a)
$$\sqrt{12}$$

b)
$$\sqrt{45}$$

a)
$$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

b)
$$\sqrt{45} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

c)
$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = 3\sqrt[3]{2}$$

2 Expresa en forma de raíz las siguientes potencias de exponente fraccionario:

a)
$$2^{\frac{3}{5}}$$

b)
$$\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Solución:

a)
$$2^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{2^3}$$

b)
$$\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{7}}$$

c)
$$9^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{9^4}$$

3 El área de un terreno de forma cuadrada es 169 m². ¿Cuánto medirá el perímetro del terreno?

Solución:

El lado del terreno mide $\sqrt{169}$ = 13 m. (La raíz negativa no es solución válida). El perímetro es: $4 \cdot 13 = 52$ m.

4 El número 46 656 es igual al cubo de 36. Calcula la raíz sexta de dicho número.

$$46656 = 36^3 = \left(6^2\right)^3 = 6^6$$

$$\sqrt[6]{46656} = \sqrt[6]{6^6} = 6$$

- 5 Simplifica los siguientes radicales:
 - a) $\sqrt[4]{2^6}$

 - c) $\sqrt[30]{2^{12}}$

Solución:

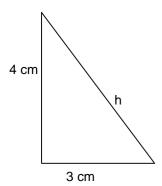
a)
$$\sqrt[4]{2^6} = 2^{\frac{6}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3}$$

b)
$$\sqrt[6]{4^9} = 4^{\frac{9}{6}} = 4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4^3}$$

c)
$$\sqrt[30]{2^{12}} = 2^{\frac{12}{30}} = 2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2}$$

En un triángulo rectángulo los catetos miden 3 cm y 4 cm, respectivamente. ¿Cuánto medirá la hipotenusa?

Solución:



Aplicando el Teorema de Pitágoras: $h^2 = a^2 + b^2$ $h = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ (La raíz negativa no es válida) La hipotenusa mide 5 cm

Reduce a índice común los siguientes radicales: 7

a)
$$\sqrt[4]{6}$$
, $\sqrt[6]{4}$

a)
$$\sqrt[4]{6}$$
, $\sqrt[6]{4}$
b) $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{7^3}$, $\sqrt[15]{3^2}$

a)
$$\sqrt[4]{6}$$
, $\sqrt[6]{4} \rightarrow \sqrt[12]{6^3}$, $\sqrt[12]{4^2}$
m.c.m.(4,6) = 12

b)
$$\sqrt[3]{5}$$
, $\sqrt[5]{7^3}$, $\sqrt[15]{3^2} \rightarrow \sqrt[15]{5^5}$, $\sqrt[15]{7^9}$, $\sqrt[15]{3^2}$
m.c.m.(3,5,15) = 15

8 Reduce a índice común los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt{3}$$
, $\sqrt[5]{2}$

b)
$$\sqrt[4]{5}$$
, $\sqrt[6]{4}$

Solución:

a)
$$\sqrt{3} = \sqrt[10]{3^5}$$
, $\sqrt[5]{2} = \sqrt[10]{2^2}$

b)
$$\sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3}$$
, $\sqrt[6]{4} = \sqrt[12]{4^2}$

9 Extrae todos los factores posibles de las siguientes raíces:

a)
$$\sqrt{27}$$

d)
$$\sqrt{192}$$

Solución:

a)
$$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

b)
$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2} = 2\sqrt[3]{2^2}$$

c)
$$\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{2 \cdot 3^4} = 3\sqrt[4]{2}$$

d)
$$\sqrt{192} = \sqrt{(2^3)^2 \cdot 3} = 2^3 \cdot \sqrt{3}$$

10 Calcula las siguientes raíces:

a)
$$\sqrt{25}$$

c)
$$\sqrt[4]{81}$$

a)
$$\sqrt{25} = \sqrt{(-5)^2} = -5$$
 y $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

b)
$$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$$

c)
$$\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$
 y $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{(-3)^4} = -3$

d)
$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

11 Simplifica los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt{2^4}$$

b)
$$\sqrt[3]{3^{15}}$$

c)
$$\sqrt[4]{5^6}$$

Solución:

