funciones anteriores. (Elige una escala adecuada, tomando los kilómetros de 100 en 100).
- c) Analiza cuál de las dos opciones es más ventajosa, según los kilómetros que vayamos a recorrer.

22.- En el contrato de trabajo, a un vendedor de libros se le ofrecen dos alternativas:

A: Sueldo fijo mensual de 1000 €.

B: Sueldo fijo mensual de 800 € más el 20% de las ventas que haga.

- a) Haz una gráfica que muestre lo que ganaría en un mes según la modalidad del contrato. Toma, como x , las ventas que haga, y como y , el sueldo.
- b) Escribe la expresión analítica de cada función.
- c) ¿A cuánto tienen que ascender sus ventas para ganar lo mismo con las dos modalidades del contrato? ¿Qué ganancias obtendrá?

UD 13: Figuras planas

Test 1:

1. Señala la frase verdadera:

Todas las **medianas** van desde un vértice al punto medio del lado opuesto

Todas las **mediatrices** van desde un vértice al punto medio del lado opuesto

Todas las **mediatrices** van desde un vértice perpendicularmente al lado opuesto

Todas las **medianas** son perpendiculares en el punto medio de cada lado

2. Señala la frase verdadera:

Todas **alturas** van desde un vértice al punto medio del lado opuesto

Todas las **alturas** son perpendiculares a los lados

Todas las **bisectrices** pasan por la mitad de cada lado

Las **bisectrices** no siempre pasan por los vértices

3. Señala la frase verdadera:

Las **medianas** dividen al triángulo en dos partes iguales

Las **bisectrices** van desde un vértice perpendicularmente al lado opuesto

Las **alturas** van desde un vértice perpendicularmente al lado opuesto

Las **mediatrices** dividen a los ángulos en dos ángulos iguales

4. Señala la frase verdadera:

Las **mediatrices** siempre pasan por los vértices

Las **medianas** todas pasan por los vértices

Las **bisectrices** pasan por los vértices algunas veces

Las **alturas** son perpendiculares en los puntos medios de los lados

5. Señala la frase verdadera:

Todas **alturas** siempre pasan por los vértices

En un triángulo hay cuatro **alturas**

Una de las **alturas** de un triángulo rectángulo coincide con la hipotenusa

La hipotenusa de los triángulos rectángulos son el radio de la circunferencia *circunscrita*

6. Señala la frase verdadera:

El punto donde se encuentran las *medianas* se llama *ortocentro*

El punto donde se encuentran las *alturas* se llama *baricentro*

El punto donde se encuentran las *mediatrices* se llama *circuncentro*

El punto donde se encuentran las *bisectrices* se llama *bisector*

Test 2:

1. ¿Cómo se llama el punto donde se encuentran las *medianas*?

Mediatriz

Circuncentro

Incentro

Baricentro

2. ¿Cómo se llama el punto donde se encuentran las *mediatrices*?

Centro

Circuncentro

Incentro

Baricentro

3. ¿Cómo se llama el punto donde se encuentran las *alturas*?

Baricentro

Circuncentro

Ortocentro

Incentro

4. ¿Cómo se llama el punto donde se encuentran las *bisectrices*?

Baricentro

Circuncentro

Ortocentro

Incentro

5. Señala la frase verdadera:

La distancia del *circuncentro* a un vértice es el doble que la distancia del circuncentro al lado opuesto.

La distancia del *baricentro* a un vértice es el doble que la distancia del baricentro al

lado opuesto.

La distancia del **ortocentro** a un vértice es el doble que la distancia del ortocentro al lado opuesto.

La distancia del **incentro** a un vértice es el doble que la distancia del incentro al lado opuesto.

6. Señala la frase verdadera:

El **circuncentro** equidista de los vértices

El **incentro** equidista de los vértices

El **ortocentro** equidista de los vértices

El **baricentro** equidista de los vértices

7. Señala la frase verdadera:

El **circuncentro** equidista de los lados

El **incentro** equidista de los lados

El **ortocentro** equidista de los lados

El **baricentro** equidista de los lados

Test 3:

1. Para cualquier tipo de triángulo uno de estos puntos está siempre dentro del triángulo

Incentro

Ortocentro

Circuncentro

2. Para ciertos tipos de triángulos uno de estos puntos pueden estar fuera del triángulo

Incentro

Ortocentro

Baricentro

3. Para cualquier tipo de triángulo uno de estos puntos está siempre dentro del triángulo

Circuncentro

Ortocentro

Baricentro

4. Para ciertos tipos de triángulos uno de estos puntos puede estar fuera del triángulo

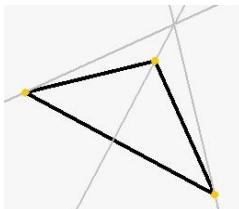
Incentro

Circuncentro

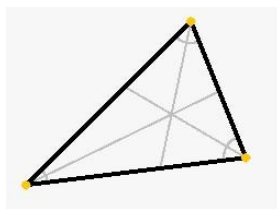
Baricentro

Test 4:

