

Nombre:

1.- (1 punto) Factoriza y aplica propiedades de las potencias para expresar el resultado en forma de potencias de base un número primo y exponente natural:

$$\frac{81^{-2} \cdot 24^3 \cdot 12^5}{8^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 10^5}$$

2.- (1 punto) Un grifo llena un depósito de agua en 2 horas y otro llena el mismo depósito en 3 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían los dos a la vez?

3. (1 punto) Extrae factores del radical, agrupa y opera después: $(\sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{18} - \sqrt{8})^2$

4.- (1 punto) a) Una solución de la ecuación $x^2 - bx + 6 = 0$ es $x = 1$. ¿Cuánto vale b ?

b) Resuelve la ecuación:
$$\frac{x^2 + 9}{2} - \frac{x(x-1)}{3} = \frac{x^2}{3} - \frac{21-2x}{6}$$

5. (1 punto) El precio de un libro antiguo es de 24 €. A un cliente habitual el librero le hace un 25 % de descuento y le cobra el 4 % de IVA.

a) ¿Cuánto tiene que pagar el cliente por el libro?

b) ¿Qué porcentaje de aumento o descuento experimenta el precio del libro, con respecto al inicial?

$$a) 2 + (x+3) \cdot (x-2) = (2x+1) \cdot (x-4) + 18$$

6.- (1 punto) Resuelve las ecuaciones:

$$b) \frac{3-x}{1-x^2} - \frac{2+x}{1+x} = \frac{1}{1-x}$$

7. (1 punto) Halla la medida de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son valores consecutivos.

8. (1 punto) Si se aumenta 6 cm. el ancho de un cuadrado y en 4 cm. el alto, se obtiene un rectángulo que duplica el área del cuadrado original.

a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

b) ¿Y los lados del rectángulo?

9. (1 punto) Resuelve gráfica y numéricamente el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} 3 - \frac{x-y}{4} &= x \\ x - \frac{y-3}{2} &= 5 \end{aligned} \right\}$$

10. (1 punto) Una madre ha repartido 72 euros entre sus tres hijos. Si las cantidades forman una progresión aritmética de diferencia 4 euros, ¿cuánto ha dado a cada uno?

11. (1 punto) Se mezcla café de 4,8 €/kg con café de 7,2 €/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 6,5 €/kg, ¿Cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?

1.- (1 punto) Factoriza y aplica propiedades de las potencias para expresar el resultado en forma de potencias de base un número primo y exponente natural:

$$\frac{81^{-2} \cdot 24^3 \cdot 12^5}{8^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 10^5}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(3^4)^{-2} \cdot (2^3 \cdot 3)^3 \cdot (2^2 \cdot 3)^5}{(2^3)^{-3} \cdot (2^4)^{-2} \cdot (2 \cdot 5)^5} = \frac{3^{-8} \cdot 2^9 \cdot 3^3 \cdot 2^{10} \cdot 3^5}{2^{-9} \cdot 2^{-8} \cdot 2^5 \cdot 5^5} = \\ & = \frac{2^9 \cdot 2^8 \cdot 2^9 \cdot 3^3 \cdot 2^{10} \cdot 3^5}{3^8 \cdot 2^5 \cdot 5^5} = 2^{\frac{9+8+9+10}{3^8} \cdot \frac{3+5}{2^5 \cdot 5^5}} = \frac{2^{36} \cdot 3^8}{2^5 \cdot 5^5} = \frac{2^{31} \cdot 3^8}{5^5} \end{aligned}$$

Factorizamos:

$$\begin{aligned} 81 &= 3^4 & 24 &= 2^3 \cdot 3 \\ 12 &= 2^2 \cdot 3 & 8 &= 2^3 \\ 16 &= 2^4 & 10 &= 2 \cdot 5 \end{aligned}$$

2.- (1 punto) Un grifo llena un depósito de agua en 2 horas y otro llena el mismo depósito en 3 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían los dos a la vez?

Grifo A $\rightarrow \frac{1}{2}$ depósito ^{EN UNA HORA}
Grifo B $\rightarrow \frac{1}{3}$ depósito

Entre los dos en una hora llenan $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ de depósito

Es directa, mientras más tiempo, más depósito se llena

Si en 1 hora $\frac{5}{6}$ depósito
x horas $\frac{5}{6}$ depósito

$$x = \frac{1 \cdot 1}{5/6} = \frac{1}{1} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5} \text{ horas}$$

3. (1 punto) Extrae factores del radical, agrupa y opera después: $(\sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{18} - \sqrt{8})^2$

$$\begin{aligned} \sqrt{12} &= \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{75} &= \sqrt{5^2 \cdot 3} = 5\sqrt{3} \\ \sqrt{18} &= \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} \\ \sqrt{8} &= \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} & (2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2 = (-3\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \\ & = (\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{3} \\ & = 2 + 9 \cdot 3 - 6\sqrt{2}\sqrt{3} = 2 + 27 - 6\sqrt{6} \\ & = \boxed{29 - 6\sqrt{6}} \end{aligned} \right.$$