a)
$$\sqrt{2^4} = 2^2$$

b)
$$\sqrt[3]{3^{15}} = 3^5$$

c)
$$\sqrt[4]{5^6} = \sqrt{5^3}$$

d)
$$\sqrt[12]{7^8} = \sqrt[3]{7^2}$$

12 Simplifica los siguientes radicales expresándolos previamente en forma de potencia:

b)
$$\sqrt[12]{3^3}$$

d)
$$\sqrt[4]{7^8}$$

Solución:

a)
$$\sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{2^4} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2}$$

b)
$$\sqrt[12]{3^3} = 3^{\frac{3}{12}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$

c)
$$\sqrt[10]{243} = \sqrt[10]{3^5} = 3^{\frac{5}{10}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

d)
$$\sqrt[4]{7^8} = 7^{\frac{8}{4}} = 7^2$$

- 13 Introduce en la raíz todos los factores:
 - a) $5\sqrt{3}$
 - b) 2⁴√3
 - c) $3\sqrt{6}$
 - d) $4\sqrt[3]{2}$

a)
$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

b)
$$2\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3} = \sqrt[4]{48}$$

c)
$$3\sqrt{6} = \sqrt{3^2 \cdot 6} = \sqrt{54}$$

14 La edad de Juan actualmente es 27 años y tiene el cubo de la edad de su hermano Pedro. Dentro de 9 años la edad de Juan será el cuadrado de la edad que su hermana María tiene actualmente ¿Cuál es la edad actual de sus dos hermanos?

Solución:

La edad de Pedro es: $\sqrt[3]{27} = 3$ años.

Dentro de 9 años, Juan tendrá 27+9 = 36 años.

Por tanto, María tendrá $\sqrt{36} = 6$ años.

Las edades de María y de Pedro son 6 y 3 años, respectivamente.

15 El volumen de un cubo es 1 000 m³. ¿Cuál es el área de una de sus caras?

Solución:

Como
$$V = I^3$$
, entonces $I = \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10 \text{ m}.$

El área de una de las caras es:

$$A = I^2 = 10^2 = 100 \,\mathrm{m}^2$$
.

- 16 Simplifica los siguientes radicales:
 - a) $\sqrt[24]{11^{36}}$
 - b) $\sqrt[18]{3^{12}}$
 - c) ∜625
 - d) $\sqrt[15]{2^{18} \cdot 3^{12}}$

a)
$$\sqrt[24]{11^{36}} = \sqrt{11^3}$$

b)
$$\sqrt[18]{3^{12}} = \sqrt[3]{3^2}$$

c)
$$\sqrt[6]{625} = \sqrt[6]{5^4} = \sqrt[3]{5^2}$$

d) $\sqrt[15]{2^{18} \cdot 3^{12}} = \sqrt[5]{2^6 \cdot 3^4}$

d)
$$\sqrt[15]{2^{18} \cdot 3^{12}} = \sqrt[5]{2^6 \cdot 3^4}$$

17 Simplifica los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt[6]{3^2 \cdot 5^4}$$

b)
$$\sqrt[12]{\frac{5^9}{2^6}}$$

Solución:

a)
$$\sqrt[6]{3^2 \cdot 5^4} = \sqrt[3]{3 \cdot 5^2}$$

b)
$$\sqrt[12]{\frac{5^9}{2^6}} = \sqrt[4]{\frac{5^3}{2^2}}$$

18 Escribe tres radicales equivalentes a:

b)
$$\sqrt[24]{2^6}$$

c)
$$\sqrt[9]{5^6}$$

d)
$$\sqrt[5]{4^3}$$

Solución:

a)
$$\sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[12]{3^8} = \sqrt[18]{3^{12}}$$

b)
$$\sqrt[24]{2^6} = \sqrt[48]{2^{12}} = \sqrt[8]{2^2} = \sqrt[4]{2}$$

c)
$$\sqrt[9]{5^6} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[18]{5^{12}} = \sqrt[27]{5^{18}}$$

d)
$$\sqrt[5]{4^3} = \sqrt[10]{4^6} = \sqrt[15]{4^9} = \sqrt[20]{4^{12}}$$

19 Extrae de la raíz todos los factores posibles:

a)
$$\sqrt[3]{625} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 5} = 5\sqrt[3]{5}$$

b)
$$\sqrt[4]{288} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2 \cdot 2} = 2\sqrt[4]{3^2 \cdot 2} = 2\sqrt[4]{18}$$

c)
$$\sqrt[3]{432} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2} = 2 \cdot 3\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2}$$