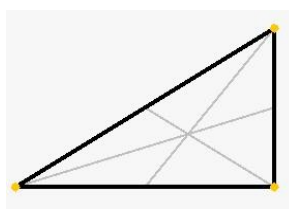
1. Señala la asignación correcta



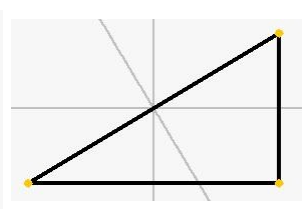
Bisectrices



Medianas

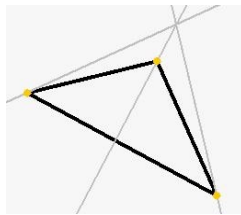


Alturas

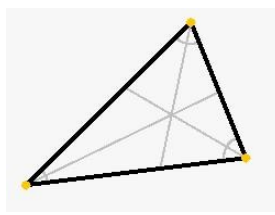


Mediatrices

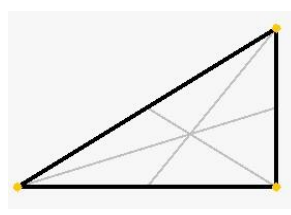
2. Señala la asignación correcta



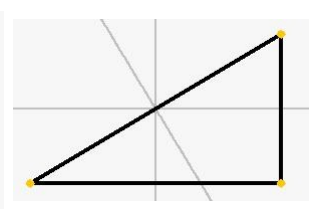
Alturas



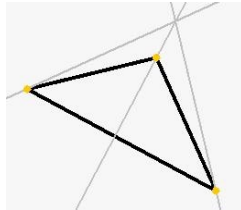
Mediatrices



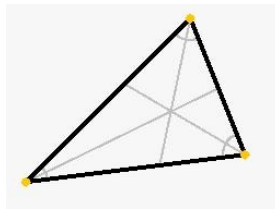
Bisectrices



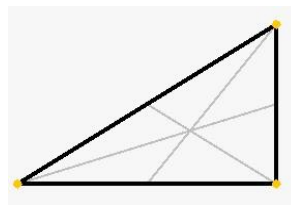
Medianas

3. Señala la asignación correcta

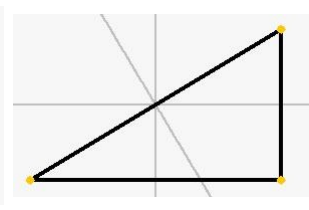
Bisectrices



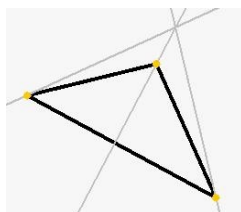
Mediatrices



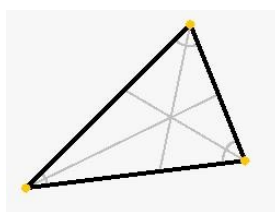
Medianas



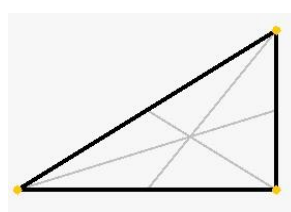
Alturas

4. Señala la asignación correcta

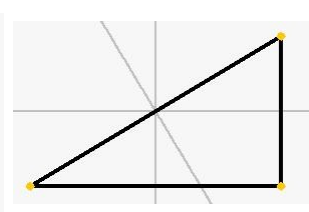
Mediatrices



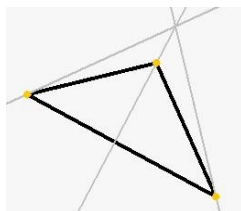
Bisectrices



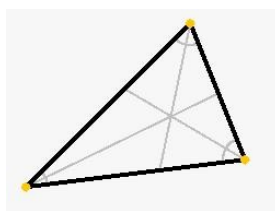
Alturas



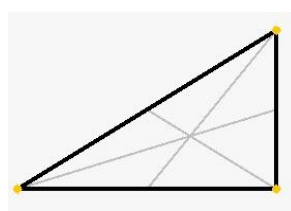
Medianas

5. Señala la asignación correcta

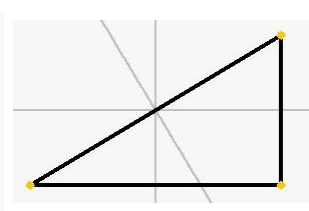
Ortocentro



Baricentro

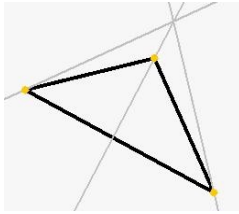


Circuncentro

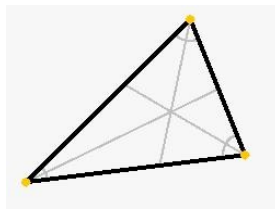


Incentro

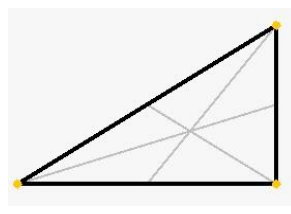
6. Señala la asignación correcta



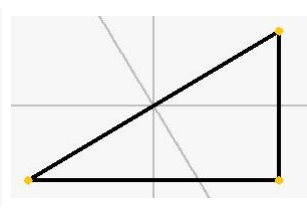
Baricentro



