10 Sistemas de ecuaciones

1. Concepto de sistema de ecuaciones ____ 62

2. Método de sustitución ____ 63

3. Método de igualación ____ 64

4. Método de reducción ____ 65

5. Evaluación ____ 66

10

1. Concepto de sistema de ecuaciones

Una **ecuación de primer grado** con dos incógnitas tiene infinitas soluciones, que son los pares de números que al sustituirlos en la ecuación verifican la igualdad. Si se conoce el valor de una incógnita, se puede obtener el valor de otra.

Por ejemplo, para calcular el valor de y sabiendo que $x = 1$ en la ecuación $3x + 2y = 9$ hacemos esto:

1. Sustituimos x en la ecuación: $3x + 2y = 9 \Rightarrow 3 \cdot 1 + 2y = 9$

2. Despejamos el valor de la incógnita: $2y = 6 \Rightarrow y = 3$

Un **sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas** es aquel en la que la solución del sistema es el par de números que verifican las dos ecuaciones al mismo tiempo.

Por ejemplo, este es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

1 Determina qué par de valores son solución de la ecuación: $5x + 2y = 11$

a) $x = 1, y = 5$

b) $x = -2, y = 1$

c) $x = 4, y = 1$

d) $x = 3, y = -2$

2 Verifica si los siguientes pares de valores son solución del sistema:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - y = 16 \end{cases}$$

a) $x = 5, y = 2$

b) $x = 7, y = 4$

c) $x = 12, y = 9$

d) $x = 13, y = 10$

2. Método de sustitución

Para resolver un sistema por el **método de sustitución** se siguen los siguientes pasos:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

1. Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones:

$$x + 2y = 3 \Rightarrow x = 3 - 2y$$

2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación:

$$3 \cdot (3 - 2y) + y = 4$$

3. Se resuelve la ecuación:

$$9 - 6y + y = 4 \Rightarrow 9 - 5y = 4 \Rightarrow -5y = -5 \Rightarrow y = 1$$

4. Se calcula la otra incógnita en la ecuación despejada:

$$x = 3 - 2 \cdot 1 \Rightarrow x = 1$$

1 Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = -10 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y = -12 \\ 3x - 4y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 5y = -6 \\ x - 2y = 15 \end{cases}$

3. Método de igualación

Para resolver un sistema por el **método de igualación** se siguen los siguientes pasos:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

1. Se despeja una de las incógnitas en las dos ecuaciones:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - x}{2} \\ y = 4 - 3x \end{cases}$$

2. Se igualan las expresiones obtenidas y se resuelve la ecuación resultante:

$$\frac{3 - x}{2} = 4 - 3x \Rightarrow 3 - x = 8 - 6x \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$$

3. Se calcula la otra incógnita en cualquiera de las ecuaciones despejadas:

$$y = 4 - 3 \cdot 1 \Rightarrow y = 1$$

1 Resuelve los siguientes sistemas por el método de igualación:

a) $\begin{cases} 2x + y = 18 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 12y = -3 \\ x + y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

4. Método de reducción

Para resolver un sistema por el **método de reducción** se siguen los siguientes pasos:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

1. Se igualan los coeficientes de la *y*, multiplicando la segunda ecuación por (-2):

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 \\ -6x - 2y = -8 \end{cases}$$

2. Se suman o restan, según convenga, las ecuaciones:

$$\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ -6x - 2y = -8 \\ \hline -5x \quad\quad = -5 \end{array}$$

3. Se despeja *x* en la ecuación:

$$-5x = -5 \Rightarrow x = 1$$

4. Se sustituye el valor obtenido en una de las ecuaciones del sistema:

$$x + 2y = 3 \Rightarrow y = \frac{3 - 1}{2} \Rightarrow y = 1$$

La solución del sistema es $x = 1$ e $y = 1$.

1 Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 9y = 4 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

5. Evaluación

1 Averigua las soluciones de la ecuación $5x - 2y = 6$, en los siguientes casos:

a) $x = 2$

b) $y = -1$

2 Comprueba si los siguientes pares de valores son solución del sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 16 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$

a) $x = 10, y = 6$

b) $x = 5, y = -6$

3 Resuelve el siguiente sistema por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 6x - y = 24 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

4 Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x + 3y = 15 \end{cases}$$

5 Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ 3x - 2y = 18 \end{cases}$$