Página 123

Resuelve

1. **Traduce a lenguaje algebraico el problema de la tablilla babilónica y calcula, por tanteo, la longitud y la anchura medidas en manos.**

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + y = 7 \\ x + y = 10 \end{cases} \rightarrow x = 4 \;\; y = 6$$

2. **El problema chino de las gavillas de trigo se resuelve con un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Completa el que ves en el enunciado de arriba.**

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 20 \\ 2x + 3y + z = 19 \\ x + 2y + 3z = 16 \end{cases}$$

3. **Plantea un sistema de ecuaciones para el problema de Diofanto que aparece en la página anterior y encuéntrale una solución.**

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 + y^2 = 208 \end{cases} \rightarrow x_1 = 8,\; y_1 = 12 \;;\; x_2 = 12,\; y_2 = 8$$

4. **El problema de Diofanto que se muestra en esta página, el de las cántaras de vino, podría traducirse algebraicamente en el sistema de ecuaciones de la derecha, siendo *a*, *b* y *c* números enteros.**

$$\left.\begin{array}{r} 8a + 5b = c^2 \\ a + b = c \end{array}\right\}$$

¿Qué harías para encontrar una solución?

Daría un valor a una incógnita y despejaría las otras dos.

1 Ecuaciones con dos incógnitas. Soluciones

Página 124

1. Comprueba si cada uno de los pares de valores siguientes son solución de la ecuación $4x - 3y = 12$:

a) $x = 6,\ y = 4$ **b) $x = 6,\ y = 12$** **c) $x = 0,\ y = -4$**

a) $4 \cdot 6 - 3 \cdot 4 = 24 - 12 = 12$

$x = 6,\ y = 4$ sí es solución de la ecuación.

b) $4 \cdot 6 - 3 \cdot 12 = 24 - 36 = -12$

$x = 6,\ y = 12$ no es solución de la ecuación.

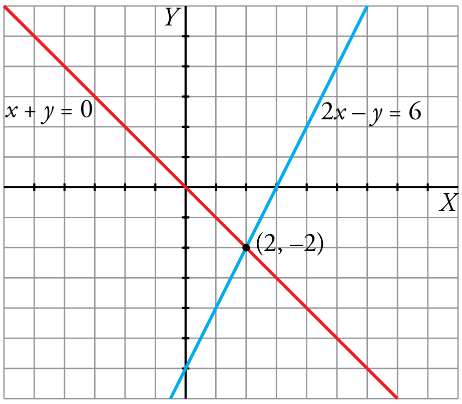
c) $4 \cdot 0 - 3(-4) = 0 + 12 = 12$

$x = 0,\ y = -4$ sí es solución de la ecuación.

2. Representa las rectas de ecuaciones:

$$2x - y = 6 \qquad x + y = 0$$

¿Cuál es la solución común a ambas ecuaciones?



Solución común a las dos ecuaciones: $x = 2,\ y = -2$. Punto $(2, -2)$.

2 Sistemas de ecuaciones lineales

Página 125

1. **Di si los pares $x = -1,\ y = 4$ o $x = 7,\ y = 8$ son solución de alguno de los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} -6x + 5y = 26 \\ x - 2y = -9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + y = 43 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} -6x + 5y = 26 \\ x - 2y = -9 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$6 + 20 = 26$, sí	$-42 + 40 = -2$, NO
$-1 - 8 = -9$, sí	$7 - 16 = -9$, sí
SÍ ES SOLUCIÓN	NO ES SOLUCIÓN

b) $\begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$2 + 16 = 18$, sí	$-14 + 32 = 18$, sí
$-3 - 8 = -11$, NO	$21 - 16 = 5$, sí
NO ES SOLUCIÓN	SÍ ES SOLUCIÓN

c) $\begin{cases} 5x + y = 43 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$-5 + 4 = -1$, NO	$35 + 8 = 43$, sí
$-3 + 4 = 1$, sí	$21 + 8 = 29$, NO
NO ES SOLUCIÓN	NO ES SOLUCIÓN

d) $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -1 \end{cases}$

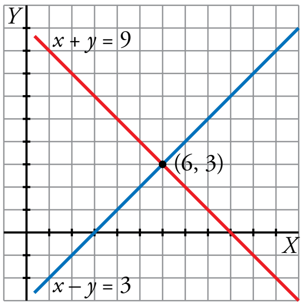
$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$-1 + 4 = 3$, NO	$7 + 8 = 15$, sí
$-1 - 4 = -5$, NO	$7 - 8 = -1$, sí
NO ES SOLUCIÓN	SÍ ES SOLUCIÓN

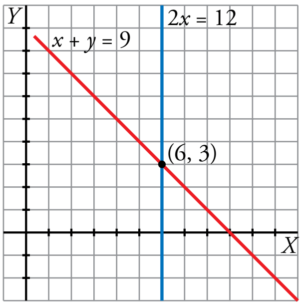
3 Sistemas equivalentes

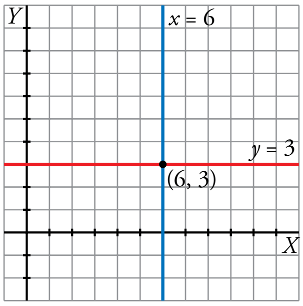
Página 126

1. Representa estos tres sistemas equivalentes que se obtienen para resolver el primero de ellos:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ 2x \quad\ \ = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$



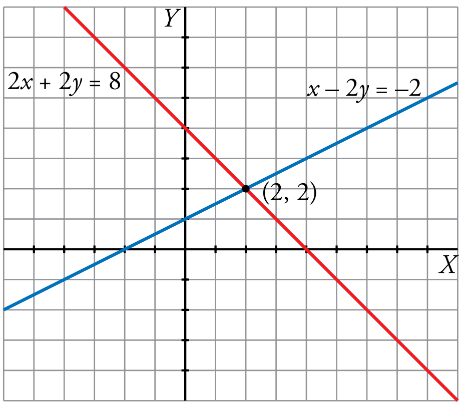




2. Representa los pares de rectas correspondientes a cada sistema y di si son equivalentes:

a) $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y - x = 0 \\ y \quad\ \ = 2 \end{cases}$

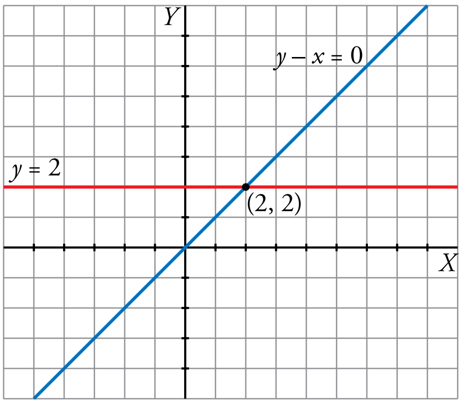
a) $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$



Punto en común: (2, 2)

Solución del sistema: $x = 2$, $y = 2$

b) $\begin{cases} y - x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$



Punto en común: (2, 2)

Solución del sistema: $x = 2, \ y = 2$

Los dos sistemas de ecuaciones tienen la misma solución. Por tanto, son equivalentes.

4 Número de soluciones de un sistema lineal

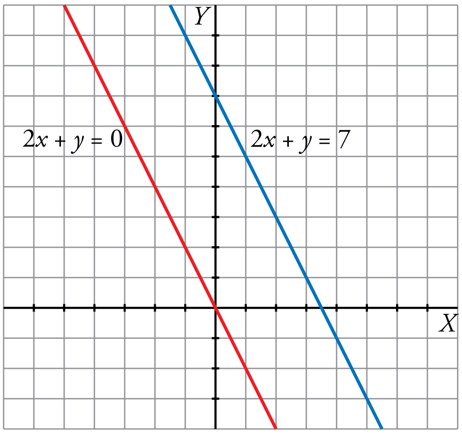
Página 127

1. **Fijándote en sus ecuaciones, di cuál de estos sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál indeterminado. Compruébalo representando las rectas:**

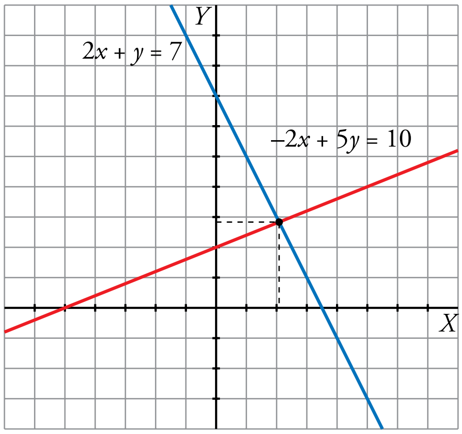
a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

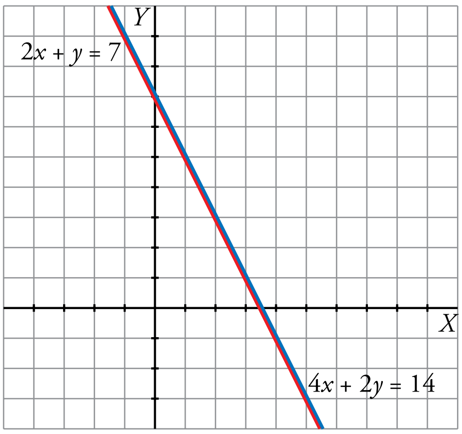
a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ Sistema incompatible



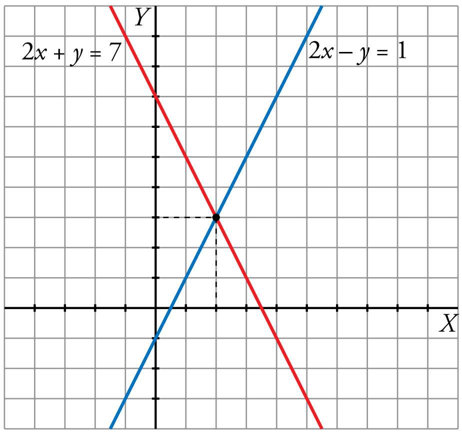
b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$ Sistema con una solución



c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$ Sistema indeterminado



d) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ Sistema con una solución



2. **Completa estos sistemas para que el primero tenga la solución $x = 6$, $y = -1$; el segundo sea incompatible, y el tercero y el cuarto sean indeterminados:**

a) $\begin{cases} x - 4y = \dots \\ 2x \quad \dots = 13 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + \ \ y = 8 \\ 4x + 2y = \dots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x \ \ \dots = \dots \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 11y = \dots \\ \dots + 33y = 9 \end{cases}$

a) $6 - 4(-1) = 10$

$2 \cdot 6 + a \cdot (-1) = 13 \rightarrow a = -1$

El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - 4y = 10 \\ 2x - \ \ y = 13 \end{cases}$ tiene como solución $x = 6$, $y = -1$.

b) Respuesta abierta.

$\begin{cases} 2x + \ \ y = 8 \\ 4x + 2y = 2(2x + y) \end{cases}$

Para que el sistema sea incompatible, podemos igualarlo a cualquier número distinto de 16.

c) Como $4x = 2(2x)$, para obtener la segunda ecuación multiplicamos la primera por 2. Al ser una ecuación equivalente, nos dará la misma recta, lo que es un sistema indeterminado.

$\begin{cases} 2x + \ \ y = \ \ 8 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases}$

d) Como $33y = 3(11y)$, para obtener la segunda ecuación multiplicamos la primera por 3. Esto nos dará el primer miembro de la igualdad; dividiremos el segundo miembro de la segunda ecuación por 3 para obtener el segundo miembro de la primera.