Incentro

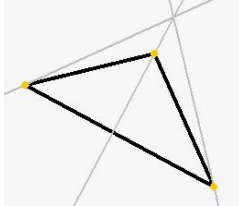


Circuncentro

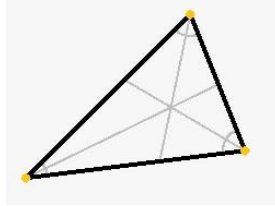


Ortocentro

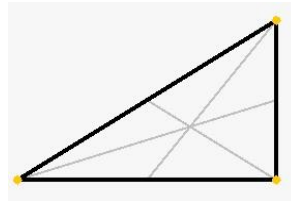
7. Señala la asignación correcta



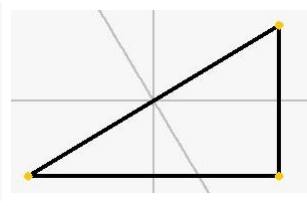
Incentro



Circuncentro

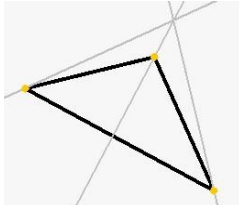


Baricentro

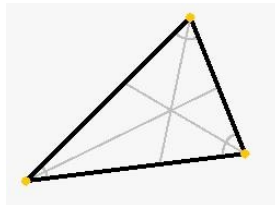


Ortocentro

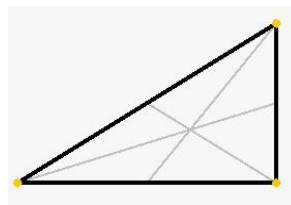
8. Señala la asignación correcta



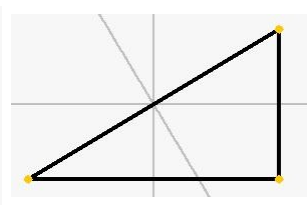
Baricentro



Ortocentro



Incentro

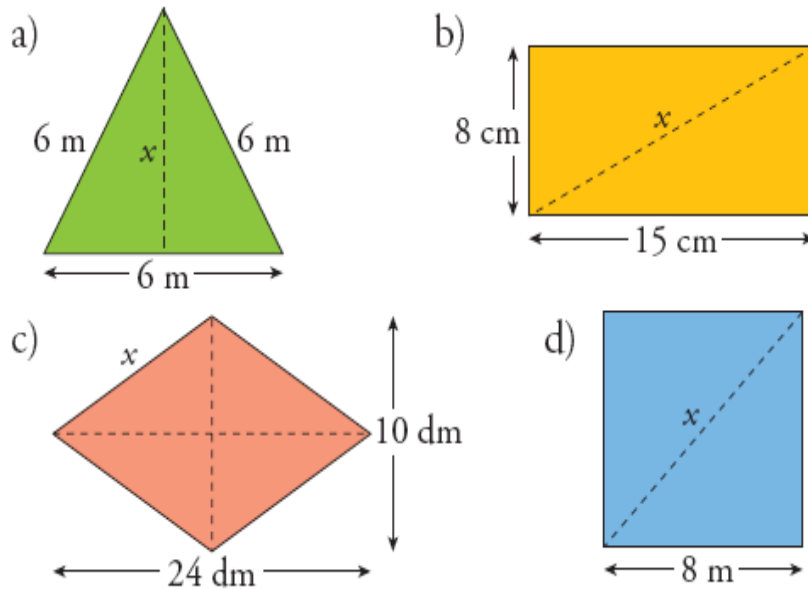


Circuncentro

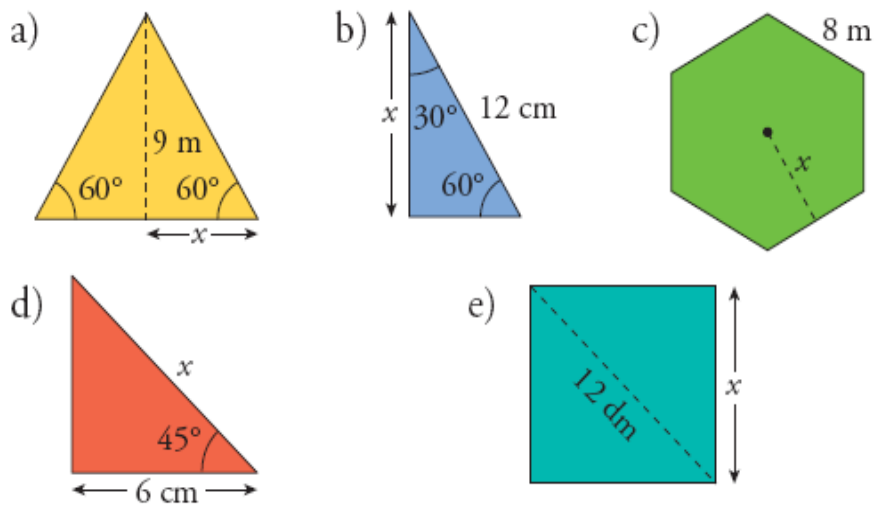
Actividades:

1.- En un triángulo rectángulo, los catetos miden 4,5 m y 6 m; en otro triángulo rectángulo, un cateto mide 7,2 m, y la hipotenusa 7,5 m. ¿Cuál de los dos tiene mayor perímetro?

2.- Calcula el valor de x en estos polígonos:



3.- Calcula x en cada caso:



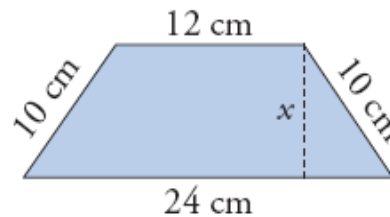
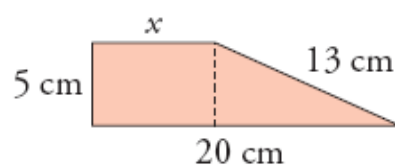
4.- La diagonal de un rectángulo mide 37 cm, y uno de sus lados, 12 cm. Calcula su perímetro y su área.

5.- La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y uno de los lados, 6 cm. Calcula su perímetro.

6.- En un triángulo rectángulo, los catetos miden 9 cm y 12 cm. En otro triángulo rectángulo, un cateto mide 14,4 cm, y la hipotenusa, 15 cm. ¿Cuál de los dos tiene mayor perímetro?

