

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (*de segundo grado, bicuadrada, con una raíz y con la incógnita en el denominador*). **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\frac{x+7}{12} - \frac{x+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3}$

b) $(x^2+1)^2 + 6 = 5(x^2+1)$

c) $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$

d) $\frac{x-2}{3x} + \frac{5x+6}{2}$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que se indica.
Nota: a veces, antes de aplicar el método que sea, es conveniente expresar el sistema en su forma reducida.
(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)

a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 2 \end{array} \right\}, \text{ por igualación.}$

b) $\left. \begin{array}{l} \frac{x+2}{5} - \frac{3y-1}{10} = \frac{-3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y-7}{4} = \frac{19}{8} \end{array} \right\}, \text{ por reducción.}$

c) $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{array} \right\}, \text{ por sustitución.}$

3. Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 euros para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 euros a cada uno. ¿Cuántos fueron finalmente de excursión y cuánto pagó cada uno?
(1,5 puntos)

(Es obligado contemplar los siguientes apartados para hacer el problema: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{x+7}{12} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x^2+2}{3} \Rightarrow \frac{x+7}{12} - \frac{3x^2+3}{12} = \frac{12}{12} - \frac{4x^2+8}{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7-3x^2-3=12-4x^2-8 \Rightarrow -3x^2+x+4=-4x^2+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \quad \begin{cases} \underline{x=0} \\ x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \end{cases}$$

$$\text{b) } (x^2+1)^2+6=5(x^2+1) \Rightarrow (x^2)^2+2 \cdot x^2 \cdot 1+1^2+6=5x^2+5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4+2x^2+7=5x^2+5 \Rightarrow x^4-3x^2+2=0; \quad \underline{x^2=z}$$

$$z^2-3z+2=0 \Rightarrow \Delta=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=9-8=1;$$

$$z = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \underline{z_1=2} \\ \underline{z_2=1} \end{cases}$$

$$\ast \text{ Si } z_1=2 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow \underline{x=\pm\sqrt{2}}$$

$$\ast \text{ Si } z_2=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow \underline{x=\pm 1}$$

$$\text{c) } \sqrt{x^2+7}+2=2x \Rightarrow \sqrt{x^2+7}=2x-2 \Rightarrow (\sqrt{x^2+7})^2=(2x-2)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+7=(2x)^2-2 \cdot 2x \cdot 2+2^2 \Rightarrow x^2+7=4x^2-8x+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2-8x-3=0; \quad \Delta=(-8)^2-4 \cdot 3 \cdot (-3)=64+36=100$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm 10}{6} = \begin{cases} \underline{x_1=3} \\ \underline{x_2=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}} \end{cases}$$

$$\text{d) } \frac{x+2}{x}+3x=\frac{5x+6}{2} \Rightarrow 2x \cdot \frac{x+2}{x}+2x \cdot 3x=2x \cdot \frac{5x+6}{2}$$

$$\Rightarrow 2x+4+6x^2=5x^2+6x \Rightarrow x^2-4x+4=0;$$

$$\Delta=(-4)^2-4 \cdot 1 \cdot 4=16-16=0; \quad x=\frac{4 \pm 0}{2} \Rightarrow \underline{x=2}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} &= 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x-3y &= 24 \\ 2x-y &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x &= 24+3y \\ 2x &= 8+y \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= \frac{24+3y}{2} \\ x &= \frac{8+y}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{24+3y}{2} = \frac{8+y}{2} \Rightarrow 24+3y=8+y$$

$$\Rightarrow 2y=-16 \Rightarrow \underline{y=-8}$$

$$\text{Como } x = \frac{8+y}{2} \Rightarrow x = \frac{8+(-8)}{2} = \frac{0}{2} \Rightarrow \underline{x=0}$$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+2}{5} - \frac{3y-1}{10} = \frac{-3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y+7}{4} = \frac{19}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x+4-3y+1=-3 \\ 2x+3+2y+14=19 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x-3y=-8 \\ 2x+2y=2 \end{array} \right\} \times (-1) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x-3y=-8 \\ -2x-2y=-2 \end{array} \right\} +$$

$$-5y=-10 \Rightarrow \underline{\underline{y=2}}$$

Sustituyendo en $2x+2y=2 \Rightarrow 2x+2 \cdot 2=2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2x+4=2 \Rightarrow 2x=-2 \Rightarrow \underline{\underline{x=-1}}$

$$c) \left\{ \begin{array}{l} 2x+y=3 \\ xy-y^2=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y=3-2x \\ x(3-2x)-(3-2x)^2=0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$3x-2x^2-(9-12x+4x^2)=0 \Rightarrow 3x-2x^2-9+12x-4x^2=0$$

$$\Rightarrow -6x^2+15x-9=0 ; \Delta = 15^2-4(-6)(-9)=9$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{9}}{-12} = \frac{-15 \pm 3}{-12} = \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-12}{-12} \Rightarrow \underline{\underline{x_1=1}} \\ x_2 = \frac{-18}{-12} \Rightarrow \underline{\underline{x_2=\frac{3}{2}}} \end{array} \right.$$

* Si $x_1=1 \Rightarrow y_1=3-2 \cdot 1 \Rightarrow \underline{\underline{y_1=1}}$

* Si $x_2=\frac{3}{2} \Rightarrow y_2=3-2 \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{y_2=0}}$

③ Iban: x amigos ; Finalmente fueron: $x+2$ amigos
 Pagaban: y euros ; Finalmente pagaron: $y-28$ euros

$$\left\{ \begin{array}{l} xy=490 \\ (x+2)(y-28)=490 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y=\frac{490}{x} \\ xy-28x+2y-56=490 \end{array} \right\}$$

$$x \cdot \frac{490}{x} - 28x + 2 \cdot \frac{490}{x} = 546 \Rightarrow 490 - 28x + \frac{980}{x} = 546$$

$$\Rightarrow 490x - 28x^2 + 980 = 546x \Rightarrow 28x^2 + 56x - 980 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 ; \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-35) = 4 + 140 = 144$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-2 \pm 12}{2} = \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -7 \end{array} \right.$$

La solución x_2 se descarta porque no puede haber un número negativo de amigos.

Si $x=5 \Rightarrow y=\frac{490}{5}=98$. Por tanto fueron de excursión 5 amigos y cada uno pagó 98 euros.