20 Extrae factores de los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt{36000}$$

c)
$$\sqrt[4]{8100000}$$

Solución:

a)
$$\sqrt{36000} = \sqrt{6^2 \cdot 10^2 \cdot 10} = 6 \cdot 10\sqrt{10} = 60\sqrt{10}$$

b)
$$\sqrt[3]{270000} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 10^3 \cdot 10} = 3 \cdot 10\sqrt[3]{10}$$

c)
$$\sqrt[4]{8100000} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 10^4 \cdot 10} = 3 \cdot 10\sqrt[4]{10}$$

21 La mitad del cuadrado de la distancia que recorre un ciclista en 30 minutos es 162 km. ¿Cuánto recorrerá en 2 horas?

Solución:

Si la mitad del cuadrado de la distancia es 162, el cuadrado de la distancia es:

$$2 \cdot 162 = 324 \text{ km}.$$

Por tanto, la distancia que recorre el ciclista en media hora es:

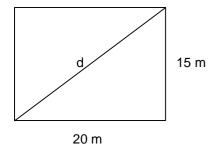
$$\sqrt{324} = 18 \, \text{km}$$
.

En dos horas recorrerá:

$$18 \cdot 4 = 72 \text{ km}.$$

22 ¿Cuál es la máxima distancia, en línea recta, que podrá recorrer un jugador en un campo de fútbol de 20 m de largo y 15 m de ancho?

La máxima distancia corresponde a la diagonal del terreno rectangular.



Por el teorema de Pitágoras:

$$d = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

La distancia máxima es 25 m.

23 Reduce a índice común los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt[3]{6}$$
, $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt[4]{5^3}$

b)
$$\sqrt{2^3}$$
, $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[5]{2^4}$

Solución:

a)
$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4}$$
, $\sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{2^2}$, $\sqrt[4]{5^3} = \sqrt[12]{(5^3)^3} = \sqrt[12]{5^9}$

a)
$$\sqrt{0} = \sqrt{0}$$
, $\sqrt{2} = \sqrt{2}$, $\sqrt{3} = \sqrt{(3)} = \sqrt{3}$
m.c.m. $(3, 6, 4) = 12$
b) $\sqrt{2^3} = \sqrt[20]{(2^3)^{10}} = \sqrt[20]{2^{30}}$, $\sqrt[4]{3} = \sqrt[20]{3^5}$, $\sqrt[5]{2^4} = \sqrt[20]{(2^4)^4} = \sqrt[20]{2^{16}}$
m.c.m. $(2, 4, 5) = 20$

24 Extrae factores de los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt{300}$$

b)
$$\sqrt{\frac{125}{8}}$$

c)
$$\sqrt[3]{\frac{54}{64}}$$

a)
$$\sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} = 2.5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

b)
$$\sqrt{\frac{125}{8}} = \sqrt{\frac{5^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 2}} = \frac{5}{2} \sqrt{\frac{5}{2}}$$

c)
$$\sqrt[3]{\frac{54}{64}} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 2}{2^3 \cdot 2^3}} = \frac{3}{2 \cdot 2} \sqrt[3]{2} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{2}$$

25 ¿Cómo se puede extraer la raíz séptima de 1 280 000 000?

Solución:

$$\sqrt[7]{1280000000} = \sqrt[7]{2^{14} \cdot 5^7} = \sqrt[7]{2^7 \cdot 2^7 \cdot 5^7} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$$

26 El área de un cuadrado es 4 096 cm². ¿Cuánto medirá el perímetro de otro cuadrado cuyo lado es la raíz cúbica del lado del primero?