7.- Una escalera de 5 m de largo está apoyada en la pared. Su extremo inferior está a 1,2 m de la misma. ¿Qué altura alcanza su extremo superior?

8.- Calcula x en estos trapecios y halla su área:



9.- En un triángulo equilátero cuyo lado mide $10\sqrt{3}$ m, calcula:

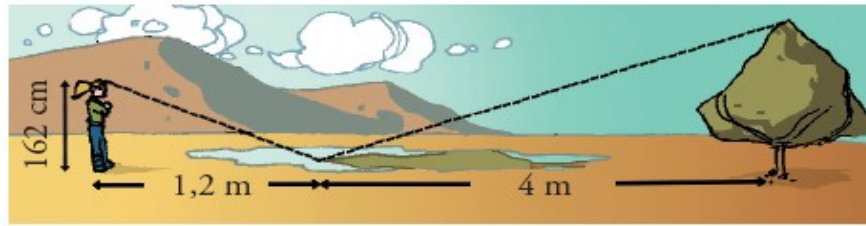
- a) La longitud de sus medianas.
- b) El radio de la circunferencia inscrita.
- c) El radio de la circunferencia circunscrita.

10.- La diagonal de un rectángulo de lados 7 cm y 24 cm mide igual que el lado de un cuadrado. Halla la diagonal de ese cuadrado.

11.- ¿Cuál es la altura de una casa que proyecta una sombra de 68 m, al mismo tiempo que una persona de 1,65 m de altura proyecta una sombra de 2 m?

12.- En un triángulo ABC , la base AB mide 5,7 m y la altura relativa a esa base mide 9,5 m. ¿Cuánto mide el área de otro triángulo semejante a ABC en el que $\overline{A'B'} = 4,14$ m?

13.- Para calcular la altura de un árbol, Eduardo ve la copa reflejada en un charco y toma las medidas que indica el dibujo. ¿Cuál es la altura del árbol?

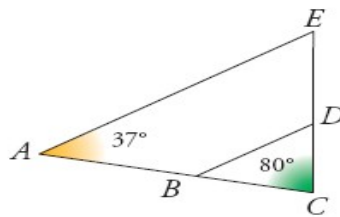


14.- ¿Cuál es la profundidad de un pozo, si su anchura es 1,5 m y alejándote 0,5 m del borde, desde una altura de 1,7 m, ves que la visual une el borde del pozo con la línea del fondo?

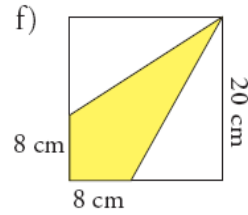
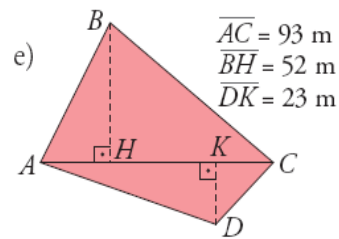
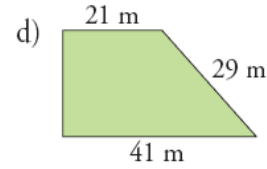
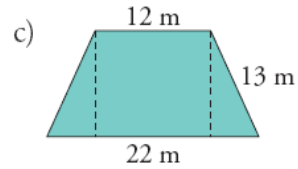
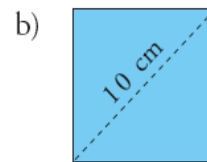
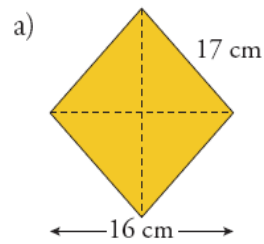


15.- Si BD es paralelo a AE , y $AC = 15$ cm, $CE = 11$ cm, $BD = 6,4$ cm, $AE = 18$ cm:

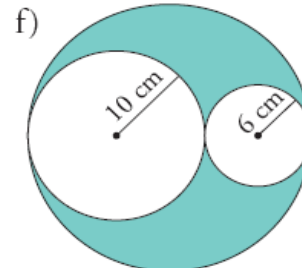
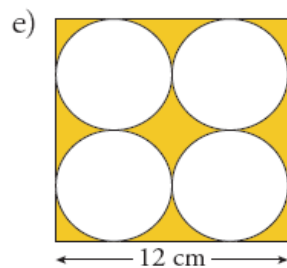
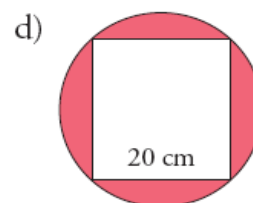
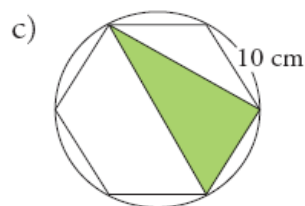
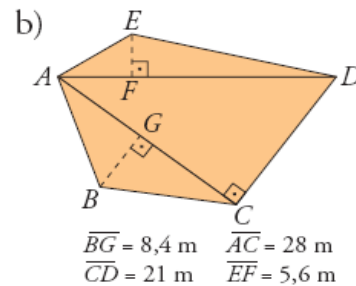
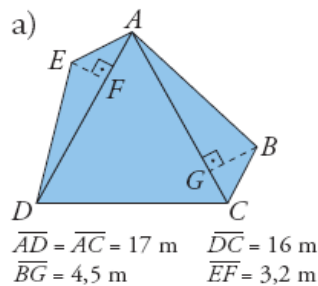
- Calcula CD y BC
- Si el ángulo de $A = 37^\circ$ y el de $C = 80^\circ$, calcula los ángulos E , B y D .