$\begin{cases} 5x + 11y = 3 \\ 15 + 33y = 9 \end{cases}$

5 Métodos de resolución de sistemas

Página 128

1. Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas. ¿Cuál de ellos crees que es más complicado de resolver por este método?

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \ \to \ y = \dfrac{5 - x}{3} \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$5x + 7 \cdot \frac{5 - x}{3} = 13 \ \to \ 5x + \frac{35 - 7x}{3} = 13 \ \to \ 15x + 35 - 7x = 39 \ \to \ 8x = 4 \ \to$$

$$\to \ x = \frac{1}{2} \ \to \ y = \frac{5 - \frac{1}{2}}{3} = \frac{\frac{9}{2}}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Solución: $x = \frac{1}{2}, \ y = \frac{3}{2}$

b) $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \ \to \ y = 3x - 3 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$6x + 3(3x - 3) = 0 \ \to \ 6x + 9x - 9 = 0 \ \to \ 15x = 9 \ \to$$

$$\to \ x = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \ \to \ y = 3 \cdot \frac{3}{5} - 3 = -\frac{6}{5}$$

Solución: $x = \frac{3}{5}, \ y = -\frac{6}{5}$

c) $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \ \to \ y = \dfrac{4 - 3x}{9} \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$2x + 3 \cdot \frac{4 - 3x}{9} = 1 \ \to \ 2x + \frac{4 - 3x}{9} = 1 \ \to \ 6x + 4 - 3x = 3 \ \to$$

$$\to \ 3x = -1 \ \to \ x = -\frac{1}{3} \ \to \ y = \frac{4 - 3 \cdot \frac{(-1)}{3}}{9} = \frac{5}{9}$$

Solución: $x = -\frac{1}{3}, \ y = \frac{5}{9}$

d) $\begin{cases} x - 4y = 11 \;\; 8 \;\; y = \dfrac{x - 11}{4} \\ 5x + 7y = \;\; 1 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$5x + 7 \cdot \frac{x - 11}{4} = 1 \;\rightarrow\; 5x + \frac{7x - 77}{4} = 1 \;\rightarrow\; 20x + 7x - 77 = 4 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 27x = 81 \;\rightarrow\; x = 3 \;\rightarrow\; y = \frac{3 - 11}{4} = -2$$

Solución: $x = 3, \; y = -2$

El más complicado es el apartado c).

Página 129

2. Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + 8y = 5 \\ 2x - 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 3y = 28 \\ 7x + 2y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 7x + 10y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 9y = -1 \\ 3x + 15y = -1 \end{cases}$

a) $x = \dfrac{5 - 8y}{3}, \ x = \dfrac{7 + 2y}{2}$

$$\frac{5 - 8y}{3} = \frac{7 + 2y}{2} \to 10 - 16y = 21 + 6y \to -22y = 11 \to y = \frac{-1}{2}$$

$$x = \frac{7 + 2 \cdot \frac{-1}{2}}{2} = \frac{7 - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Solución: $x = 3, \ y = \dfrac{-1}{2}$

b) $x = \dfrac{28 - 3y}{5}; \ x = \dfrac{-7 - 2y}{7}$

$$\frac{28 - 3y}{5} = \frac{-7 - 2y}{7} \to 196 - 21y = -35 - 10y \to 11y = 231 \to y = \frac{231}{11} = 21$$

$$x = \frac{-7 - 2 \cdot 21}{7} = -7$$

Solución: $x = -7, \ y = 21$

c) $x = \dfrac{-1 + 5y}{3}, \ x = \dfrac{2 - 10y}{7}$

$$\frac{-1 + 5y}{3} = \frac{2 - 10y}{7} \to -7 + 35y = 6 - 30y \to 65y = 13 \to y = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{-1 + 5 \cdot \frac{1}{5}}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

Solución: $x = 0, \ y = \dfrac{1}{5}$

d) $x = \dfrac{-1 - 9y}{2}, \ x = \dfrac{-1 - 15y}{3}$

$$-3 - 27y = -2 - 30y \to 3y = 1 \to y = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{-1 - 9 \cdot \frac{1}{3}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Solución: $x = -2, \ y = \dfrac{1}{3}$

Página 130

3. Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 7x = 49 \to x = 7 \to 3 \cdot 7 + 5y = 11 \to 5y = -10 \to y = -2$

Solución: $x = 7,\ y = -2$

b) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases} \to \begin{cases} -5x - 15y = -25 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} -8y = -12 \to y = \dfrac{-12}{-8} = \dfrac{3}{2} \to$

$\to x + 3 \cdot \dfrac{3}{2} = 5 \to x = \dfrac{1}{2}$

Solución: $x = \dfrac{1}{2},\ y = \dfrac{3}{2}$

c) $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases} \to \begin{cases} -5x + 20y = -55 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 27y = -54 \to y = -2 \to$

$\to x - 4 \cdot (-2) = 11 \to x = 3$

Solución: $x = 3,\ y = -2$

d) $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 9x - 3y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 15x = 9 \to x = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5} \to$

$\to 3 \cdot \dfrac{3}{5} - y = 3 \to y = \dfrac{9}{5} - 3 = \dfrac{-6}{5}$

Solución: $x = \dfrac{3}{5},\ y = \dfrac{-6}{5}$

Página 131

4. Resuelve este sistema simplificando previamente:

$$\begin{cases} \mathbf{5(x+3)-2(y-1)=3(5x-y)-8x} \\ \mathbf{\dfrac{x+1}{7}-\dfrac{y}{5}=2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x+3)-2(y-1)=3(5x-y)-8x \\ \dfrac{x+1}{7}-\dfrac{y}{5}=2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5x+15-2y+2=15x-3y-8x \\ 5x+5-7y=70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+y=-17 \\ 5x-7y=65 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} -14x+7y=-119 \\ \quad 5x-7y=\quad 65 \end{cases}$$
$$\overline{-9x \qquad = -54} \rightarrow x=6 \rightarrow y=-17+2\cdot 6=-5$$

Solución: $x=6,\ y=-5$

5. Resuelve este sistema aplicando dos veces el método de reducción:

$$\begin{cases} \mathbf{7x+\ \ 5y=11} \\ \mathbf{35x-12y=129} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x+\ \ 5y=11 \\ 35x-12y=129 \end{cases}$$

Obtenemos la y:

$$\begin{cases} -35x-25y=-55 \\ \quad 35x-12y=129 \end{cases}$$
$$\overline{\qquad -37y=\ 74} \rightarrow y=-2$$

Obtenemos la x:

$$\begin{cases} 84x+60y=132 \\ 175x-60y=645 \end{cases}$$
$$\overline{259x \qquad =777} \rightarrow x=3$$

Solución: $x=3,\ y=-2$

6 Sistemas de ecuaciones no lineales

Página 132

1. Resuelve estos sistemas dando su solución o señalando que no la tienen:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 16 \\ x^2 + y^2 = 64 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 - y^2 = 64 \end{cases}$

a) $x = 6 - y$

$(6 - y)^2 + y^2 = 20 \rightarrow 36 - 12y + y^2 + y^2 = 20 \rightarrow 2y^2 - 12y + 16 = 0 \rightarrow y^2 - 6y + 8 = 0$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{cases} y = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Si $y = 4 \rightarrow x = 6 - 4 = 2$

Si $y = 2 \rightarrow x = 6 - 2 = 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 2, & y_1 = 4 \\ x_2 = 4, & y_2 = 2 \end{cases}$

b) Sumamos las dos ecuaciones, utilizando el método de reducción:

$2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5, \ x = -5$

Si $x = 5 \rightarrow y^2 = 41 - 5^2 = 41 - 25 = 16 \rightarrow y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Si $x = -5 \rightarrow y^2 = 41 - 5^2 = 41 - 25 = 16 \rightarrow y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 5, & y_1 = 4 \\ x_2 = 5, & y_2 = -4 \\ x_3 = -5, & y_3 = 4 \\ x_4 = -5, & y_4 = -4 \end{cases}$

c) $x = 16 - y$

$(16 - y)^2 + y^2 = 64 \rightarrow 256 - 32y + 2y^2 = 64 \rightarrow 2y^2 - 32y + 192 = 0 \rightarrow y^2 - 16y + 96 = 0$

$$y = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 96}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{-128}}{2} \quad \text{No tiene solución.}$$

d) $x = 4 + y$

$(4 + y)^2 - y^2 = 64 \rightarrow 16 + 8y = 64 \rightarrow y = \frac{48}{8} = 6$

Solución: $x = 10, \ y = 6$

7 Resolución de problemas mediante sistemas

Página 133

1. Dos poblaciones A y B distan 25 km. Un peatón sale de A hacia B a una velocidad de 4 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A otro peatón a 6 km/h. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse y la distancia que ha recorrido cada uno hasta ese instante.

La ecuación del espacio recorrido por el peatón que sale de A es

$$x = 4 \cdot t$$

Como la distancia entre A y B es 25 km, la ecuación para el otro peatón es:

$$25 - x = 6 \cdot t$$

El momento del encuentro se expresa mediante un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 4t \\ 25 - x = 6t \end{cases}$$

$$25 = 10t \rightarrow t = 2{,}5 \rightarrow x = 4 \cdot 2{,}5 = 10$$

Por tanto, el encuentro se produce a las 2 h 30 min y a 10 km de la ciudad A.

2. Dos poblaciones distan 120 km. En el mismo instante salen un peatón de A hacia B a una velocidad de 6 km/h y un ciclista de B hacia A a 24 km/h. ¿Cuánto tardan en encontrarse? ¿Qué distancia recorre el peatón?

La ecuación para el peatón es:

$$x = 6t$$

La ecuación para el ciclista es:

$$120 - x = 24t$$

El encuentro se expresa mediante un sistema:

$$\begin{cases} x = 6t \\ 120 - x = 24t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 6t = 0 \\ -x - 24t = -120 \end{cases}$$

$$-30t = -120 \rightarrow t = 4 \rightarrow x = 6 \cdot 4 = 24$$

Por tanto, se cruzan a las 4 h de haber iniciado su viaje, cuando el peatón ha recorrido 24 km.

Página 134

3. Hemos mezclado aceite de oliva de 3,50 €/*l* con aceite de girasol de 2 €/*l* para obtener 50 *l* de mezcla a 3,08 €/*l*. Calcula la cantidad de aceite de oliva y de aceite de girasol que hemos mezclado.

	CANTIDAD	PRECIO
OLIVA	x	3,5
GIRASOL	y	2
MEZCLA	50	3,08

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3,5x + 2y = 50 \cdot 3,08 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 3,5x + 2(50 - x) = 154 \end{cases} \rightarrow 3,5x + 100 - 2x = 154 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,5x = 54 \rightarrow x = 36 \rightarrow y = 14$$

36 *l* de aceite de oliva y 14 *l* de girasol.

4. He pagado 90,50 € por una camisa y un jersey que costaban, entre los dos, 110 €. En la camisa me han rebajado un 20 %, y en el jersey, un 15 %. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

De la camisa que valía x, pagaré $0,8x$ debido a la rebaja; y del jersey, que valía y, pagaré $0,85y$.

