

ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a) $3 + \sqrt{2x+3} = 2x$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{2x+3} = 2x-3$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{2x+3})^2 = (2x-3)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$2x+3 = 4x^2 - 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 14x + 6 = 0 \xrightarrow{(:2)} 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $2x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow a = 2 \quad b = -7 \quad c = 3$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{12}{4} = 3 \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x = 3$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 3 + 3 = 6 \\ 2 \cdot 3 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 2 \cdot 3 \Rightarrow x = 3 \text{ sí es solución}$$

- $x = \frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} + 3} = 3 + 2 = 5 \\ 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + \sqrt{2 \cdot \frac{1}{2} + 3} \neq 2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ no es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = 3$

b) $\sqrt{x+6} + \sqrt{x} = 6$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x+6} = 6 - \sqrt{x}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x+6})^2 = (6-\sqrt{x})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x+6 = 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2$$

$$x+6 = 36 - 12\sqrt{x} + x$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$12\sqrt{x} = -x - 6 + 36 + x$$

$$12\sqrt{x} = 30$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación por 6:

$$2\sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{2}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

- Finalmente: $x = \frac{25}{4}$

COMPROBACIÓN

- $x = \frac{25}{4}$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\frac{25}{4}+6} &= \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \\ 6 - \sqrt{\frac{25}{4}} &= 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 + \sqrt{\frac{25}{4}+6} = 6 - \sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x = \frac{25}{4} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = \frac{25}{4}$

c) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{3x-2})^2 = (3-\sqrt{x-1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$3x-2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x-1} + (\sqrt{x-1})^2$$

$$3x-2 = 9 - 6\sqrt{x-1} + x-1$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$6\sqrt{x-1} = -3x+2+9+x-1$$

$$6\sqrt{x-1} = 10-2x$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación por 2:

$$3\sqrt{x-1} = 5-x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(3\sqrt{x-1})^2 = (5-x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$9(x-1) = 25-10x+x^2 \Rightarrow 9x-9 = 25-10x+x^2 \Rightarrow x^2-19x+34=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida $x^2-19x+34=0 \Rightarrow a=1 \quad b=-19 \quad c=34$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 34}}{2 \cdot 1} = \frac{19 \pm \sqrt{361-136}}{2} = \frac{19 \pm 15}{2} = \begin{cases} \frac{34}{2} = 17 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x=17$

$$\sqrt{3 \cdot 17 - 2} + \sqrt{17 - 1} = 7 + 4 = 11 \neq 3 \Rightarrow x=17 \text{ no es solución}$$

- $x=2$

$$\sqrt{3 \cdot 2 - 2} + \sqrt{2 - 1} = 2 + 1 = 3 \Rightarrow x=2 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=2$

d) $\sqrt{x+1} = \sqrt[3]{x^2-1}$

- Elevamos los dos miembros de la ecuación a $m.c.m.(2,3) = 6$:

$$(\sqrt{x+1})^6 = (\sqrt[3]{x^2-1})^6$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$(x+1)^3 = (x^2-1)^2 \Rightarrow x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = x^4 - 2x^2 + 1 \Rightarrow x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = 0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = 0$

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x^3 - x^2 - 5x - 3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 (*) \end{cases}$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \quad (*)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & +2 & +3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array} \Rightarrow -1 \text{ es raíz} \Rightarrow (x+1) \text{ es factor} \Rightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = (x+1)(x^2 - 2x - 3)$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x^2 - 2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{0+1} = 1 \\ \sqrt[3]{0^2-1} = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{0+1} \neq \sqrt[3]{0^2-1} \Rightarrow x = 0 \text{ no es solución}$$

- $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{-1+1} = 0 \\ \sqrt[3]{(-1)^2-1} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{-1+1} = \sqrt[3]{(-1)^2-1} \Rightarrow x = -1 \text{ sí es solución}$$

- $x = 3$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{3+1} = 2 \\ \sqrt[3]{(3)^2-1} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{3+1} = \sqrt[3]{(3)^2-1} \Rightarrow x = 3 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

Las soluciones de la ecuación son $x = -1$ y $x = 3$

e) $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1} = \frac{x}{2}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{2 + 2(\sqrt{x-1})^2}{2\sqrt{x-1}} = \frac{x\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$2 + 2(\sqrt{x-1})^2 = x\sqrt{x-1}$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$2 + 2(x-1) = x\sqrt{x-1} \Rightarrow 2 + 2x - 2 = x\sqrt{x-1} \Rightarrow 2x = x\sqrt{x-1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(2x)^2 = (x\sqrt{x-1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$4x^2 = x^2(x-1) \Rightarrow 4x^2 = x^3 - x^2 \Rightarrow x^3 - 5x^2 = 0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $x^3 - 5x^2 = 0$

$$x^3 - 5x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{0-1}} + \sqrt{0-1} = \text{no existe} \\ \frac{0}{2} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ no es solución}$$