Solución:

El lado del primer cuadrado mide: $\sqrt{4096} = 64$ cm.

El lado del segundo cuadrado es : $\sqrt[3]{64}$ = 4 cm.

Por tanto, su perímetro medirá: $4 \cdot 4 = 16$ cm.

27 Ordena de menor a mayor los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt[3]{5}$$
, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt{7}$

b)
$$\sqrt[12]{3}$$
, $\sqrt[15]{27}$, $\sqrt[30]{81}$

Solución:

a)
$$\sqrt[3]{5}$$
, $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt{7} \rightarrow \sqrt[12]{5^4}$, $\sqrt[12]{6^3}$, $\sqrt[12]{7^6} \rightarrow \sqrt[12]{6^3} < \sqrt[12]{5^4} < \sqrt[12]{7^6} \rightarrow \sqrt[4]{6} < \sqrt[3]{5} < \sqrt{7}$
m.c.m.(3,4,2) = 12

b)
$$\sqrt[12]{3}$$
, $\sqrt[15]{27}$, $\sqrt[30]{81} \rightarrow \sqrt[12]{3}$, $\sqrt[15]{3^3}$, $\sqrt[30]{3^4} \rightarrow \sqrt[60]{3^5}$, $\sqrt[60]{3^{12}}$, $\sqrt[60]{3^8} \rightarrow \sqrt[60]{3^5} < \sqrt[60]{3^8} < \sqrt[60]{3^12} \rightarrow \sqrt[12]{3} < \sqrt[30]{81} < \sqrt[15]{27}$
m.c.m.(12,15,30) = 60

28 Extrae factores de las siguientes raíces:

a)
$$\sqrt{36000}$$

b)
$$\sqrt{a^4 \cdot b^7 \cdot c^5}$$

a)
$$\sqrt{36000} = \sqrt{6^2 \cdot 10^2 \cdot 10} = 6 \cdot 10\sqrt{10} = 60\sqrt{10}$$

b)
$$\sqrt{a^4 \cdot b^7 \cdot c^5} = \sqrt{a^2 \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot b^2 \cdot b^2 \cdot b \cdot c^2 \cdot c^2 \cdot c} = a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \sqrt{b \cdot c} = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2 \sqrt{bc}$$

29 Reduce a índice común los siguientes radicales:

a)
$$\sqrt{5}$$
, $\sqrt[5]{2^3}$, $\sqrt[15]{7^2}$

Solución:

a)
$$\sqrt{5}$$
, $\sqrt[5]{2^3}$, $\sqrt[15]{7^2} \rightarrow \sqrt[30]{5^{15}}$, $\sqrt[30]{2^{18}}$, $\sqrt[30]{7^4}$
m.c.m.(2,5,15) = 30

b)
$$\sqrt[4]{9}$$
, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[15]{13}$ \rightarrow $\sqrt[60]{3^{15}}$, $\sqrt[60]{11^{10}}$, $\sqrt[60]{13^4}$ m.c.m. $(4,6,15) = 60$

30 Introduce todos los factores en las raíces:

a)
$$3\sqrt[3]{6}$$

b)
$$2\sqrt{\frac{3}{5}}$$

c)
$$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{2}}$$

Solución:

a)
$$3\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{162}$$

b)
$$2\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3}{5}} = \sqrt{\frac{12}{5}}$$

c)
$$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 1}{4^2 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{9}{32}}$$

31 Se quiere construir un tablero cuadrado que tenga una superficie de 225 cm² y que a su vez contenga 144 casillas iguales. ¿Cuánto medirá el lado de cada casilla?

Solución:

El lado del tablero medirá:

$$\sqrt{225} = 15$$
 cm.

El número de filas y columnas que tendrá el tablero será:

$$\sqrt{144} = 12$$

Por tanto el lado de cada casilla medirá:

$$15:12=1,25$$
 cm.