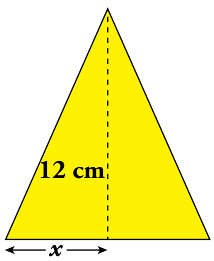
$$\begin{cases} x + y = 110 \\ 0,8x + 0,85y = 90,50 \end{cases}$$

$0,8(110 - y) + 0,85y = 90,50 \rightarrow 88 - 0,8y + 0,85y = 90,50 \rightarrow 0,05y = 2,5 \rightarrow y = 50, \; x = 60$

La camisa valía 60 €, y el jersey, 50 €.

5. El perímetro de un triángulo isósceles es de 36 cm. La altura relativa al lado desigual mide 12 cm. Calcula la medida de los lados iguales.

Si llamas x a la mitad de la base, se simplifican mucho los cálculos.



$$\begin{cases} 2x + 2y = 36 \\ y^2 - x^2 = 12^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ y^2 - x^2 = 144 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ (18 - x)^2 - x^2 = 144 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 324 - 36x + x^2 - x^2 = 144 \rightarrow 36x = 180 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 18 - 5 = 13$$

Los lados iguales miden 13 cm.

Página 135

Hazlo tú

Queremos comprar un regalo entre un grupo de amigos. Si ponemos 4 € cada uno, sobran 2 €. Y si ponemos 3 €, faltan 6 €. ¿Cuántos amigos somos y cuánto cuesta el regalo?

Llamamos x al número de amigos e y al precio del regalo.

$$\left.\begin{aligned} 4x &= y + 2 \\ 3x &= y - 6 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x &= \frac{y+2}{4} \\ x &= \frac{y-6}{3} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{y+2}{4} = \frac{y-6}{3} \rightarrow 3y + 6 = 4y - 24 \rightarrow y = 30$$

Sustituyendo el valor de la y en la 1.ª ecuación: $x = \dfrac{30+2}{4} = 8$

Somos 8 amigos y el regalo nos cuesta 30 €.

Ejercicios y problemas

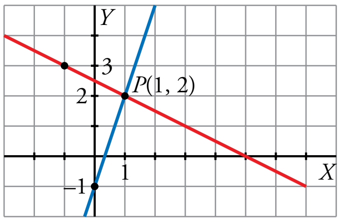
Página 136

Practica

1. **Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$



$3x - y = 1$

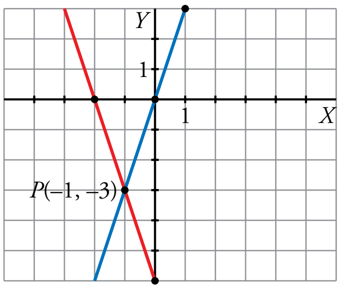
x	0	1
y	–1	2

$x + 2y = 5$

x	1	–1
y	2	3

Solución: $x = 1$, $y = 2$

b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$



$3x - y = 0$

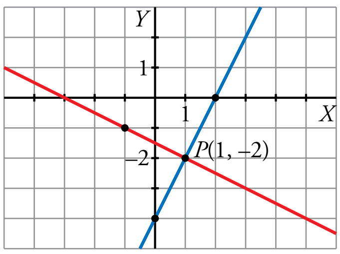
x	0	1
y	0	3

$3x + y = -6$

x	0	–2
y	–6	0

Solución: $x = -1$, $y = -3$

c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$



$x + 3y = -5$

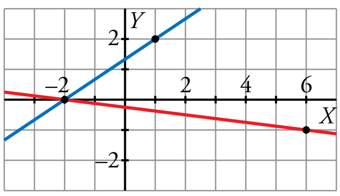
x	1	–2
y	–2	–1

$2x - y = 4$

x	0	1
y	–4	–2

Solución: $x = 1$, $y = -2$

d) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$



$2x - 3y = -4$

x	1	–2
y	2	0

$x + 8y = -2$

x	6	–2
y	–1	0

Solución: $x = -2$, $y = 0$

2. **Resuelve por sustitución.**

a) $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + \;\; y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - \;\; y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x + 3y = 0 \\ 2x + \;\; y = -5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = -3y \\ 2(-3y) + y = -5 \;\to \end{array}$

$\to -6y + y = -5 \;\to\; -5y = -5 \;\to\; y = 1 \;\to\; x = -3 \cdot 1 = -3$

Solución: $x = -3,\; y = 1$

b) $\left.\begin{array}{l} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{array}\right\} \to$

$\to x = -17 + 5y \;\to\; 8(-17 + 5y) - 3y = -25 \;\to\; -136 + 40y - 3y = -25 \;\to$

$\to 37y = 111 \;\to\; y = 3 \;\to\; x = -17 + 15 = -2$

Solución: $x = -2,\; y = 3$

c) $\left.\begin{array}{l} 7x - \;\; y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 7x + 6 = y \\ 4x + 3(7x + 6) = 3 \;\to\; 4x + 21x + 18 = 3 \;\to \end{array}$

$\to 25x = -15 \;\to\; x = \dfrac{-15}{25} = -\dfrac{3}{5} \;\to\; y = 7\left(-\dfrac{3}{5} + 6\right) = \dfrac{9}{5}$

Solución: $x = -\dfrac{3}{5},\; y = \dfrac{9}{5}$

d) $\left.\begin{array}{l} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = \dfrac{2x + 16}{2} = x + 8 \\ 2(x + 8) - 3x = 16 \;\;\to \end{array}$

$\to 2x + 16 - 3x = 16 \;\to\; -x = 0 \;\to\; x = 0 \;\to\; y = 8$

Solución: $x = 0,\; y = 8$

3. **Resuelve por igualación.**

a) $\begin{cases} x \;\;\;\;\; = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + \;\; y = -1 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x \;\;\;\;\; = 4 \\ x - y = 6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 6 + y \end{array}\right\} \to\; 6 + y = 4 \;\to\; y = -2$

Solución: $x = 4,\; y = -2$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = -4 - 3y \\ x = 6 + 2y \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to\; -4 - 3y = 6 + 2y \;\to\; -4 - 6 = 5y \;\to \\ \to\; y = -2 \;\to\; x = -4 - 3(-2) = 2 \end{array}$

Solución: $x = 2,\; y = -2$

c) $\left.\begin{array}{l} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 6x \\ y = \dfrac{7x + 5}{2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to\; 6x = \dfrac{7x + 5}{2} \;\to\; 12x = 7x + 5 \;\to\; 5x = 5 \;\to \\ \to\; x = 1 \;\to\; y = 6 \cdot 1 = 6 \end{array}$

Solución: $x = 1,\; y = 6$

d) $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = -4 \\ 2x + \ \ y = -1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{3x+4}{4} \\ y = -1 - 2x \end{array}\right\} \to \dfrac{3x+4}{4} = -1 - 2x \to 3x + 4 = -4 - 8x \to$

$\to 11x = -8 \to x = \dfrac{-8}{11} \to y = -1 - 2\left(\dfrac{-8}{11}\right) = \dfrac{5}{11}$

Solución: $x = \dfrac{-8}{11},\ y = \dfrac{5}{11}$

4. **Resuelve por reducción.**

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \ \ y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - \ \ y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + \ \ y = 7/6 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \ \ y = -4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 4x - 3y = \ \ 2 \\ 6x + 3y = -12 \end{array}\right\}$

$10x = \ \ -10 \to x = -1 \to 2(-1) + y = -4 \to y = -2$

Solución: $x = -1,\ y = -2$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ 3x - \ \ y = 7 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x + 2y = \ \ 1 \\ 6x - 2y = 14 \end{array}\right\}$

$7x \ \ = 15 \to x = \dfrac{15}{7} \to \dfrac{15}{7} + 2y = 1 \to y = \dfrac{1 - 15/7}{2} = -\dfrac{4}{7}$

Solución: $x = \dfrac{15}{7},\ y = -\dfrac{4}{7}$

c) $\left.\begin{array}{l} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2x - 6y = 2 \\ 3x + 6y = 2 \end{array}\right\}$

$5x \ \ = 4 \to x = \dfrac{4}{5} \to \dfrac{4}{5} - 3y = 1 \to y = \dfrac{4/5 - 1}{3} = -\dfrac{1}{15}$

Solución: $x = \dfrac{4}{5},\ y = -\dfrac{1}{15}$

d) $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 3 \\ x + \ \ y = 7/6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 3 \\ -2x - 2y = -14/6 \end{array}\right\}$

$x \ \ = 3 - \dfrac{14}{6} = \dfrac{2}{3} \to \dfrac{2}{3} + y = \dfrac{7}{6} \to y = \dfrac{7}{6} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2}$

Solución: $x = \dfrac{2}{3},\ y = \dfrac{1}{2}$

5. **Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando dos veces el método de reducción para despejar cada una de las incógnitas:**

a) $\begin{cases} 13x - \ \ 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - \ \ 7y = 22 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 91x - 56y = 105 \\ -91x + 182y = -117 \end{cases} \rightarrow 126y = -12 \rightarrow y = \dfrac{-2}{21}$

$\begin{cases} 182x - 112y = 210 \\ -56x + 112y = -72 \end{cases} \rightarrow 126x = 138 \rightarrow x = \dfrac{23}{21}$

Solución: $x = \dfrac{23}{21},\ y = \dfrac{-2}{21}$

b) $\begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 99x - 143y = 594 \\ -99x + 63y = -198 \end{cases} \rightarrow -80y = 396 \rightarrow y = -\dfrac{99}{20}$

$\begin{cases} 63x - 91y = 378 \\ -143x + 91y = -286 \end{cases} \rightarrow -80x = 92 \rightarrow x = -\dfrac{23}{20}$

Solución: $x = -\dfrac{23}{20},\ y = -\dfrac{99}{20}$

6. **Resuelve los siguientes sistemas. Indica si alguno de ellos es incompatible o indeterminado:**

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x-1) + y = 0 \\ 3(x+1) + y = -5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$ Por reducción: $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ -6,5x + 5y = -16 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow -4,5x = -18 \rightarrow x = 4 \rightarrow 2 \cdot 4 - 5y = -2 \rightarrow 10 = 5y \rightarrow y = 2$

Solución: $x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases}$ Por sustitución: $y = \dfrac{6,1 - 0,2x}{1,7}$

$1,23x + 0,8\left(\dfrac{6,1 - 0,2x}{1,7}\right) = 3,75 \rightarrow 1,23x + \dfrac{4,88 - 0,16x}{1,7} = 3,75 \rightarrow$

$\rightarrow 2,091x + 4,88 - 0,16x = 6,375 \rightarrow$

$\rightarrow 1,931x = 1,495 \rightarrow x = \dfrac{1,495}{1,931} = 0,77 \rightarrow$

$\rightarrow y = \dfrac{6,1 - 0,2 \cdot 0,77}{1,7} = 3,5$

Solución: $x = 0,77,\ y = 3,5$

c) $\begin{cases} 3(x-1) + y = 0 \\ 3(x+1) + y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 3 + y = 0 \\ 3x + 3 + y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$

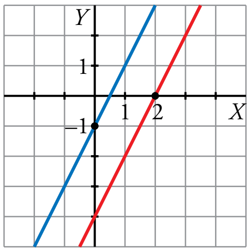
No tiene solución. Es incompatible.

d) $\begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases} \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones. Es indeterminado.

7. **Observa las ecuaciones que forman los siguientes sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:**

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{array}\right\}$ No tiene solución.