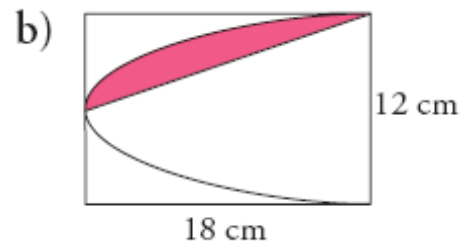
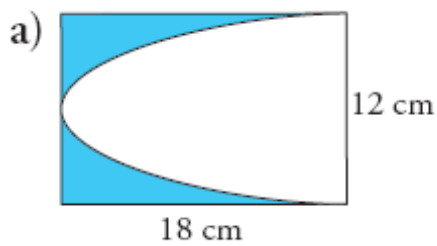
16.- Halla el área de las figuras coloreadas.



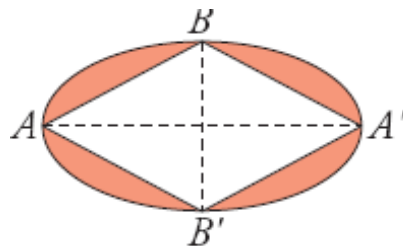
17.- Calcula el área de las figuras coloreadas.



18.- Halla el área de la zona coloreada en cada figura:



19.- Las diagonales del rombo inscrito en la elipse miden 16 cm y 30 cm. Halla el área de la parte coloreada.

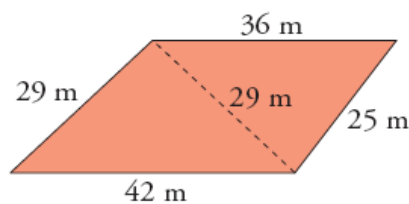


20.- En una circunferencia de 56,52 cm de longitud, dibuja los cuadrados circunscrito e inscrito. Calcula el área y el perímetro de cada cuadrado (toma $\pi = 3,14$).

21.- Halla, en cada caso, el área y el perímetro de un sector circular de un círculo de 15 cm de radio y cuya amplitud es:

- a) 90°
- b) 120°
- c) 65°
- d) 140°

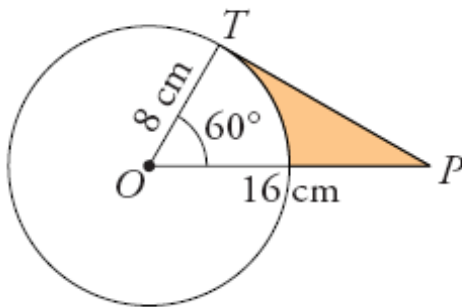
22.- Cierta finca tiene la forma y las dimensiones indicadas en la figura. Calcula su área.



23.- La superficie del círculo inscrito a un cuadrado es de $12,56 \text{ cm}^2$. ¿Cuál es la superficie del cuadrado?

24.- Calcula:

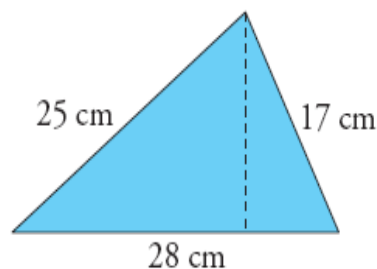
- a) La longitud de PT .
b) El área de la parte coloreada.



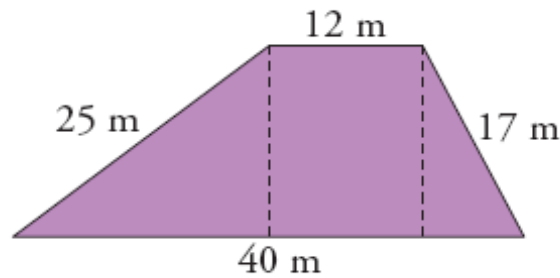
25.- Los radios de dos circunferencias son $r_1 = 8 \text{ m}$ y $r_2 = 12 \text{ m}$. La distancia entre sus centros es 25 m . Halla las longitudes de los segmentos de tangente común externa e interna.

26.- En un triángulo ABC , la base AB mide $5,7 \text{ m}$ y la altura relativa a esa base mide $9,5 \text{ m}$. ¿Cuánto mide el área de otro triángulo semejante a ABC en el que $A'B' = 4,14 \text{ m}$?

27.- Calcula la altura del triángulo siguiente, aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos rectángulos que aparecen. Después, halla su área:

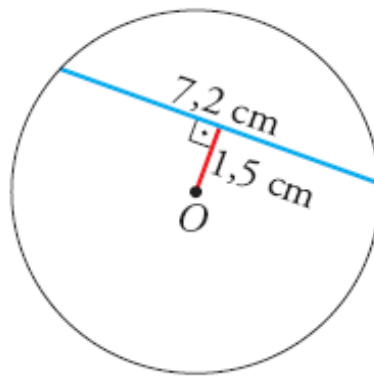


28.- Halla la altura del trapecio siguiente. Después, calcula su área.



29.-

- a) Calcula el radio de esta circunferencia:
- b) ¿Cuál será la longitud de una cuerda cuya distancia al centro es 2,9 cm?

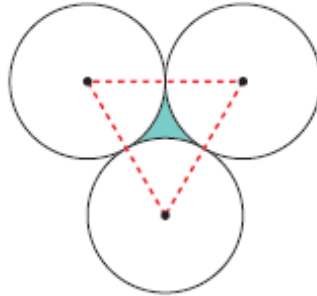


30.- En un círculo de 52 cm de diámetro se traza una cuerda a 10 cm del centro. Halla el área del cuadrilátero que se forma uniendo los extremos de la cuerda con los del diámetro paralelo a ella.