- $x = 5$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-1} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-1} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 5 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = 5$

f) $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} = \frac{6}{\sqrt{x}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} = 6$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x + \sqrt{x^2 + 2x} = 6$$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x^2 + 2x} = 6 - x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x^2 + 2x})^2 = (6 - x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x^2 + 2x = 36 - 12x + x^2 \Rightarrow 14x - 36 = 0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $14x - 36 = 0 \Rightarrow 14x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{14} \Rightarrow x = \frac{18}{7}$

COMPROBACIÓN $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}}$

- $x = 12$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\frac{18}{7}} + \sqrt{\frac{18}{7} + 2} &= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} + \sqrt{\frac{32}{7}} = \frac{\sqrt{18}\sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3^2} \sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{2^5} \sqrt{7}}{7} = \frac{3\sqrt{14} + 4\sqrt{14}}{7} = \sqrt{14} \\ \frac{6}{\sqrt{\frac{18}{7}}} &= \frac{6}{\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}} = \frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{18}} = \frac{6\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{7}\sqrt{2}}{2} = \sqrt{14} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{18}{7} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = \frac{18}{7}$

g) $\sqrt{40 - x^2} + 7x = 4(x + 3)$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{40-x^2} = 4x+12-7x$$

$$\sqrt{40-x^2} = 12-3x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{40-x^2})^2 = (12-3x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$40-x^2 = 144-72x+9x^2 \Rightarrow 10x^2-72x+104=0 \xrightarrow{(:2)} 5x^2-36x+52=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $5x^2-36x+52=0 \Rightarrow a=5 \quad b=-36 \quad c=52$

$$x = \frac{36 \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 52}}{2 \cdot 5} = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 1040}}{10} = \frac{36 \pm 16}{10} = \begin{cases} \frac{52}{10} = \frac{26}{5} \\ \frac{20}{10} = 2 \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x=2$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{40-2^2} + 7 \cdot 2 &= 6+14=20 \\ 4(2+3) &= 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt{40-2^2} + 7 \cdot 2 = 4(2+3) \Rightarrow x=2 \text{ sí es solución}$$

- $x = \frac{26}{5}$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{40-\left(\frac{26}{5}\right)^2} + 7 \cdot \frac{26}{5} &= \sqrt{40-\frac{676}{25}} + \frac{182}{5} = \sqrt{\frac{324}{25}} + \frac{182}{5} = \frac{18}{5} + \frac{182}{5} = \frac{200}{5} = 40 \\ 4\left(\frac{26}{5}+3\right) &= 4\left(\frac{26+15}{5}\right) = 4\frac{41}{5} = \frac{164}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{26}{5} \text{ no es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=2$

h) $3+2x=2\sqrt{x+1}-x$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$3+3x=2\sqrt{x+1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(3+3x)^2 = (2\sqrt{x+1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$9 + 18x + 9x^2 = 4(x + 1) \Rightarrow 9 + 18x + 9x^2 = 4x + 4 \Rightarrow 9x^2 + 14x + 5 = 0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $9x^2 + 14x + 5 = 0 \Rightarrow a = 9 \quad b = 14 \quad c = 5$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{(14)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 5}}{2 \cdot 9} = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 180}}{18} = \frac{-14 \pm 4}{18} = \begin{cases} \frac{-10}{18} = -\frac{5}{9} \\ \frac{-18}{18} = -1 \end{cases}$$

COMPROBACIÓN

- $x = -1$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 2 \cdot (-1) = 1 \\ 2\sqrt{-1+1} - (-1) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 2 \cdot (-1) = 2\sqrt{-1+1} - (-1) \Rightarrow x = -1 \text{ sí es solución}$$

- $x = -\frac{5}{9}$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = 3 - \frac{10}{9} = \frac{17}{9} \\ 2\sqrt{-\frac{5}{9}+1} - \left(-\frac{5}{9}\right) = 2\sqrt{\frac{4}{9}} + \frac{5}{9} = 2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{9} = \frac{4}{3} + \frac{5}{9} = \frac{17}{9} \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = 2\sqrt{-\frac{5}{9}+1} - \left(-\frac{5}{9}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{9} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