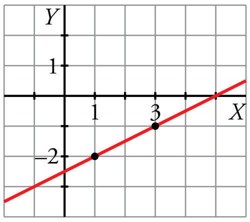
$2x - y = 1$

x	0	2
y	–1	3

$4x - 2y = 8 \rightarrow 2x - y = 4$

x	0	2
y	–4	0

b) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{array}\right\}$ Tiene infinitas soluciones.



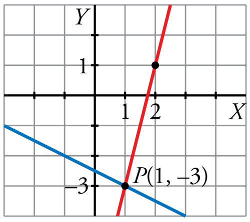
$x - 2y = 5$

x	1	3
y	–2	–1

$2x - 4y = 10 \rightarrow x - 2y = 5$

Es la misma recta

c) $\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{array}\right\}$ Tiene una solución, $x = 1$, $y = -3$.



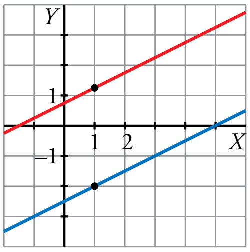
$5x + 2y = -1$

x	1	–1
y	–3	–2

$4x - y = 7$

x	1	2
y	–3	1

d) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{array}\right\}$ No tiene solución.



$x - 2y = 5$

x	1	–1
y	–2	–3

$2x - 4y = -3$

x	1	3
y	5/4	9/4

8. **Resuelve los sistemas siguientes:**

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + \dfrac{y - 2}{4} = 1 \\ x - \dfrac{3}{2}y = 5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \dfrac{2 - x}{3} + \dfrac{3 + y}{6} = 2 \\ \dfrac{8 - 3x}{6} - \dfrac{2 + y}{9} = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{x - 1}{2} + \dfrac{y + 1}{4} = 1 \\ \dfrac{2x - 1}{2} - \dfrac{2y + 1}{6} = 1 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{array}\right\}$ Por sustitución: $y = -2x \rightarrow 5x - 3 = 9(-2x) - 3 \rightarrow$

$\rightarrow 5x - 3 = -18x - 3 \rightarrow 23x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 = 0$

Solución: $x = 0$, $y = 0$

b) $\left.\begin{array}{l} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6x - 4 = y - 1 \\ 3x + 3y + 2x - 2y = 8 \rightarrow 5x + y = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{array}\right\}$

Por reducción: $11x = 11 \rightarrow x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - y = 3 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 1$, $y = 3$

c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{array}\right\}$ Por reducción: $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ 2x + y = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ -2x - y = -8 \end{array}\right\} \rightarrow$

$\rightarrow -4y = 16 \rightarrow y = -4 \rightarrow 2x - 3(-4) = 24 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

Solución: $x = 6$, $y = -4$

d) $\left.\begin{array}{l} x + \dfrac{y - 2}{4} = 1 \\ x - \dfrac{3}{2}y = 5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 4x + y - 2 = 4 \\ 2x - 3y = 10 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 4x + y = 6 \\ 2x - 3y = 10 \end{array}\right\}$ Por reducción:

$\left.\begin{array}{r} 12x + 3y = 18 \\ 2x - 3y = 10 \end{array}\right\} \rightarrow 14x = 28 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2 - \dfrac{3}{2}y = 5 \rightarrow y = \dfrac{2 - 5}{3/2} = -2$

Solución: $x = 2$, $y = -2$

e) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2 - x}{3} + \dfrac{3 + y}{6} = 2 \\ \dfrac{8 - 3x}{6} - \dfrac{2 + y}{9} = 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} 2(2 - x) + 3 + y = 12 \\ 3(8 - 3x) - 2(2 + y) = 36 \end{array}\right. \rightarrow$

$\rightarrow \left\{\begin{array}{l} 4 - 2x + 3 + y = 12 \\ 24 - 9x - 4 - 2y = 36 \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} -2x + y = 5 \\ -9x - 2y = 16 \end{array}\right. \rightarrow$

$\rightarrow \left\{\begin{array}{l} -4x + 2y = 10 \\ -9x - 2y = 16 \end{array}\right. \rightarrow -13x = 26 \rightarrow x = -2 \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{2 - (-2)}{3} + \dfrac{3 + y}{6} = 2 \rightarrow \dfrac{3 + y}{6} = 2 - \dfrac{4}{3} \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{3 + y}{6} = \dfrac{2}{3} \rightarrow y = 1$

Solución: $x = -2$, $y = 1$

f) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{2}+\dfrac{y+1}{4}=1 \\ \dfrac{2x-1}{2}-\dfrac{2y+1}{6}=1 \end{array}\right\} \to \begin{cases} 2(x-1)+y+1=4 \\ 3(2x-1)-(2y+1)=6 \end{cases} \to$

$\to \begin{cases} 2x-2+\ \ y+1=4 \\ 6x-3-3y-1=6 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+\ \ y=5 \\ 6x-2y=10 \end{cases} \to$

$\to \begin{cases} 4x+2y=10 \\ 6x-2y=10 \end{cases} \to 10x=20 \to x=2 \to$

$\to \dfrac{2-1}{2}+\dfrac{y+1}{4}=1 \to \dfrac{y+1}{4}=\dfrac{1}{2} \to y=1$

Solución: $x=2,\ y=1$

9. **Resuelve los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{5} \\ 3x-y=24 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{2x}{3}=\dfrac{3y}{4} \\ x+2y=50 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} \dfrac{7}{3}x+\dfrac{3}{4}y=41 \\ -\dfrac{3}{5}x+\dfrac{5}{2}y=11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{1}{5}x-0,3y=\dfrac{6}{5} \\ 0,4x+\dfrac{7}{5}y=-1,6 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} \dfrac{x+15}{8}+\dfrac{3(y+1)}{16}=3 \\ \dfrac{7-x}{2}-\dfrac{1+y}{12}=3 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} \dfrac{3x+11}{4}-\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{23}{6} \\ \dfrac{2x-1}{2}-\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

a) Por sustitución: $x=\dfrac{7y}{5}$

$3\left(\dfrac{7y}{5}\right)-y=24 \to 16y=120 \to y=7,5 \to x=\dfrac{7\cdot 7,5}{5}=10,5$

Solución: $x=10,5;\ y=7,5$

b) Por sustitución: $x=\dfrac{9y}{8}$

$\left(\dfrac{9y}{8}\right)+2y=50 \to 25y=400 \to y=16 \to x=\dfrac{9\cdot 16}{8}=18$

Solución: $x=18,\ y=16$

c) Por igualación:

1.ª ecuación [mín.c.m. (3, 4) = 12] $\to 28x+9y=492 \to x=\dfrac{492-9y}{28}$

2.ª ecuación [mín.c.m. (5, 2) = 10] $\to -6x+25y=110 \to x=\dfrac{110-25y}{-6}$

$\dfrac{492-9y}{28}=\dfrac{110-25y}{-6} \to -2\,952+54y=3\,080-700y \to 754y=6\,032 \to y=8 \to$

$\to x=\dfrac{492-9\cdot 8}{28}=15$

Solución: $x=15,\ y=8$

d) Por reducción: multiplicamos por 5 ambas ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x - 1,5y = 6 \\ 2x + 7y = -8 \end{array}\right\}$$ Multiplicamos por –2 la 1.ª ecuación y sumamos ambas

$$\left.\begin{array}{r} -2x + 3y = -12 \\ 2x + 7y = -\ \ 8 \end{array}\right\} \to 10y = -20 \to y = \frac{-20}{10} = -2 \to x = \frac{-8 - 7\cdot(-2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Solución: $x = 3,\ y = -2$

e) Por reducción: en la 1.ª ecuación, mín.c.m. (8, 16) = 16; y en la 2.ª, mín.c.m. (2, 12) = 12.

$$\left.\begin{array}{l} 2(x+15) + 3(y+1) = 48 \\ 6(7-x) - (1+y) = 36 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 15 \\ -6x - y = -5 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 15 \\ -18x - 3y = -15 \end{array}\right\} \to -16x = 0 \to x = 0 \to y = -6\cdot 0 + 5 = 5$$

Solución: $x = 0,\ y = 5$

f) Por reducción: mín.c.m. (4, 3, 6) = 12, mín.c.m. (2, 4) = 4

$$\left.\begin{array}{l} 3(3x+11) - 4(y+1) = 46 \\ 2(2x-1) - (y+3) = 1 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} 9x - 4y = 17 \\ 4x - \ \ y = 6 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos por –4 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\left.\begin{array}{r} 9x - 4y = 17 \\ -16x + 4y = -24 \end{array}\right\} \to -7x = -7 \to x = 1 \to y = 4 - 6 = -2$$

Solución: $x = 1,\ y = -2$

10. **Resuelve por sustitución.**

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 5 \\ (x-3)^2 + 2y^2 = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 + y^2 = 41 \end{cases}$

a) $x = 2 + y$

$(2+y)^2 - y^2 = 16 \to 4 + 4y + y^2 - y^2 = 16 \to 4y = 12 \to y = 3$

Solución: $x = 5,\ y = 3$

b) $x = 1 - y$

$$2(1-y)^2 - y^2 = 2 \to 2 - 4y + 2y^2 - y^2 = 2 \to y^2 - 4y = 0 \begin{cases} y = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

Si $y = 0 \to x = 1 - 0 = 1$

Si $y = 4 \to x = 1 - 4 = -3$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 1,\ \ y_1 = 0 \\ x_2 = -3,\ \ y_2 = 4 \end{cases}$

c) $x = 5 + y$

$(5 + y - 3)^2 + 2y^2 = 11 \rightarrow 4 + 4y + y^2 + 2y^2 = 11 \rightarrow 3y^2 + 4y - 7 = 0$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7)}}{2 \cdot 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-4 \pm 10}{6} \begin{cases} y = 1 \\ y = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$$

Si $y = 1 \rightarrow x = 5 + 1 = 6$

Si $y = \frac{-7}{3} \rightarrow x = 5 - \frac{7}{3} = \frac{15 - 7}{3} = \frac{8}{3}$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 6, \quad y_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{8}{3}, \quad y_2 = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$

d) $x = 9 - y$

$(9 - y)^2 + y^2 = 41 \rightarrow 81 - 18y + y^2 + y^2 = 41 \rightarrow 2y^2 - 18y + 40 = 0 \rightarrow y^2 - 9y + 20 = 0$

$$y = \frac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 2 \cdot 40}}{2 \cdot 2} = \frac{18 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{18 \pm 2}{4} \begin{cases} y = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Si $y = 5 \rightarrow x = 9 - 5 = 4$

Si $y = 4 \rightarrow x = 9 - 4 = 5$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 4, \quad y_1 = 5 \\ x_2 = 5, \quad y_2 = 4 \end{cases}$

Página 137

Aplica lo aprendido

11. **Aplica el método de sustitución para resolver estos sistemas:**

a) $\begin{cases} x + y = 8 \\ xy + x^2 = 24 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ xy = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2xy = 24 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ xy = 24 \end{cases}$

a) $y = 8 - x$

$x(8 - x) + x^2 = 24 \rightarrow 8x - x^2 + x^2 = 24 \rightarrow 8x = 24 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 8 - 3 = 5$

Solución: $x = 3,\ y = 5$

b) $y = 1 - 2x$

$x(1 - 2x) = -3 \rightarrow x - 2x^2 = -3 \rightarrow -2x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm 5}{-4} \begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