32.- Hallar el radio de un arco de 100,48 m de longitud y 72° de apertura ($\pi = 3,14$).

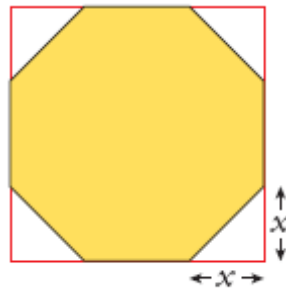
33.- El área de una corona circular es $20\pi \text{ cm}^2$, y la circunferencia interna mide 8π cm. Calcula el radio de la circunferencia externa.

34.- Calcula el área del triángulo curvilíneo comprendido entre tres circunferencias tangentes y cuyo radio mide 5 cm.



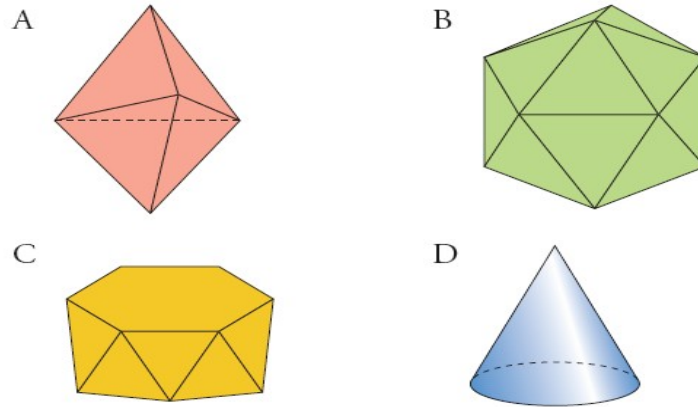
35.- A un cuadrado de 1 dm de lado le cortamos triangulitos isósceles en las cuatro esquinas.

- a) Calcula x para que el octógono resultante sea regular.
- b) Calcula el área de un octógono regular de 8 cm de lado.



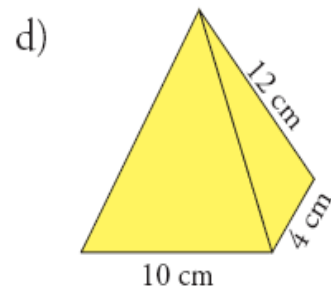
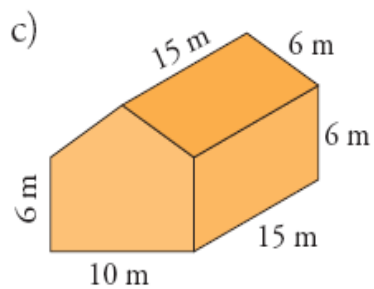
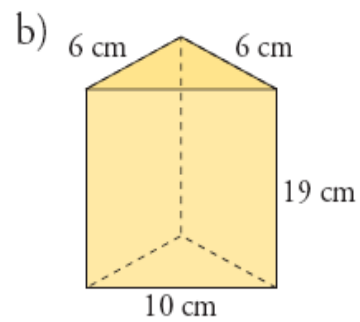
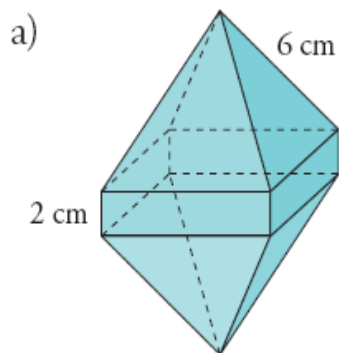
UD 14: Figuras en el espacio

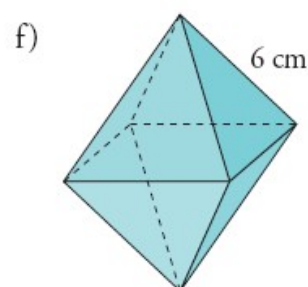
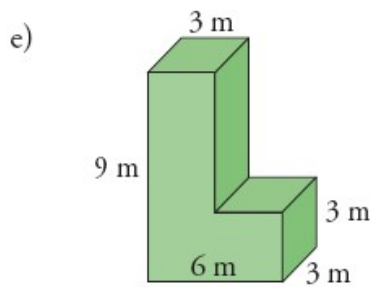
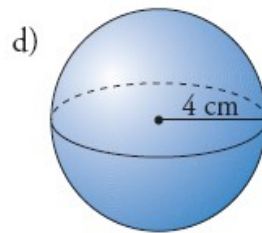
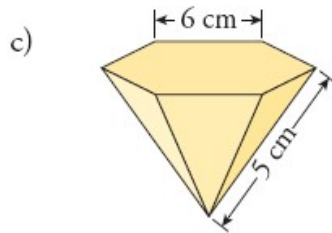
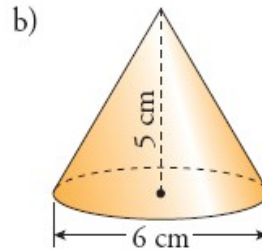
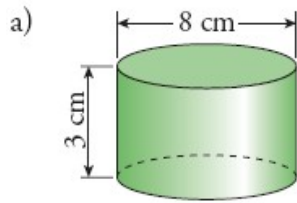
1.- ¿Cuáles de estas figuras son poliedros?



- a) Explica si alguno de ellos es un poliedro regular o semirregular.
b) Comprueba que se cumple la fórmula de Euler en cada uno de ellos.