Las soluciones de la ecuación son $x = -1$ y $x = -\frac{5}{9}$

i) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = 5$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x+3} = 5 - \sqrt{x-2}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x+3})^2 = (5 - \sqrt{x-2})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x + 3 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{x-2} + (\sqrt{x-2})^2$$

$$x + 3 = 25 - 10\sqrt{x-2} + x - 2$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$10\sqrt{x-2} = -x+3+25+x-2$$

$$10\sqrt{x-2} = 20$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación entre 10:

$$\sqrt{x-2} = 2$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x-2})^2 = (2)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x-2 = 4 \Rightarrow x = 6$$

COMPROBACIÓN

- $x = 6$

$$\sqrt{6+3} + \sqrt{6-2} = 3+2 = 5 \Rightarrow x = 17 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = 6$

j) $4\sqrt{x-5} - 3\sqrt{x+7} = -4$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$4\sqrt{x-5} = 3\sqrt{x+7} - 4$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(4\sqrt{x-5})^2 = (3\sqrt{x+7} - 4)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$16(x-5) = 9(x+7) - 24\sqrt{x+7} + 16$$

$$16x - 80 = 9x + 63 - 24\sqrt{x+7} + 16$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$24\sqrt{x+7} = -16x + 80 + 9x + 63 + 16$$

$$24\sqrt{x+7} = 159 - 7x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(24\sqrt{x+7})^2 = (159-7x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$576(x+7) = 25281 - 2226x + 49x^2 \Rightarrow 576x + 4032 = 25281 - 2226x + 49x^2 \Rightarrow 49x^2 - 2802x + 21249 = 0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida:

$$49x^2 - 2802x + 21249 = 0 \Rightarrow a = 49 \quad b = -2802 \quad c = 21249$$

$$x = \frac{2802 \pm \sqrt{(-2802)^2 - 4 \cdot 49 \cdot 21249}}{2 \cdot 49} = \frac{2802 \pm \sqrt{3686400}}{98} = \frac{2802 \pm 1920}{98} = \begin{cases} \frac{4722}{98} = \frac{2361}{49} \\ \frac{882}{98} = 9 \end{cases}$$

COMPROBACIÓN $4\sqrt{x-5} - 3\sqrt{x+7} = -4$

- $x = \frac{2361}{49}$

$$4 \cdot \sqrt{\frac{2361}{49} - 5} - 3 \cdot \sqrt{\frac{2361}{49} + 7} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2116}{49}} - 3 \cdot \sqrt{\frac{2704}{49}} = 4 \cdot \frac{46}{7} - 3 \cdot \frac{52}{7} = \frac{184}{7} - \frac{156}{7} = \frac{28}{7} = 4 \neq -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2361}{49} \text{ no es solución}$$

- $x = 9$

$$4 \cdot \sqrt{9-5} - 3 \cdot \sqrt{9+7} = 4 \cdot \sqrt{4} - 3 \cdot \sqrt{16} = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 8 - 12 = -4 \Rightarrow x = 9 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = 9$

k) $\sqrt{x-20} + \sqrt{x} = \frac{40}{\sqrt{x-20}}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{(\sqrt{x-20})^2 + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-20}}{\sqrt{x-20}} = \frac{40}{\sqrt{x-20}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x-20})^2 + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-20} = 40$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x - 20 + \sqrt{x(x-20)} = 40$$

$$x - 20 + \sqrt{x^2 - 20x} = 40$$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x^2 - 20x} = 60 - x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x^2 - 20x})^2 = (60 - x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x^2 - 20x = 3600 - 120x + x^2 \Rightarrow 100x - 3600 = 0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $10x - 3600 = 0 \Rightarrow 100x = 3600 \Rightarrow x = \frac{3600}{100} \Rightarrow x = 36$

COMPROBACIÓN $\sqrt{x-20} + \sqrt{x} = \frac{40}{\sqrt{x-20}}$

- $x = 36$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{36-20} + \sqrt{36} = 4 + 6 = 10 \\ \frac{40}{\sqrt{36-20}} = \frac{40}{4} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 36 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = \frac{18}{7}$

l) $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

- Multiplicamos en cruz y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x}-2) \cdot (\sqrt{x}-3) = (\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}+1)$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x - 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 6 = x + \sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2$$

$$x - 5\sqrt{x} + 6 = x + 3\sqrt{x} + 2$$

$$4 = 8\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{x}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = (\sqrt{x})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$\frac{1}{4} = x \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

COMPROBACIÓN

- $x = \frac{1}{4}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} - 2}{\sqrt{\frac{1}{4}} + 2} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5} \\ \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} + 1}{\sqrt{\frac{1}{4}} - 3} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 3} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} - 2}{\sqrt{\frac{1}{4}} + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} + 1}{\sqrt{\frac{1}{4}} - 3} x = \frac{1}{4} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = \frac{1}{4}$