Identidad NOTABLE 2

4.- (1 punto) a) Una solución de la ecuación $x^2 - bx + 6 = 0$ es $x = 1$. ¿Cuánto vale b?

b) Resuelve la ecuación: $\frac{x^2+9}{2} - \frac{x(x-1)}{3} = \frac{x^2}{3} - \frac{21-2x}{6}$

a) Si $x=1$ es una solución, sustituimos la x por 1 y hallamos b

$$1^2 - b \cdot 1 + 6 = 0 \quad 1 - b + 6 = 0 \quad -b + 7 = 0 \quad 7 = b$$

$$\boxed{b = 7}$$

b) $\frac{3(x^2+9)-2x(x-1)}{6} = \frac{2x^2-(21-2x)}{6} \Rightarrow$ MCM = 6

$$3x^2 + 27 - 2x^2 + 2x = 2x^2 - 21 + 2x \Rightarrow 3x^2 + 27 - 2x^2 + 2x - 2x^2 - 21 - 2x = 0$$

$$-x^2 + 48 = 0 \quad 48 = x^2 \quad \boxed{x = \pm\sqrt{48}}$$

5. (1 punto) El precio de un libro antiguo es de 24 €. A un cliente habitual el librero le hace un 25 % de descuento y le cobra el 4 % de IVA.

a) ¿Cuánto tiene que pagar el cliente por el libro?

b) ¿Qué porcentaje de aumento o descuento experimenta el precio del libro, con respecto al inicial?

Precio inicial $P_0 = 24€$ Descuento 25% (coeficiente = 0.75)
Aumento 4% (Coeficiente = 1.04)

Precio final = $P_0 \cdot C_1 \cdot C_2 = 24 \cdot 0.75 \cdot 1.04 = 18.72€$

Nos piden el porcentaje REAL de descuento

$P_f = P_0 \cdot c$ Hallamos c ; $c = \frac{P_f}{P_0} = \frac{18.72}{24} = 0.78$ $1 - 0.78 = 0.22$
Realmente nos han hecho un 22% de descuento

a) $2 + (x+3)(x-2) = (2x+1)(x-4) + 18$

6. (1 punto) Resuelve las ecuaciones:

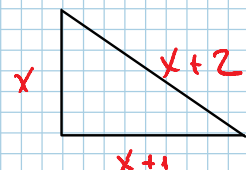
b) $\frac{3-x}{1-x^2} - \frac{2+x}{1+x} = \frac{1}{1-x}$

a) $2 + (x^2 - 2x + 3x - 6) = 2x^2 - 8x + x - 4 + 18$
 $2 + x^2 - 2x + 3x - 6 - 2x^2 + 8x - x + 4 - 18 = 0 \quad -x^2 + 8x - 18 = 0$
 $x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot (-1) \cdot (-18)}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{-8}}{-2}$ no tiene solución

b) $1 - x^2 = (1+x)(1-x)$; $\frac{3-x}{(1+x)(1-x)} - \frac{2+x}{1+x} = \frac{1}{1-x}$ MCM = $(1+x)(1-x)$
 $\frac{3-x-(1+x)(2+x)}{(1+x)(1-x)} = \frac{1 \cdot (1+x)}{(1+x)(1-x)} \Rightarrow 3-x-(2+x-2x-x^2) = 1+x$
 $3-x-2-x+2x+x^2 = 1+x$ $3-x-2-x+2x+x^2-1-x=0$
 $x^2 - x + 2 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{2}$ no tiene solución

7. (1 punto) Halla la medida de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son valores consecutivos.

T. pitagoras: $(x+2)^2 = x^2 + (x+1)^2 \Rightarrow$
 $x^2 + 4 + 4x = x^2 + (x^2 + 1 + 2x) \Rightarrow$



$$x^2 + 4 + 4x - x^2 - x^2 - 1 - 2x = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-1)(3)}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2}$$

$$\begin{cases} \frac{-2+4}{-2} = -1 \\ \frac{-2-4}{-2} = 3 \end{cases}$$

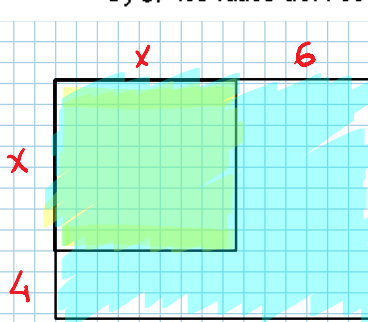
$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

8. (1 punto) Si se aumenta 6 cm. el ancho de un cuadrado y en 4 cm. el alto, se obtiene un rectángulo que duplica el área del cuadrado original.