2.- Dibuja el desarrollo plano y calcula el área total de los siguientes cuerpos geométricos:



3.- Calcula la superficie total de cada cuerpo:**4.- Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:**

a) Prisma de altura 20 cm y cuya base es un rombo de diagonales 18 cm y 12 cm.

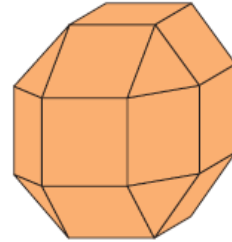
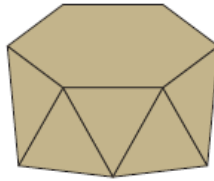
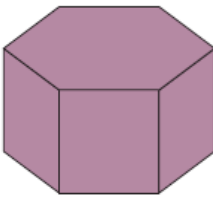
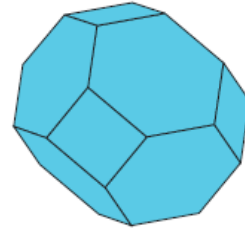
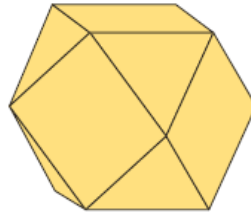
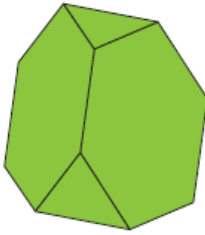
b) Pirámide hexagonal regular de arista lateral 18 cm y arista básica 6 cm.

5.- Dibuja los siguientes cuerpos geométricos y calcula su área:

a) Cilindro de altura 27 cm y cuya circunferencia básica mide 44 cm.

b) Tronco de cono generado al girar un trapecio rectángulo de bases 10 cm y 12 cm y altura 5 cm alrededor de esta.

6.- Calcula el área total de los siguientes poliedros semirregulares de arista 8 cm:

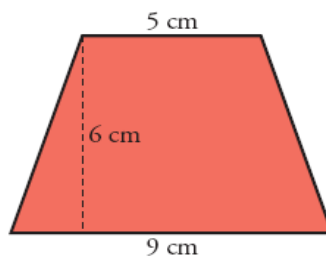


7.- Halla el área total de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas bases tienen de lado 30 cm y 14 cm y cuya arista lateral mide 17 cm.

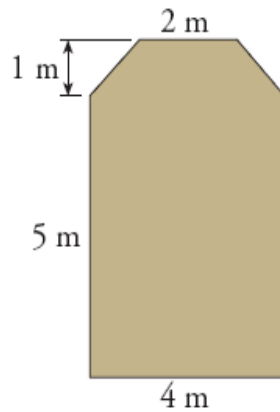
8.- Haciendo girar un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 9 cm y 12 cm alrededor de cada uno de ellos, se obtienen dos conos. Dibújalos y halla el área total de cada uno de ellos.

9.- Calcula la superficie de una esfera cuyo diámetro mide 24 cm. ¿Cuál será el área de un casquete esférico de 12 cm de altura de esa misma esfera?

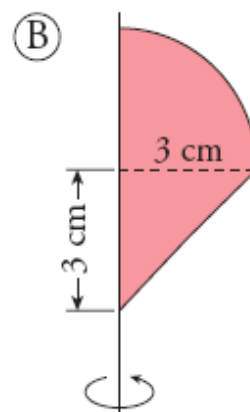
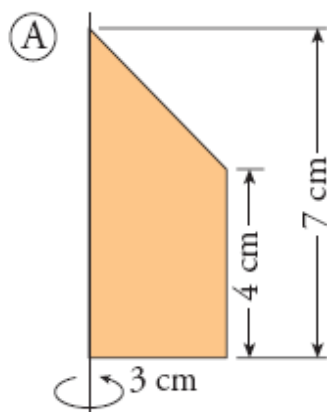
10.- Calcula el área total del tronco de cono generado al girar este trapecio isósceles rededor de una recta perpendicular a sus bases en su punto medio:



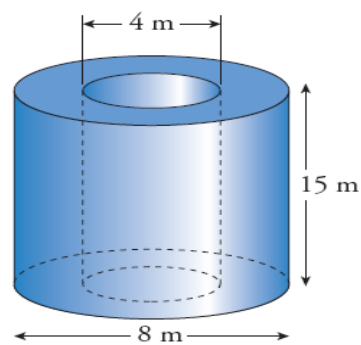
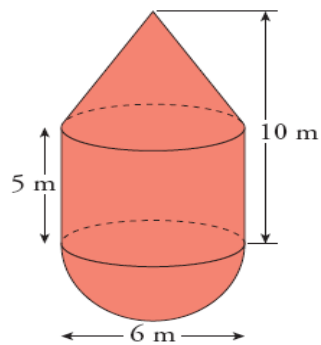
11.- Calcula el volumen de una habitación de 2,30 m de altura, cuya planta tiene la forma y dimensiones indicadas en la figura.