Si $x = -1 \rightarrow y = 1 - 2 \cdot (-1) = 3$

Si $x = \dfrac{3}{2} \rightarrow y = 1 - 2 \cdot \dfrac{3}{2} = -2$

Solución: $\begin{cases} x_1 = -1,\ y_1 = 3 \\ x_2 = \dfrac{3}{2},\ y_2 = -2 \end{cases}$

c) $x = \dfrac{1 + 3y}{2}$

$2\left(\dfrac{1 + 3y}{2}\right)y = 24 \rightarrow y + 3y^2 = 24 \rightarrow 3y^2 + y - 24 = 0$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-24)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm 17}{6} \begin{cases} y = \dfrac{8}{3} \\ y = -3 \end{cases}$$

Si $y = \dfrac{8}{3} \rightarrow x = \dfrac{1 + 3 \cdot \dfrac{8}{3}}{2} = \dfrac{9}{2}$

Si $y = -3 \rightarrow x = \dfrac{1 + 3 \cdot (-3)}{2} = -4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{9}{2},\ y_1 = \dfrac{8}{3} \\ x_2 = -4,\ y_2 = -3 \end{cases}$

d) $x = \dfrac{2y}{3}$

$\left(\dfrac{2y}{3}\right)y = 24 \rightarrow \dfrac{2y^2}{3} = 24 \rightarrow y^2 = 36 \rightarrow y = \pm\sqrt{36} \begin{cases} y = 6 \\ y = -6 \end{cases}$

Si $y = 6 \rightarrow x = \dfrac{2 \cdot 6}{3} = 4$

Si $y = -6 \rightarrow x = \dfrac{2 \cdot (-6)}{3} = -4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 4, & y_1 = 6 \\ x_2 = -4, & y_2 = -6 \end{cases}$

12. **Aplica el método de reducción para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 2x^2 - y^2 = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x^2 - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 + 3y^2 = 3 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x^2 - y^2 = -25 \end{cases}$

a) Sumamos las dos ecuaciones: $3x^2 = 27 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

Si $x = 3 \rightarrow 9 + y^2 = 2 \rightarrow y^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow y = \pm 4$

Si $x = -3 \rightarrow 9 + y^2 = 25 \rightarrow y^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow y = \pm 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 3, & y_1 = 4 \\ x_2 = 3, & y_2 = -4 \\ x_3 = -3, & y_3 = 4 \\ x_4 = -3, & y_4 = -4 \end{cases}$

b) Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$\left.\begin{array}{r} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 6x^2 - 3y^2 = -6 \end{array}\right\} \rightarrow 7x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 1, & y_1 = 2 \\ x_2 = 1, & y_2 = -2 \\ x_3 = -1, & y_3 = 2 \\ x_4 = -1, & y_4 = -2 \end{cases}$

c) Multiplicamos la primera ecuación por 3, la segunda por 2 y las sumamos:

$\left.\begin{array}{r} 9x^2 - 6y^2 = -6 \\ 4x^2 + 6y^2 = 6 \end{array}\right\} \rightarrow 13x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 0, & y_1 = 1 \\ x_2 = 0, & y_2 = -1 \end{cases}$

d) Sumamos ambas ecuaciones: $2x^2 = -8 \rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \rightarrow$ No existe. No tiene solución.

13. **Una cooperativa ha envasado 2 000 *l* de aceite en botellas de 1,5 *l* y de 2 *l*. Sabemos que han utilizado 1 100 botellas en total. ¿Cuántas se han necesitado de cada clase?**

x son las botellas de 1,5 *l*, e y, las de 2 *l*.

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ 1,5x + 2y = 2000 \end{cases} \to \begin{cases} -2x - 2y = -2200 \\ 1,5x + 2y = 2000 \end{cases} \to$$

$$\to -0,5x = -200 \to x = 400 \to y = 1\,100 - 400 = 700$$

Se han utilizado 400 botellas de 1,5 *l* y 700 de 2 *l*.

14. **Una botella llena de leche pesa 1 220 g. Cuando está por la mitad, pesa 854 g. ¿Cuánto pesa la botella vacía?**

Llamamos x al peso de la leche, e y, al de la botella vacía.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1220 \\ \dfrac{x}{2} + y = 854 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x + y = 1220 \\ x + 2y = 1708 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} -x - y = -1220 \\ x + 2y = 1708 \end{array}\right\} \to y = 488$$

La botella vacía pesa 488 g.

15. **Halla dos números naturales tales que su suma sea 154, y su cociente, 8/3.**

Llamamos x e y a los números.

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{8}{3} \end{cases} \to \begin{cases} y = 154 - x \\ 3x = 8y \end{cases} \to 3x = 8(154 - x) \to 3x = 1\,232 - 8x \to$$

$$\to 11x = 1232 \to x = 112 \to y = 154 - 112 = 42$$

Los números son 112 y 42.

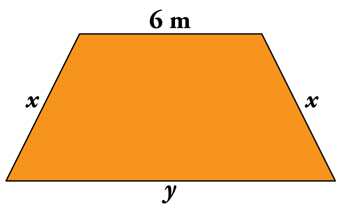
16. **Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?**

x es el número de aciertos, e y, el de fallos.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \to \begin{cases} -x - y = -50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \to -1,5y = -25,5 \to y = 17 \to x = 33$$

He tenido 33 aciertos y 17 fallos.

17. **Si la base mayor es la suma de los lados oblicuos y el perímetro es 38 m, ¿cuánto mide cada lado de este trapecio isósceles?**



$$\begin{cases} y = 2x \\ 6 + 2x + y = 38 \to 6 + 2x + 2x = 38 \to 4x = 32 \to x = 8 \text{ m} \to y = 16\text{m} \end{cases}$$

La base mayor mide 16 m, y los lados oblicuos, 8 m, respectivamente.

18. **Los estudiantes de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42 % de los alumnos de ESO y el 52 % de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.**

x es el número de alumnos de ESO e y los de Bachillerato.

$$\begin{cases} x + y = 420 \\ 0,42x + 0,52y = 196 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 420 - x \\ 0,42x + 0,52(420 - x) = 196 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,42x - 0,52x = 196 - 218,4 \rightarrow 0,1x = 22,4 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 224 \rightarrow y = 420 - 224 = 196$$

Son 224 alumnos en la ESO y 196 en Bachillerato.

19. **He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18 % de descuento, y el pantalón, un 22 %. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?**

La camiseta vale x; con la rebaja del 18 % pago $0,82x$. El pantalón vale y; con la rebaja del 22 % pago $0,78y$.

Por tanto:

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 0,82x + 0,78y = 55,72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 70 - x \\ 0,82x + 0,78(70 - x) = 55,72 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,82x + 54,6 - 0,78x = 55,72 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,04x = 1,12 \rightarrow x = 28 \rightarrow y = 70 - 28 = 42$$

La camiseta vale 28 €, y el pantalón, 42 €.

Comprobación: $\begin{cases} 28 + 42 = 70 \\ 22,96 + 32,76 = 55,72 \end{cases}$

20. **Halla una fracción tal que si se le suma una unidad al numerador y se deja el mismo denominador la fracción es igual a 1/2. Y si se mantiene el numerador inicial y se suman 3 unidades al denominador, la fracción es igual a 1/3.**

Llamamos x al numerador de la fracción e y al denominador.

$$\left.\begin{aligned} \frac{x+1}{y} &= \frac{1}{2} \\ \frac{x}{y+3} &= \frac{1}{3} \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 2x + 2 &= y \\ 3x &= y + 3 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} 2x - y &= -2 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} -2x + y &= 2 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 5 \rightarrow y = 2 \cdot 5 + 2 = 12$$

La fracción buscada es $\frac{5}{12}$.

21. **Sabemos que dos números suman 34. Si al mayor lo dividimos entre 3 y al menor entre 4, los resultados obtenidos se diferencian en 2 unidades. Halla dichos números.**

Llamamos x e y a los números.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 34 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{4} = 2 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} x + \ \ y = 34 \\ 4x - 3y = 24 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} 3x + 3y = 102 \\ 4x - 3y = \ \ 24 \end{array}\right\} \to 7x = 126 \to$$

$$\to x = 18 \to y = 34 - 18 = 16$$

El número mayor es 18, y el menor, 16.

Resuelve problemas

22. **Halla dos números naturales que sumen 140 y tales que al dividir el mayor entre el menor obtengamos 2 de cociente y 14 de resto.**

Los números son x e y.

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x = 2y + 14 \end{cases} \to \begin{cases} 2y + 14 + y = 140 \\ x = 2 \cdot 42 + 14 = 98 \end{cases} \to 3y = 126 \to y = 42$$

98 y 42 son los números buscados.

23. **La suma de las edades de una madre y de su hijo son 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quíntuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?**

	HOY	HACE 10 AÑOS
MADRE	x	$x - 10$
HIJO	y	$y - 10$
	56	$x - 10 = 5(y - 10)$

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5(y - 10) \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5y - 50 \end{cases} \to \begin{cases} y = 56 - x \\ x - 10 = 5(56 - x) - 50 \end{cases} \to$$

$$\to x - 10 = 280 - 5x - 50 \to 6x = 240 \to$$

$$\to x = 40 \to y = 56 - 40 = 16$$

La madre tiene 40 años, y el hijo 16 años.

24. **La edad de Carmen es el triple de la de su hija Maite. Pero dentro de 15 años será el doble de la que entonces tenga su hija. ¿Cuál es la edad de cada una?**

Llamamos x a la edad de Maite e y a la de Carmen.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + 15 = 2(y + 15) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x = 2y + 15 \end{array}\right\} \to 3y = 2y + 15 \to y = 15$$

Maite tiene 15 años y su madre, Carmen, tiene 45.

25. **Entre dos autobuses viajan 120 personas. Si del que lleva más pasajeros se trasladan los 2/5 al otro, los dos llevarán el mismo número de personas. ¿Cuántos viajeros llevaba cada autobús?**

Llamamos x e y al número de pasajeros de cada autobús.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 120 \\ x - \frac{2x}{5} &= y + \frac{2x}{5} \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x + y &= 120 \\ 5x - 2x &= 5y + 2x \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} x + y &= 120 \\ x - 5y &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{aligned} x + \ \ y &= 120 \\ -x + 5y &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow 6y = 120 \rightarrow y = 20 \rightarrow x = 120 - 20 = 100$$

El autobús que más pasajeros llevaba, llevaba 100, y el que menos, 20.

26. **Una empresa recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para una fecha determinada. Al planificar la producción, el gerente advierte que si se fabricasen 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo. Pero que si se fabricasen 260 macetas diarias, sobrarían 80. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron?**

Llamamos x al número de días de plazo e y al número de macetas.

$$\left.\begin{aligned} 250x - y &= -150 \\ 260x - y &= 80 \end{aligned}\right\} \rightarrow \left.\begin{aligned} -250x + y &= 150 \\ 260x - y &= 80 \end{aligned}\right\} \rightarrow 10x = 230 \rightarrow x = 23 \rightarrow y = 5\,900$$

Tienen 23 días de plazo para un encargo de 5 900 macetas.

Página 138

27. **Por un pantalón y unos zapatos, he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14 %, entonces sería el 75 % del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?**

Llamamos x al precio del pantalón e y al de los zapatos.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 126 \\ 1,14x = 0,75y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y = 126 - x \\ 1,14x = 0,75(126 - x) \end{array}\right\} \;1,14x = 94,5 - 0,75x \to$$

$$\to 1,89x = 94,5 \to x = 50 \to y = 76$$

Por el pantalón he pagado 50 €, y por los zapatos, 76 €.