32 Simplifica las siguientes potencias expresándolas previamente en forma radical:

- a) $2^{\frac{15}{30}}$
- b) $8^{\frac{6}{24}}$
- c) $3^{-\frac{8}{12}}$
- d) $27^{\frac{2}{18}}$

Solución:

- a) $2^{\frac{15}{30}} = \sqrt[30]{2^{15}} = \sqrt{2}$
- b) $8^{\frac{6}{24}} = \sqrt[24]{8^6} = \sqrt[24]{2^{18}} = \sqrt[4]{2^3}$
- c) $3^{-\frac{8}{12}} = \sqrt[12]{3^{-8}} = \sqrt[3]{3^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}}$
- d) $27^{\frac{2}{18}} = \sqrt[18]{27^2} = \sqrt[18]{3^6} = \sqrt[3]{3}$

33 Escribe tres radicales equivalentes a:

- a) $\sqrt{7}$
- b) $\sqrt[5]{2^3}$
- c) $\sqrt[12]{6^4}$
- d) $\sqrt[15]{3^{10}}$

Solución:

- a) $\sqrt{7} = \sqrt[4]{7^2} = \sqrt[12]{7^6} = \sqrt[6]{7^3}$
- b) $\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[10]{2^6} = \sqrt[15]{2^9} = \sqrt[30]{2^{18}}$
- c) $\sqrt[12]{6^4} = \sqrt[6]{6^2} = \sqrt[3]{6} = \sqrt[18]{6^6}$
- d) $\sqrt[15]{3^{10}} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[9]{3^6} = \sqrt[12]{3^8}$

34 Simplifica los siguientes radicales:

- a) $\sqrt[12]{4^6 \cdot 3^8}$
- b) ⁴√9·64
- c) $\sqrt[6]{\frac{81}{49}}$
- d) $\sqrt[8]{\frac{1}{2^{12}}}$

a)
$$\sqrt[12]{4^6 \cdot 3^8} = \sqrt[6]{4^3 \cdot 3^4}$$

b)
$$\sqrt[4]{9 \cdot 64} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 2^6} = \sqrt{3 \cdot 2^3}$$

c)
$$\sqrt[6]{\frac{81}{49}} = \sqrt[6]{\frac{3^4}{7^2}} = \sqrt[3]{\frac{3^2}{7}}$$

d)
$$\sqrt[8]{\frac{1}{2^{12}}} = \sqrt{\frac{1}{2^3}}$$

35 En un terreno cuadrado se plantan 225 árboles. ¿A qué distancia estará uno de otro si la superficie del terreno es de 1296 m²?

Solución:

El lado del terreno mide: $I = \sqrt{1296} = 36 \,\mathrm{m}$.

En cada lado del terreno se plantan: $\sqrt{225} = 15$ árboles.

Por tanto, la distancia entre cada árbol es: 36:15 = 2,4 m.

36 Extrae factores de las siguientes raíces:

a)
$$\sqrt[3]{81 \cdot x^{10} \cdot y^4 \cdot z}$$

b)
$$\sqrt[4]{\frac{625 \cdot a \cdot b^7}{a^5 \cdot b^3}}$$

Solución:

a)
$$\sqrt[3]{81 \cdot x^{10} \cdot y^4 \cdot z} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot (x^3)^3 \cdot x \cdot y^3 \cdot y \cdot z} = 3 \cdot x^3 \cdot y\sqrt[3]{3 \cdot x \cdot y \cdot z}$$

b)
$$\sqrt[4]{\frac{625 \cdot a \cdot b^7}{a^5 \cdot b^3}} = \sqrt[4]{\frac{5^4 \cdot a \cdot b^4 \cdot b^3}{a^4 \cdot a \cdot b^3}} = \frac{5 \cdot b}{a} \sqrt[4]{\frac{a \cdot b^3}{a \cdot b^3}} = \frac{5b}{a} \cdot 1 = \frac{5b}{a}$$

 37 ¿Son iguales los números $\frac{2}{\sqrt{5}}$ y $\frac{2\sqrt{5}}{5}$? Razona tu respuesta.

Solución:

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5^{\frac{1}{2}}} = 2 \cdot 5^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}}{5} = 2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{-1} = 2 \cdot 5^{-\frac{1}{2}}$$

Por tanto los números son iguales.