- a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?
b) ¿Y los lados del rectángulo?

$$\square A = l^2$$

$$\text{rectángulo } A = b \cdot h$$



Cuadrado $\rightarrow \text{Área} = x^2$

Rectángulo $\rightarrow \text{Área} = (x+6)(x+4)$

$\Delta \text{ rectángulo} = 2 \cdot \text{Área cuadrado}$

$(x+6) \cdot (x+4) = 2x^2$ resolvemos esta ecuación

$$x^2 + 4x + 6x + 24 = 2x^2 \rightarrow x^2 + 4x + 6x + 24 - 2x^2 = 0$$

$$-x^2 + 10x + 24 = 0 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4(-1)(24)}}{-2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{-2}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{196}}{-2} = \frac{-10 \pm 14}{-2} = \begin{cases} \frac{-24}{-2} = 12 \\ \frac{4}{-2} = -2 \text{ (No es posible)} \end{cases}$$

Solución
 $x = 12 \text{ cm}$

El cuadrado es de 12 cm de lado y el rectángulo tiene de base $12+6 = 18 \text{ cm}$ y altura $12+4 = 16 \text{ cm}$

9. (1 punto) Resuelve gráfica y numéricamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{3}{1} \cdot \frac{x-y}{4} = \frac{x}{1} \\ \frac{x}{1} - \frac{y-3}{2} = \frac{5}{1} \end{cases}$$

Primero "arreglamos" las ecuaciones

$$\begin{cases} \frac{12-(x-y)}{4} = \frac{4x}{4} \\ \frac{2x-(y-3)}{2} = \frac{10}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12-x+y=4x \\ 2x-y+3=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+y-4x=-12 \\ 2x-y=10-3 \end{cases}$$

Por Reducción

$$\begin{cases} -5x+y=-12 \\ 2x-y=7 \end{cases} \Rightarrow 2x - (-\frac{5}{5}) = 7 \Rightarrow \frac{2x}{1} + \frac{5}{3} = \frac{7}{1}$$

$$3y = -5 \rightarrow y = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{6x+5}{3} = \frac{21}{3} \Rightarrow 6x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{6}$$

$$x = \frac{8}{3}$$

A continuación resolvemos gráficamente:

$$\begin{cases} -5x + y = -12 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Despejamos la y en cada ecuación y damos los valores a x

$$\begin{cases} y = -12 + 5x \\ -y = 7 - 2x \end{cases}$$

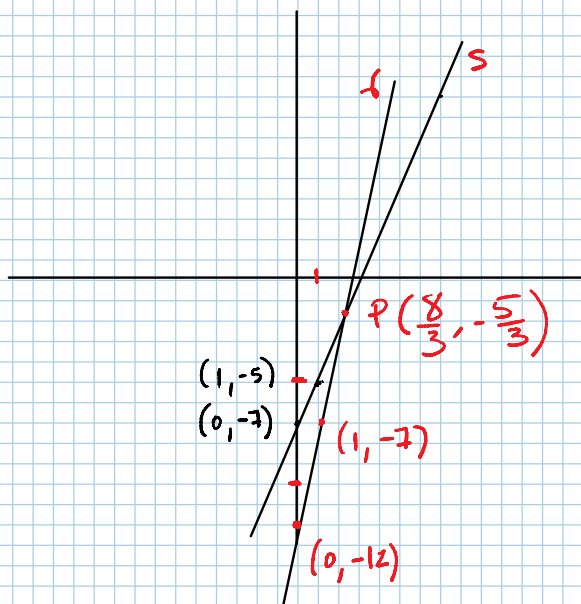
$$\begin{cases} y = 5x - 12 \rightarrow (8) \\ y = 2x - 7 \rightarrow (5) \end{cases}$$

r:

x	0	1
y	-12	-7

s:

x	0	1
y	-7	-5



10. (1 punto) Una madre ha repartido 72 euros entre sus tres hijos. Si las cantidades forman una progresión aritmética de diferencia 4 euros, ¿cuánto ha dado a cada uno?

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Sabemos que la suma de los 3 términos es 72

$$S_3 = \frac{3(a_1 + a_3)}{2} \Rightarrow 72 = \frac{3(a_1 + a_3)}{2}$$

Necesito a_3 sabemos $d=4$

$$a_3 = a_1 + d(3-1)$$

$$a_3 = a_1 + 4 \cdot (2)$$

$$a_3 = a_1 + 8$$

$$72 = \frac{3(a_1 + a_1 + 8)}{2} \Rightarrow 144 = 3(2a_1 + 8)$$

$$144 = 6a_1 + 24 \Rightarrow 144 - 24 = 6a_1 \rightarrow 120 = 6a_1 \quad a_1 = \frac{120}{6} = 20$$

Como $d=4$, los tres términos de la sucesión son

$$20, 24 \text{ y } 28 \text{ €}$$

11. (1 punto) Se mezcla café de 4,8 €/kg con café de 7,2 €/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 6,5 €/kg, ¿Cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?

x kg
4'80 €

y kg
7'20 €

60 kg
6'50 €

$$x + y = 60$$

$$4'80x + 7'20y = 6'5 \cdot 60$$

$$x + y = 60$$

$$4'80x + 7'20y = 390$$

$$4'80(60 - y) + 7'20y = 390 \Rightarrow 288 - 4'80y + 7'20y = 390$$

$$2'40y = 390 - 288$$

$$2'40y = 102$$

$$y = \frac{102}{2'40} = 42'5 \text{ kg}$$

$$x = 60 - y = 60 - 42'5 = 17'5 \text{ kg de } 4'80 \text{ €}$$

$$\text{de } 7'20 \text{ €}$$