28. **Si te doy 4 de los libros que tengo, entonces tú tendrás el doble que yo. Si tú me das 6 de los tuyos, entonces seré yo el que tenga el doble que tú. ¿Cuántos libros tenemos cada uno?**

Llamamos x a los libros que yo tengo e y a los que tienes tú.

$$\left.\begin{array}{l} y + 4 = 2(x - 4) \\ x + 6 = 2(y - 6) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} 2x - y = 12 \\ x - 2y = -18 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} -4x + 2y = -24 \\ x - 2y = -18 \end{array}\right\} \to -3x = -42 \to x = 14 \to$$

$$\to 2 \cdot 14 - y = 12 \to y = 16$$

Yo tengo 14 libros y tú tienes 16.

29. **Un comerciante compró 35 juegos de un tipo y 25 de otro pagando por ellos 1 220 €. Con la venta de los primeros ganó un 25 % y con la venta de los segundos perdió un 5 %, de forma que obtuvo 170 € de ganancia sobre el precio de compra. Calcula el precio de compra de cada tipo de juego.**

Precios de compra de cada tipo de juego: x e y.

$$\left\{\begin{array}{l} 35x + 25y = 1220 \\ 1,25 \cdot 35x + 0,95 \cdot 25y = 1390 \end{array}\right. \to \left\{\begin{array}{l} 7x + 5y = 244 \\ 43,75x + 23,75y = 1390 \end{array}\right. \to$$

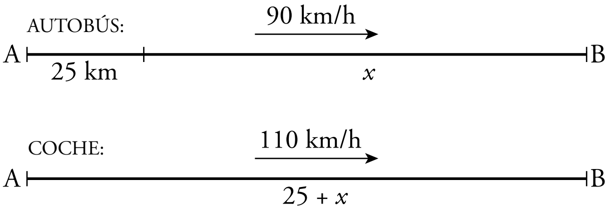
$$\to y = \frac{244 - 7x}{5} \to 43,75x + \left(\frac{244 - 7x}{5}\right) = 1\,390 \to$$

$$\to 43,75x + 1\,159 - 33,25x = 1\,390 \to 10,5x = 231 \to$$

$$\to x = 22 \to y = \frac{244 - 7 \cdot 22}{5} = 18$$

Los precios de compra fueron 22 € y 18 €, respectivamente.

30. **Un autobús sale de A a 90 km/h. Cuando ha recorrido 25 km, sale de A un coche a 110 km/h que quiere alcanzar al autobús. ¿Cuánto tiempo tarda en hacerlo y qué distancia recorre hasta conseguirlo?**



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
AUTOBÚS	x	90	t
COCHE	$25 + x$	110	t

Sabemos que *espacio* = *velocidad* · *tiempo*.

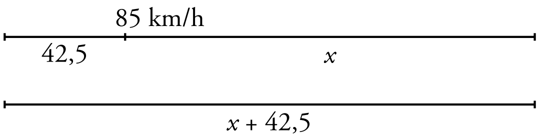
$$\left.\begin{array}{l} x = 90t \\ 25 + x = 110t \end{array}\right\} \rightarrow 25 + 90t = 110t \rightarrow 20t = 25 \rightarrow t = 1{,}25 \rightarrow x = 112{,}5$$

Tarda 1,25 h y recorre 137,5 km.

31. **Un tren regional sale de una estación a una velocidad de 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo.**

t: tiempo que tarda en alcanzarlo.

x: distancia que recorre el tren regional hasta el alcance.



$85 \cdot 0{,}5 = 42{,}5$

$$\left\{\begin{array}{l} x = 85t \\ x + 42{,}5 = 110t \end{array}\right. \rightarrow 85t + 42{,}5 = 110t \rightarrow 25t = 42{,}5 \rightarrow$$
$$\rightarrow t = 1{,}7 \rightarrow x = 144{,}5 \rightarrow 144{,}5 + 42{,}5 = 187$$

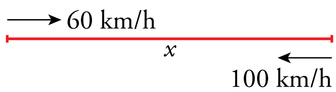
Tarda 1 h 42 min y recorre 187 km.

32. **Dos ciudades, A y B, distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A. Tardan en cruzarse 1 hora y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad de cada uno sabiendo que la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?**

$$\left\{\begin{array}{l} x = v \cdot 1{,}5 \\ 234 - x = (v + 5) \cdot 1{,}5 \end{array}\right. \rightarrow 234 - 1{,}5v = 1{,}5v - 7{,}5 \rightarrow$$
$$\rightarrow 234 - 7{,}5 = 3v \rightarrow v = \frac{226{,}5}{3} = 75{,}5 \text{ km/h}$$

El tren va a 75,5 km/h, y el autobús, a 80,5 km/h.

33. **Un autobús escolar hace la ruta entre dos pueblos, A y B. Cuando va con niños lleva una velocidad media de 60 km/h y tarda un cuarto de hora más que si va vacío. Si sabemos que cuando va sin niños lleva una velocidad de 100 km/h, ¿cuál es la distancia entre A y B?**



$$\left.\begin{array}{l} x = 60t \\ x = 100(t - 0{,}25) \end{array}\right\} \rightarrow 60t = 100t - 25 \rightarrow 40t = 25 \rightarrow t = 0{,}625 \rightarrow x = 60 \cdot 0{,}625 = 37{,}5$$

La distancia entre A y B es 37,5 km.

34. **Si en un depósito que contiene agua a 50 °C añadimos agua a 15 °C, obtenemos 150 *l* a 36 °C. ¿Cuántos litros había en el depósito y cuántos hemos añadido?**

x son los litros de agua que había en el depósito.

y son los litros que hemos añadido.

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 50x + 15y = 150 \cdot 36 \end{cases} \to \begin{cases} y = 150 - x \\ 50x + 15(150 - x) = 5\,400 \end{cases} \to$$

$$\to 50x + 2\,250 - 15x = 5\,400 \to$$

$$\to 35x = 3\,150 \to x = 90 \to y = 150 - 90 = 60$$

Había 90 *l* de agua a 50°C y hemos añadido 60 *l* de agua a 15°C.

35. **Se ha fundido una cadena de oro del 80 % de pureza con un anillo del 64 % de pureza. Así se han obtenido 12 gramos de oro de una pureza del 76 %. ¿Cuántos gramos pesaba la cadena y cuántos el anillo?**

Llamamos x al peso de la cadena e y al del anillo.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 0,8x + 0,64y = 12 \cdot 0,76 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y = 12 - x \\ 0,8x + 0,64(12 - x) = 9,12 \end{array}\right\} \to 0,8x + 7,68 - 0,64x = 9,12 \to$$

$$\to 0,16x = 1,44 \to x = 9 \to y = 3$$

La cadena pesa 9 g, y el anillo, 3 g.

36. **Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, obtenemos el doble de la cifra de las decenas del número inicial.**

Hállalo sabiendo que sus cifras suman 16.

x es la cifra de las decenas.

y es la cifra de las unidades.

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ (10x + y) - (10y + x) = 2x \end{cases} \to \begin{cases} y = 16 - x \\ 10x + 16 - x - 10(16 - x) - x = 2x \end{cases} \to$$

$$\to 10x + 16 - x - 160 + 10x - x = 2x \to 16x = 144 \to x = 9 \to y = 7$$

El número es 97.

37. **La diferencia de dos números es 2, y la de sus cuadrados, 20. Halla esos números.**

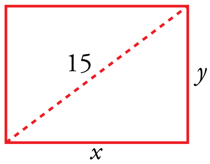
Los números son x e y.

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 20 \end{cases} \to \begin{cases} x = 2 + y \\ (2 + y)^2 - y^2 = 20 \end{cases} \to$$

$$\to 4 + 4y + y^2 - y^2 = 20 \to 4y = 16 \to y = 4 \to x = 6$$

Los números son 6 y 4.

38. **La diagonal de un rectángulo mide 15 cm, y su perímetro, 42 cm. Calcula sus lados.**



$$\begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 + (21 - x)^2 = 225 \end{cases} \to x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225 \to$$

$$\to 2x^2 - 42x + 216 = 0 \to x^2 - 21x + 108 = 0 \to$$

$$\to x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 432}}{2} = \frac{21 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = 9 \end{cases}$$

Si $x = 12$, $y = 21 - 12 = 9$.

Si $x = 9$, $y = 21 - 9 = 12$.

Los lados del rectángulo miden 9 cm y 12 cm, respectivamente.

39. **En un triángulo rectángulo, la diferencia entre la medida de sus catetos es de 6 cm. Si la hipotenusa mide 30 cm, ¿cuánto miden los catetos?**

$$\left.\begin{matrix} x - y = 6 \\ x^2 + y^2 = 30^2 \end{matrix}\right\} \to \left.\begin{matrix} x = 6 + y \\ (6 + y)^2 + y^2 = 30^2 \end{matrix}\right\}$$

$$36 + 12y + y^2 + y^2 = 900 \to 2y^2 + 12y - 864 = 0 \to y^2 + 6y - 432 = 0 \begin{cases} y = 18 \\ y = -24 \end{cases}$$

Como los catetos solo pueden tomar valores positivos, la única solución es que el cateto mayor mida 24 cm, y el menor, 18 cm.

40. **Las medidas de las diagonales de un rombo suman 22 cm y su área son 56 cm^2. ¿Cuanto mide cada diagonal?**

Llamamos x e y a las medidas de las diagonales.

$$\left.\begin{matrix} x + y = 22 \\ \dfrac{xy}{2} = 56 \end{matrix}\right\} \to \left.\begin{matrix} x = 22 - y \\ \dfrac{(22 - y)\,y}{2} = 56 \end{matrix}\right\} \to 22y - y^2 = 112 \to -y^2 + 22y - 112 = 0 \begin{cases} y = 8 \\ y = 14 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 14, \ \ y_1 = 8 \\ x_2 = 8, \ \ y_2 = 14 \end{cases}$

La diagonal mayor mide 14 cm, y la menor, 8 cm.

41. **Un rectángulo tiene 44 m de perímetro. Si la base aumenta 3 m y la altura se reduce 2 m, su área no varía. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?**

Llamamos x a la medida de la base e y a la de la altura.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 44 \\ (x + 3)(y - 2) = xy \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 22 \\ xy - 2x + 3y - 6 = xy \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 22 \\ -2x + 3y = 6 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} x = 22 - y \\ -2(22 - y) + 3y = 6 \end{cases} \to -44 + 2y + 3y = 6 \to 5y = 50 \to y = 10 \to x = 12$$

La base mide 12 cm, y la altura, 10 cm.

42. **Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y su altura aumenta 20 cm, se convierte en un cuadrado. Y si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm, su área disminuye 400 cm². Halla las dimensiones del rectángulo.**

Llamamos x a la medida de la base e y a la de la altura.

$$\begin{cases} x - 80 = y + 20 \\ (x-60)(y+20) = xy - 400 \end{cases} \to \begin{cases} x = y + 100 \\ xy + 20x - 60y - 1200 = xy - 400 \end{cases} \to \begin{cases} x = y + 100 \\ 20x - 60y = 800 \end{cases}$$

$$x = y + 100 \to 20(y+100) - 60y = 800 \to 20y + 2000 - 60y = 800 \to -40y = -1200 \to$$

$$\to y = 30 \to x = 130$$

La base del rectángulo mide 130 cm, y la altura, 30 cm.