Juan tiene 22 años y su hermana Ana tiene la raíz sexta del doble de la edad que tendrá Juan dentro de 10 años. ¿Qué edad tiene Ana?

Solución:

El doble de la edad de Juan dentro de 10 años es:

$$2 \cdot (22 + 10) = 64$$
 años.

La edad de Ana es la raíz sexta de 64:

$$\sqrt[6]{64} = 2 \text{ años.}$$

39 Ordena los siguientes radicales:

a)
$$5^{\frac{1}{4}}$$
, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4^2}$

b)
$$\sqrt{2^3}$$
, $7^{\frac{3}{4}}$, $\sqrt[3]{2}$

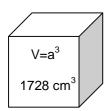
Solución:

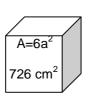
$$a) \quad 5^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}, \quad \sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{729}, \quad \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[12]{\left(4^2\right)^4} = \sqrt[12]{4^8} = \sqrt[12]{65536} \ \ \rightarrow \ \ 5^{\frac{1}{4}} < \sqrt{3} < \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[12]{125}, \quad \sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{729}, \quad \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[12]{4^8} = \sqrt[12]{65536} \ \ \rightarrow \ \ 5^{\frac{1}{4}} < \sqrt{3} < \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[12]{125}, \quad \sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{125}, \quad \sqrt{3} = \sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12]{$$

b)
$$\sqrt{2^3} = \sqrt[12]{\left(2^3\right)^6} = \sqrt[12]{2^{18}} = \sqrt[12]{262144}, \quad 7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3} = \sqrt[12]{\left(7^3\right)^3} = \sqrt[12]{7^9} = \sqrt[12]{40353607}, \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{16} \ \ \rightarrow \ \sqrt[3]{2} < \sqrt{2^3} < 7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16} > \sqrt[3]{2} < \sqrt{2^3} < 7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^{18}} =$$

40 El volumen de un cubo es 1728 cm³ y la superficie de otro cubo es 726 cm². ¿Cuál de los dos cubos tiene la arista mayor?

Solución:





La medida del lado del primer cubo es:

$$a = \sqrt[3]{1728} = 12 \text{ cm}.$$

La medida del lado del segundo cubo es:

$$a = \sqrt{\frac{726}{6}} = 11 \text{ cm}.$$

Por tanto, la arista del primer cubo será mayor que la del segundo.

41 Ordena las siguientes potencias y radicales:

a)
$$\sqrt[3]{3}$$
, $\sqrt{5}$, $7^{\frac{1}{4}}$

b)
$$3^2$$
, $7^{\frac{3}{4}}$, $\sqrt{5^3}$

Solución:

a)
$$\sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81}$$
, $\sqrt{5} = \sqrt[12]{5^6} = \sqrt[12]{15625}$, $7^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{7} = \sqrt[12]{7^3} = \sqrt[12]{343} \rightarrow \sqrt[3]{3} < 7^{\frac{1}{4}} < \sqrt{5}$

b)
$$3^2 = 3^{\frac{8}{4}} = \sqrt[4]{3^8} = \sqrt[4]{6561}$$
, $7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3} = \sqrt[4]{343}$, $\sqrt{5^3} = \sqrt[4]{\left(5^3\right)^2} = \sqrt[4]{5^6} = \sqrt[4]{15625} \rightarrow 7^{\frac{3}{4}} < 3^2 < \sqrt{5^3}$

42 Simplifica los siguientes radicales extrayendo factores de la raíz:

a)
$$\sqrt{50}$$

c)
$$\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$$

d)
$$\sqrt[3]{864}$$

Solución:

a)
$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

a)
$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2}$$

b) $\sqrt[4]{576} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{6}$

c)
$$\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{1}{10^3}} = \frac{1}{10}$$

d)
$$\sqrt[3]{864} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{2^2} = 6 \cdot \sqrt[3]{2^2}$$

43 ¿Cuál es la edad de Luis si tiene 644 años?

Solución:

$$64^{\frac{2}{4}} = 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8$$

Luis tiene 8 años.