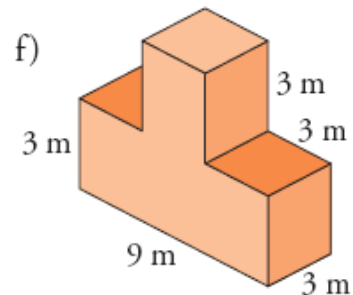
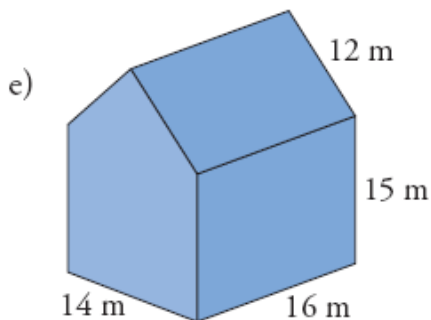
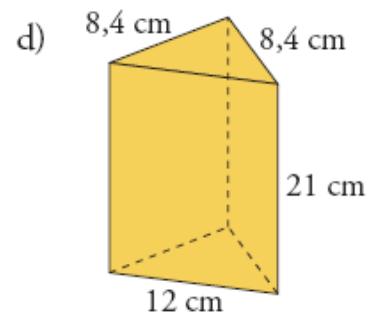
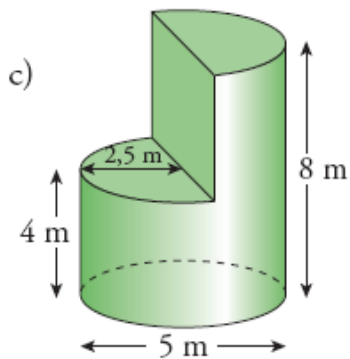
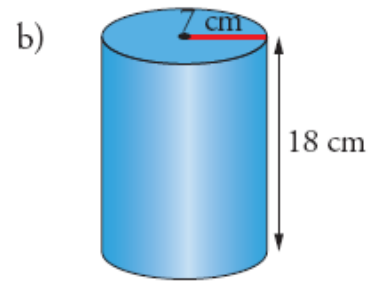
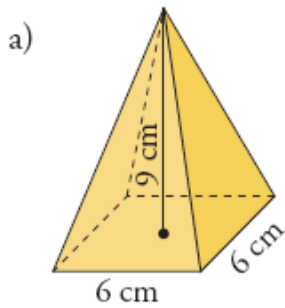
12.- Calcula el volumen de los cuerpos de revolución que genera cada una de estas figuras planas al girar alrededor del eje indicado:



13.- Calcula el volumen de estos cuerpos:



14.- Calcula el volumen de estos cuerpos:

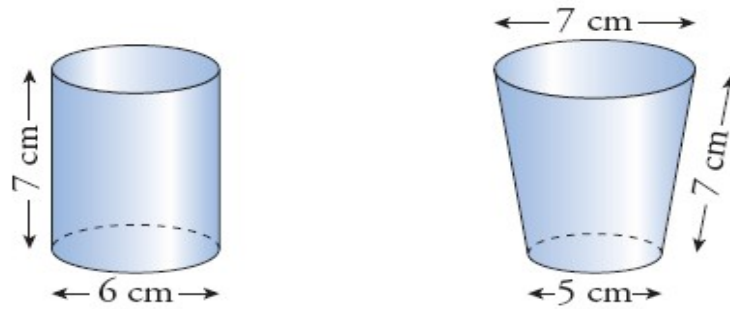


15.- Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:

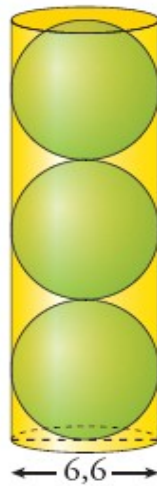
- a) Octaedro regular de arista 10 cm.
- b) Pirámide hexagonal regular cuya arista lateral mide 15 cm y la arista de la base 8 cm.
- c) Cono de radio 9 cm y generatriz 15 cm.
- d) Semiesfera de radio 10 cm.
- e) Cilindro inscrito en un prisma recto de base cuadrada de lado 6 cm y altura 18 cm.

16.- Calcula el volumen de un tronco de cono de radios 12 cm y 16 cm y altura 20 cm.

17.- ¿Qué vaso tiene mayor capacidad?



18.- Tres pelotas de tenis se introducen en una caja cilíndrica de 6,6 cm de diámetro en la que encajan hasta el borde. Halla el volumen de la parte vacía.



19.- Queremos hacer un tubo cilíndrico soldando por los lados un rectángulo de 28 cm de largo y 20 cm de ancho. ¿Cómo se consigue mayor volumen, soldando por los lados de 28 cm o por los de 20 cm?

20.- Un cilindro y un cono tienen la misma superficie total, $96\pi \text{ cm}^2$, y el mismo radio, 6 cm. ¿Cuál de los dos tendrá mayor volumen?

21.- Dos ciudades tienen la misma longitud, 15° E , y sus latitudes son $37^\circ 25' \text{ N}$ y $22^\circ 35' \text{ S}$. ¿Cuál es la distancia entre ellas?

22.- Cuando en el huso 0 son las 8 a.m., ¿qué hora es en el huso 3° al E? ¿Y en el huso 5° O?

23.- La “milla marina” es la distancia entre dos puntos del ecuador cuya diferencia de longitudes es $1'$. Calcula la longitud de una “milla marina”.

24.- Dos puntos P y Q de la Tierra están en el paralelo 60° N y sus longitudes son 3° E y 50° E. Calcula la distancia entre esos puntos y di en qué huso horario se encuentra cada uno. Si en P son las 11 a.m., ¿qué hora es en Q ?

25.- Roma está en el huso 1° E y Nueva York, en el 5° O. Si un avión sale de Roma a las 11 p.m. y el vuelo dura 8 h, ¿cuál será la hora local de llegada a Nueva York?

26.- Un avión tiene que ir de A a B , dos lugares diametralmente opuestos en el paralelo 45° . Puede hacerlo siguiendo el paralelo (APB) o siguiendo la ruta polar (ANB). ¿Cuál es la más corta?