Problemas "+"

43. **Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son a, 9, $3a - b$ y $3a + b$. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 187 en esta progresión?**

Al ser una progresión aritmética, la diferencia entre los términos es siempre la misma.

$$\left.\begin{array}{l} 9 - a = 3a - b - 9 \\ 3a - b - 9 = (3a+b) - (3a-b) \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} 4a - b = 18 \\ 3a - 3b = 9 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} -12a + 3b = -54 \\ 3a - 3b = 9 \end{array}\right\} \to$$

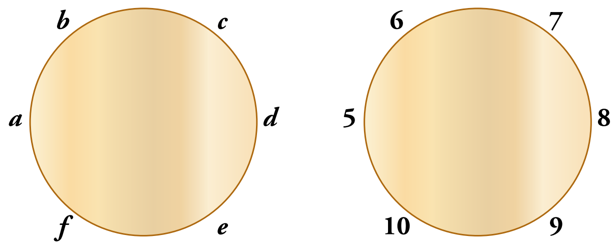
$$\to -9a = -45 \to a = 5 \to b = 4 \cdot 5 - 18 = 2$$

El término que ocupa el lugar 187 en la progresión responderá a la fórmula:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot (a_2 - a_1)$$

$$a_{187} = 5 + 186 \cdot (9 - 5) = 749$$

44. **Seis personas a, b, c, d, e y f, están sentadas en una mesa redonda. Cada una de ellas escribe un número y se lo enseña a las dos que tiene a su lado. Después, cada uno dice en voz alta la media de los dos números que le han enseñado. Si los resultados fueron 5, 6, 7, 8, 9 y 10, ¿cuáles fueron los números que escribieron?**



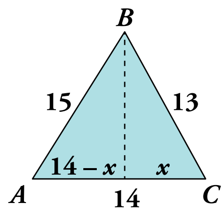
$$\begin{cases} b + f = 10 \to b = 10 - f \\ d + f = 18 \to d = 18 - f \end{cases} \to \begin{cases} b + d = 14 \\ (10 - f) + (8 - f) = 14 \end{cases} \to -2f = -4 \to f = 2$$

$$\begin{cases} a + c = 12 \to a = 12 - c \\ e + c = 16 \to e = 16 - c \end{cases} \to \begin{cases} a + e = 20 \\ (12 - c) + (16 - c) = 20 \end{cases} \to 2c = 8 \to c = 4$$

$a = 8$, $b = 8$, $c = 4$, $d = 16$, $e = 12$, $f = 2$

Página 139

45. **En el triángulo ABC de lados $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{CA} = 14$ cm y $\overline{BC} = 13$ cm, ¿cuánto mide la altura que parte de B?**



Llamamos y a la altura pedida.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 13^2 \\ (14 - x)^2 + y^2 = 15^2 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 169 \\ -28x + x^2 + y^2 = 29 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y^2 = 169 - x^2 \\ y^2 = 29 - 28x - x^2 \end{array}\right\} \to$$

$$\to 169 - x^2 = 29 - 28x - x^2 \to 140 = 28x \to x = 5$$

$$25 + y^2 = 169 \to y^2 = 169 - 25 = 144 \to y = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

Como la altura no puede tomar un valor negativo, la única solución válida es 12 cm.

46. **Un tren sale de una ciudad con 134 pasajeros, entre hombres, mujeres y niños. Hace varias paradas y en cada una bajan dos hombres y una mujer, y suben cuatro niños. Llega a su destino con 143 pasajeros, de los cuales los hombres representan los 2/3 de los niños, y las mujeres, los 3/4 de los hombres.**

¿Cuántas paradas hizo el tren? ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay al llegar? ¿Y al partir?

- En cada parada bajan 3 personas y suben 4; por tanto, aumenta un pasajero en cada parada.

  $143 - 134 = 9$

  El tren ha hecho 9 paradas.

- Llamemos x al número de hombres, y al número de mujeres y z al número de niños que hay al llegar.

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 143 \\ x = \dfrac{2}{3}z \\ y = \dfrac{3}{4}x \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x + \dfrac{3}{4}x + z = 143 \\ x = \dfrac{2}{3}z \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} \dfrac{7}{4}x + z = 143 \\ x = \dfrac{2}{3}z \end{array}\right\} \to$$

$$\to \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{3}z + z = 143 \to z = 66,\ x = 44,\ y = 33$$

Llegaron 66 niños, 33 mujeres y 44 hombres.

Como se bajan dos hombres en cada parada, han llegado $9 \cdot 2 = 18$ hombres menos que al partir. 9 mujeres menos que al partir y $9 \cdot 4 = 36$ niños más.

Las personas que había al partir son:

$44 + 18 = 62$ hombres

$33 + 9 = 42$ mujeres

$66 - 36 = 30$ niños

En total, 134.

Reflexiona sobre la teoría

47. **Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 2,\ y = -1$.**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} 3 \cdot 2 + 2(-1) = 4 \\ 2 - (-1) = 3 \end{cases} \to x = 2,\ y = -1 \text{ es solución.}$$

48. **¿Cuál debe ser el valor de m para que los sistemas a) y b) sean equivalentes?**

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = m \\ y = 3 \end{cases}$

La solución de a) es $x = 5,\ y = 3$.

b) debe tener la misma solución: $5 - 3 = m \to m = 2$

49. **Comprueba si $x = 3,\ y = 1$ es solución de alguno de estos sitemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$

a) $\left.\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases} \to \begin{array}{l} 3 + 1 = 4 \\ 3 - 2 = 1 \\ 2 \cdot 3 - 6 \cdot 1 = 0 \end{array}\right\}$ $x = 3,\ y = 1$ es la solución de ese sistema.

b) $\left.\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \to \begin{array}{l} 3 - 1 = 2 \\ 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 3 \\ 3 + 1 = 4 \neq 5 \end{array}\right\}$ $x = 3,\ y = 1$ no es solución de ese sistema.

50. **Completa los siguientes sistemas de modo que el primero tenga la solución $x = 3,\ y = -2$; el segundo sea incompatible, y el tercero y el cuarto sean indeterminados:**

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases}$ d) $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases} \to \begin{cases} 3 \cdot 3 + 2(-2) = 5 \\ \dots = 8 + y = 8 - 2 = 6 \end{cases} \to \text{Solución: } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 6x - y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases}$ Puede ser cualquier número distinto de 10.

Por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases} \to \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases} \to \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -14 \end{cases}$

51. **¿Verdadero o falso? Justifica tus respuestas.**

a) La ecuación $\frac{x}{3} - \frac{1}{x} = 1$ es una ecuación lineal.

b) El sistema $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$ es indeterminado.

c) Los sistemas S_1: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ y S_2: $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ son equivalentes.

d) La ecuación $5x + 3y = 18$ no tiene solución.

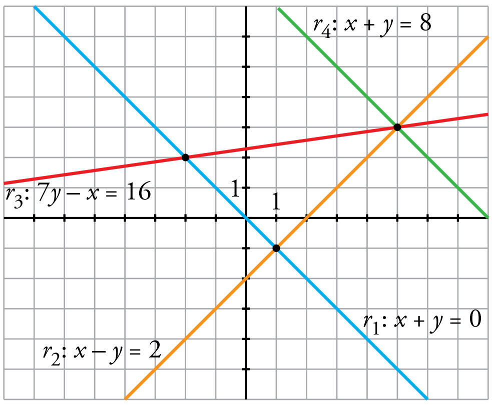
a) Falso. Debería tener otra incógnita para tratarse de un sistema lineal.

b) Verdadero. La segunda ecuación está multiplicada por –2 respecto a la primera.

c) Verdadero. La solución de los dos sistemas es la misma, por lo que son equivalentes.

d) Falso. Tiene infinitas soluciones, damos un valor a una de las incógnitas y despejamos el valor de la otra.

52. **Observa la representación de las rectas r_1, r_2, r_3 y r_4 y responde sin resolver.**



a) ¿Cuál es la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones? ¿Alguno es incompatible o indeterminado?

i) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ *ii)* $\begin{cases} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ *iii)* $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$

b) ¿Alguno de estos sistemas tiene solución?

I) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ *II)* $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$

a) *i)* $x = 1$, $y = -1$ *ii)* $x = 5$, $y = 3$ *iii)* Incompatible.

b) Sí, *II)* $\rightarrow$ *Solución*: $x = 5$, $y = 3$.

53. **¿Qué valores deben tomar *a* y *b* para que el siguiente sistema tenga infinitas soluciones?**

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = 5} \\ \mathbf{ax + by = 15} \end{cases}$$

Escribe tres soluciones del sistema.

Para que tenga infinitas soluciones, la segunda ecuación debe ser proporcional a la primera.

Así: $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases} \rightarrow a = 9 \text{ y } b = 6$

Soluciones: Damos valores a x para obtener puntos de la recta $3x + 2y = 5$:

$x = 1;\ y = 1;\ x = 0,\ y = \frac{5}{2};\ x = -1,\ y = 4$

54. **¿Qué condición deben cumplir *c* y *d* para que este sistema no tenga solución?**

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 2y = c} \\ \mathbf{6x + 4y = d} \end{cases}$$

El sistema no tendrá solución cuando las dos rectas sean paralelas, es decir, cuando $d \neq 2c$.

Página 140

Utiliza el lenguaje algebraico

Peaje solo para algunos

- **Hace muchos, muchos años, allá en el tiempo de las espadas, había un poderoso señor cuyo castillo dominaba el único puente sobre el río del lugar.**

  Un buen día colocó en la entrada del puente el cartel de la derecha.

  Un campesino, algo ambicioso, reunió sus ahorros y se empeñó en pasar varias veces por el puente. Pero a la tercera se encontró con la bolsa vacía.

  Sin embargo, un rico comerciante intentó hacer lo mismo pero el capitán, al ver su bolsa, le dijo que el trato era solo para campesinos. Que los ricos comerciantes debían pagar tres doblones y marchar, sin más.

  Sabiendo que el campesino reunió más de 10 pero menos de 20 doblones, responde:

  — ¿Cuántas monedas tomaba cada vez el señor del castillo?

  — ¿Cuántas monedas llevaba, al menos, el rico comerciante?

  Quizá te resulte más fácil si utilizas el lenguaje algebraico.

	ENTRA CON...	PEAJE	TRAS EL PEAJE	SALE CON...
PRIMERA VEZ	x	a	$x - a$	$2x - 2a$
SEGUNDA VEZ	$2x - 2a$	a	$2x - 3a$	?
TERCERA VEZ	?	?	?	0

— El campesino llevaba 14 doblones al principio. En la mano del señor cabían 8 doblones.

— El rico comerciante llevaba, al menos, 17 monedas. En este caso y con cantidades superiores, el señor del castillo debería entregar más monedas de las que recibiese.

Si es comerciante entra con 17 monedas, el señor le quita 8 y aún le quedan 9. Por lo tanto, el señor recibiría 8 y debería entregar 9. No le interesa.

Investiga

Cuadrado mágico

- **Ya sabes que en un cuadrado mágico, filas, columnas y diagonales suman lo mismo. Trata ahora de completar las casillas vacías para que el cuadrado de abajo resulte mágico.**

3		
		1
	5	

Ayuda:

3		
	a	**1**
	5	b

→

3	$b-2$	$a+2$
$b+2$	a	**1**
$a-2$	**5**	b

→ $3 + a + b = (a - 2) + a + (a + 2)$

Si profundizas en el problema, descubrirás la relación que debe existir entre a y b. Y eso te permitirá encontrarle muchas soluciones.

