

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (pueden ser, una vez reducidas, de primer grado, de segundo grado o bicuadradas): **(7,5 puntos, 1,5 puntos por apartado)**

a)
$$\frac{3x-1}{10} - \frac{x-1}{4} = \frac{2x-31}{3}$$

b)
$$\frac{x^2}{2} + x - 1 = \frac{x^2 + 2}{6}$$

c)
$$\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x-3} = 0$$

d) $\frac{3x-4}{5x-16} = \frac{4x+1}{6x-11}$

e) $x^4 - \frac{5x^2}{4} + \frac{1}{4} = 0$

2. Un comerciante vende la tercera parte de una pieza de tela. Posteriormente vende las $\frac{3}{4}$ partes del resto y ve que le sobran 6 metros. ¿Cuál es la longitud de la pieza? **(1,5 puntos)**

3. Dos hombres tardan 3 horas en levantar una pequeña tapia de ladrillo. Uno de ellos, que trabaja más rápido que el otro, lo haría el sólo en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría el segundo trabajando en solitario? **(1 punto)**

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (pueden ser, una vez reducidas, de primer grado, de segundo grado o bicuadradas): (7,5 puntos, 1,5 puntos por apartado)

a) $\frac{3x-1}{10} - \frac{x-1}{4} = \frac{2x-31}{3}$ m.c.m (10, 4, 3) = 60.

Multiplicando todos los términos por 60:

$$6(3x-1) - 15(x-1) = 20(2x-31);$$

$$18x - 6 - 15x + 15 = 40x - 620;$$

$$-37x = -629;$$

$$x = \frac{-629}{-37} \Rightarrow \underline{\underline{x = 17}}$$

b) $\frac{x^2}{2} + x - 1 = \frac{x^2 + 2}{6}$ m.c.m (2, 6) = 6

Multiplicando todos los términos por 6:

$$3x^2 + 6x - 6 = x^2 + 2 \Rightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{4} =$$

$$= \frac{-6 \pm 10}{4} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1 = 1}} \\ \underline{\underline{x_2 = -4}} \end{cases}$$

c) $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x-3} = 0$ m.c.m (x-1, x-2, x-3) = (x-1)(x-2)(x-3)

Multiplicando todos los términos por (x-1)(x-2)(x-3)

$$2(x-2)(x-3) - 3(x-1)(x-3) + (x-1)(x-2) = 0;$$

$$2(x^2 - 3x - 2x + 6) - 3(x^2 - 3x - x + 3) + (x^2 - 2x - x + 2) = 0;$$

$$2x^2 - 6x - 4x + 12 - 3x^2 + 9x + 3x - 9 + x^2 - 2x - x + 2 = 0;$$

$$-x + 5 = 0 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}}$$

$$d) \frac{3x-4}{5x-16} = \frac{4x+1}{6x-11} \quad \text{mcm}(5x-16, 6x-11) = (5x-16)(6x-11)$$

Multiplicando todos los términos por $(5x-16)(6x-11)$

$$(3x-4)(6x-11) = (4x+1)(5x-16);$$

$$18x^2 - 33x - 24x + 44 = 20x^2 - 64x + 5x - 16;$$

$$-2x^2 + 2x + 60 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-2)60}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-2 \pm \sqrt{484}}{-4} =$$

$$= \frac{-2 \pm 22}{-4} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1 = -5}} \\ \underline{\underline{x_2 = 6}} \end{cases}$$

$$e) x^4 - \frac{5x^2}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

Multiplicando todos los términos por 4:

$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$. Hagamos el cambio $x^2 = z$:

$$4z^2 - 5z + 1 = 0 \Rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8} = \begin{cases} z_1 = 1 \\ z_2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Si } z_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \begin{cases} \underline{\underline{x_1 = 1}} \\ \underline{\underline{x_2 = -1}} \end{cases}$$

$$\text{Si } z_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \begin{cases} \underline{\underline{x_3 = \frac{1}{2}}} \\ \underline{\underline{x_4 = -\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

2. Un comerciante vende la tercera parte de una pieza de tela. Posteriormente vende las $\frac{3}{4}$ partes del resto y ve que le sobran 6 metros. ¿Cuál es la longitud de la pieza?
(1,5 puntos)

Longitud de la pieza = x

* Vende la tercera parte = $\frac{x}{3}$

* Vende las $\frac{3}{4}$ partes del resto = $\frac{3}{4} \left(x - \frac{x}{3} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2x}{3} =$
 $= \frac{6x}{12} = \frac{x}{2}$

* Sobran 6 metros.

Por tanto $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + 6 = x \Rightarrow 2x + 3x + 36 = 6x$

$\Rightarrow -x = -36 \Rightarrow x = 36$

∴ La longitud de la pieza era, pues,
de 36 metros

3. Dos hombres tardan 3 horas en levantar una pequeña tapia de ladrillo. Uno de ellos, que trabaja más rápido que el otro, lo haría el sólo en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría el segundo trabajando en solitario? (1 punto)

	Tarda	En 1 hora hace:
Hombre 1 =	4 h.	$\frac{1}{4}$
Hombre 2 =	x	$\frac{1}{x}$
Juntos =	3 h	$\frac{1}{3}$

Por tanto: $\frac{1}{4} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x + 12 = 4x$

$\Rightarrow -x = -12 \Rightarrow \underline{\underline{x = 12}}$

El segundo trabajando en solitario tarda
12 horas