3	3	6
7	4	1
2	5	5

Página 141

Entrénate resolviendo problemas

- **En un salón de té solo se sirve té y tarta. Cada té vale 1,10 € y cada ración de tarta 2,10 €. Varios amigos realizan, todos ellos, la misma consumición. La cuenta asciende a un total de 30,10 €. ¿Cuántos eran? ¿Qué tomó cada uno?**

Un té vale 110 céntimos y una ración de tarta, 210 céntimos.

El total de la factura asciende a 3 010 céntimos.

Hemos de buscar posibles consumiciones cuyo coste total sea divisor de 3 010.

N.º DE CONSUMICIONES		COSTE TOTAL (en céntimos)	¿ES DIVISIBLE DE 3 010?
1	1 té + 1 pasta	110 + 210 = 320	No
2	1 té + 2 pastas 2 tés + 1 pasta	110 + 420 = 530 220 + 210 = 430	No Sí

3 010 : 430 = 7

Así pues, 7 eran los amigos y cada uno consumió dos tés y un trozo de tarta.

- Otra forma de resolverlo:

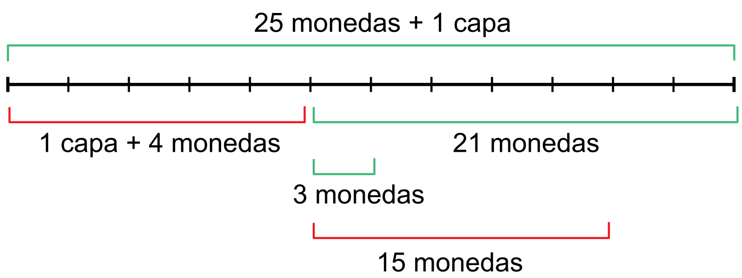
  Consideramos, en lugar de céntimos, decenas de céntimos.

  Un té vale 11 decenas de céntimos, y una ración de tarta, 21. La cuenta asciende a 310 decenas de céntimos.

  Descomponemos: $301 = 7 \cdot 43 = 7 \cdot (2 \cdot 11 + 21)$

  Así es fácil verlo: 7 amigos tomaron 2 tés y 1 ración de tarta cada uno.

- **Un hacendado contrata a un sirviente por un sueldo anual de una capa y 25 monedas de oro. A los cinco meses se despide, y recibe como pago la capa y cuatro monedas de oro. ¿En cuántas monedas está valorada la capa?**

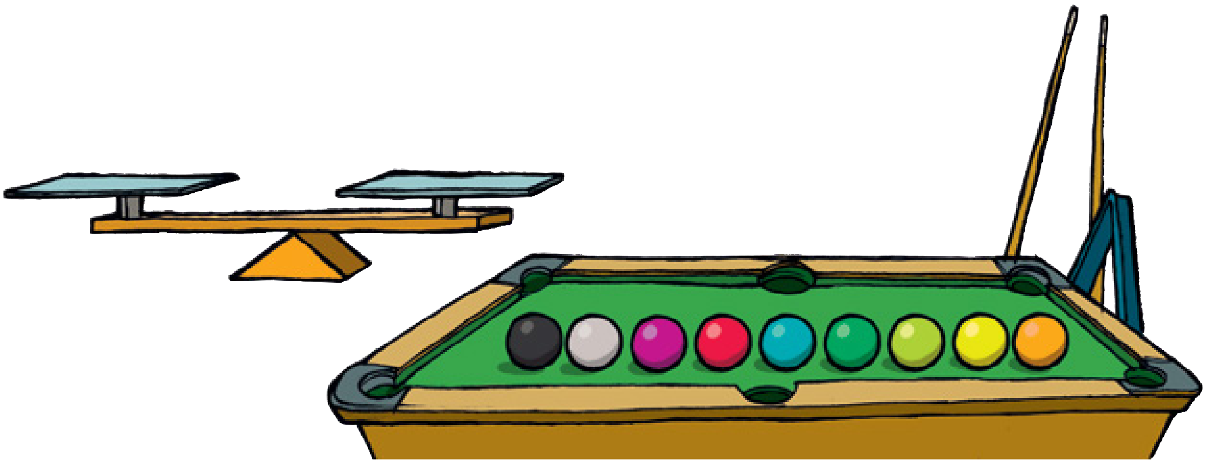


En los 7 meses que le quedaban, habría ganado 21 monedas. Es decir, 3 monedas cada mes. En 5 meses habría ganado 15 monedas.

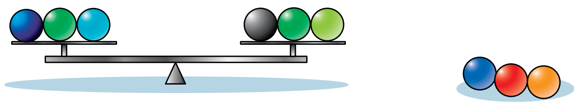
"15 monedas" equivalen a "4 monedas + 1 capa".

Por tanto, una capa vale 11 monedas.

- **Estas nueve bolas de billar tienen exactamente el mismo tamaño y todas pesan lo mismo salvo una que pesa un poco más.**



¿Cuántas pesadas necesitarías hacer para descubrir, con absoluta seguridad, cuál es la bola que pesa más?

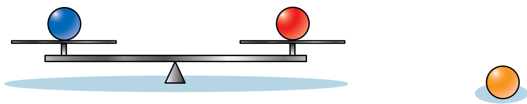


Colocamos tres bolas en cada plato y dejamos tres fuera.

Si pesa más el plato de la izquierda, o el de la derecha, aquí está la bola buscada.

Si pesan lo mismo, la bola buscada es una de las tres que hemos dejado fuera.

En cualquiera de los casos tenemos tres bolas, una de las cuales es la buscada. Ahora, procedemos análogamente.



Colocamos una bola en cada platillo. La que pese más es la buscada.

Si pesan igual, entonces la bola más pesada es la que hemos dejado fuera.

Autoevaluación

1. Di cuál de los siguientes sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál es indeterminado:

a) $\begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 2x - \ y = 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 3 = 0 \\ 2y + 6 = 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + \ y = 5 \\ 4x + 2y = 9 \end{cases}$

a) Es indeterminado.

b) Tiene solución $(x = 3,\ y = 1)$.

c) Tiene solución $(x = -3,\ y = -3)$.

d) Es incompatible.

2. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x - 3y = 15 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} + \ y = 1 \\ \dfrac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 1,5x + 0,25y = -2 \\ 2x - \ 0,5y = -6 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

a) $x = 15 + 3y$

$3(15 + 3y) - 2y = 10 \to 45 + 9y - 2y = 10 \to 7y = -35 \to y = -5 \to x = 15 + 3(-5) = 0$

Solución: $x = 0,\ y = -5$

b) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} + \ y = 1 \\ \dfrac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases} \to \begin{cases} x + 1 + 3y = 3 \\ x - 3 + 8y = 4 \end{cases} \to \begin{cases} x + 3y = 2 \\ x + 8y = 7 \end{cases} \to \begin{cases} x = 2 - 3y \\ x = 7 - 8y \end{cases}$

$\to 2 - 3y = 7 - 8y \to 8y - 3y = 7 - 2 \to 5y = 5 \to$

$\to y = 1 \to x = 2 - 3 = -1$

Solución: $x = -1,\ y = 1$

c) Multiplicamos por 2 la primera ecuación y sumamos ambas ecuaciones:

$5x = -10 \to x = -2$

Solución: $x = -2,\ y = 4$

d) $y = 3x - 4$

$x^2 - (3x - 4)^2 = 0 \to x^2 - 9x^2 + 24x - 16 = 0 \to -8x^2 + 24x - 16 = 0 \to$

$\to x^2 - 3x + 2 = 0 \to x = 2,\ x = 1$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 2,\ y_1 = 2 \\ x_2 = 1,\ y_2 = -1 \end{cases}$

3. Aplica el método de reducción para resolver el sistema siguiente:

$$\begin{cases} 7x + 2y = 12 \\ 11x - 3y = -61 \end{cases}$$

$\begin{cases} 7x + 2y = 12 \\ 11x - 3y = -61 \end{cases} \to \begin{cases} -77x - 22y = -132 \\ 77x - 21y = -427 \end{cases} \to -43y = -559 \to y = 13$

$\begin{cases} 21x + 6y = 36 \\ 22x - 6y = -122 \end{cases} \to 43x = -86 \to x = -2$

Solución: $x = -2,\ y = 13$

4. La diferencia entre las longitudes de las bases de un trapecio isósceles es de 4 cm; su altura mide 9 cm y su área es de 72 cm². Calcula la medida de las bases.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ \dfrac{9(x+y)}{2} = 72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 4 + y + y = 16 \end{cases} \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6 \rightarrow x = 10$$

La base mayor mide 10 cm, y la base menor, 6 cm.

5. Un agricultor comprueba que en el segundo de sus dos depósitos de agua para riego hay 10 litros más que en el primero. Traspasa 18 litros del segundo al primero y así este se queda con el doble que el segundo. Calcula la cantidad de agua que tenía cada depósito.

Cantidad de agua en el primer depósito: x

Cantidad de agua en el segundo depósito: y

$$\begin{cases} y = x + 10 \\ x + 18 = 2(y - 18) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ x - 2y = -54 \end{cases} \rightarrow x - 2(x + 10) = -54 \rightarrow$$

$$\rightarrow x - 2x - 20 = -54 \rightarrow -x = -34 \rightarrow x = 34, \; y = 44$$

El primero tenía 34 *l*, y el segundo, 44 *l*.

6. Ana sale a caminar y lo hace a 4 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale su hijo a correr por el mismo sendero y lo hace a 7 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarla?

Llamemos t al tiempo que camina Ana hasta que su hijo le alcanza.

El espacio recorrido por ambos es el mismo:

$$\begin{cases} e = 4t \\ e = 7(t - 1/4) \end{cases} \rightarrow 4t = 7t - \frac{7}{4} \rightarrow t = \frac{7}{12}\text{h} = 35 \text{ min}$$

Tarda en alcanzarla: 35 – 15 = 20 minutos.

7. He pagado 83 € por una cazadora y unos deportivos. En la cazadora me han rebajado el 20 % y en los deportivos el 10 %, y así me he ahorrado 17 €. ¿Cuáles eran los precios sin rebajar?

Precio de la cazadora sin rebajar: x

Precio de los deportivos sin rebajar: y

$$\begin{cases} x + y = 83 + 17 = 100 \\ 0{,}8x + 0{,}9y = 83 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ 0{,}8(100 - y) + 0{,}9y = 83 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ 0{,}1y = 3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 70 \text{ € es el precio de la cazadora} \\ y = 30 \text{ € es el precio de los deportivos} \end{cases}$$

8. **Las medidas de las diagonales de un rombo suman 68 cm y su lado mide 26 cm. Halla las medidas de las diagonales de este rombo.**

$$\begin{cases} x + y = 68 \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 26^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 68 - y \\ \left(\frac{68 - y}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 676 \end{cases}$$

$$\frac{4\,624 - 136y + y^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 676 \rightarrow 4\,624 - 136y + y^2 + y^2 = 2\,704 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y^2 - 136y + 1\,920 = 0 \rightarrow y^2 - 68y + 960 = 0 \begin{cases} y = 48 \\ y = 20 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 20, \ \ y_1 = 48 \\ x_2 = 48, \ \ y_2 = 20 \end{cases}$

La diagonal mayor mide 48 cm, y la menor, 20 cm.