EJERCICIOS PROPUESTOS

16.1 Indica si estos experimentos son aleatorios y, en caso afirmativo, forma el espacio muestral.

a) Se extrae, sin mirar, una carta de una baraja española.

b) Se lanza un dado tetraédrico regular, cuyas caras están numeradas del 1 al 4, y anotamos el resultado de la cara oculta.

c) Se mide la longitud del perímetro de un cuadrado de 4 centímetros de lado.

a) Aleatorio. $E = \{\text{cartas de la baraja española}\}$

b) Aleatorio. $E = \{1, 2, 3, 4\}$

c) No aleatorio

16.2 Expresa el espacio muestral asociado a cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.

a) Se lanza una moneda y se anota el resultado de la cara superior.

b) Se lanza un dado de quinielas, que tiene tres caras con un 1, dos caras con una X y una cara con un 2, se espera que se pose sobre una cara y se anota el resultado de la cara superior.

c) Se extrae, sin mirar, una bola de una urna que contiene ocho bolas numeradas del 1 al 8, y se anota el número de la bola extraída.

a) $E = \{\text{cara, cruz}\}$ b) $E = \{1, X, 2\}$ c) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

16.3 Se lanza una moneda de un euro y se anota el resultado de la cara superior.

a) Establece los distintos tipos de sucesos.

b) Escribe el espacio de sucesos.

a) Suceso elemental: {cara} o {cruz}. Suceso compuesto: {cara, cruz}. Suceso seguro: {cara, cruz}
Suceso imposible: ϕ

b) $S = \{\phi, \{\text{cara}\}, \{\text{cruz}\}, \{\text{cara, cruz}\}\}$

16.4 Se lanza un dado con las caras numeradas del 1 al 6, y se anota el número de la cara superior.

Determina estos tres sucesos y sus contrarios.

***A* = "salir impar"; *B* = "salir número menor que 4"; *C* = "salir número mayor que 8".**

$A = \{1, 3, 5\}$ $\quad \overline{A} = \{2, 4, 6\}$

$B = \{1, 2, 3\}$ $\quad \overline{B} = \{4, 5, 6\}$

$C = \phi$ $\quad \overline{C} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$

16.5 Se realiza un experimento que consiste en lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6, y anotar el número de la cara superior. Dados estos sucesos: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5, 6\}$ y $C = \{3\}$; halla los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $B \cup C$ y $B \cap C$.

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6\}$; $\quad A \cap B = \{2\}$; $\quad B \cup C = \{2, 3, 5, 6\}$; $\quad B \cap C = \phi$

16.6 En el experimento del ejercicio anterior considera los sucesos $F = \{2, 4\}$ y $G = \{1, 4, 5, 6\}$.

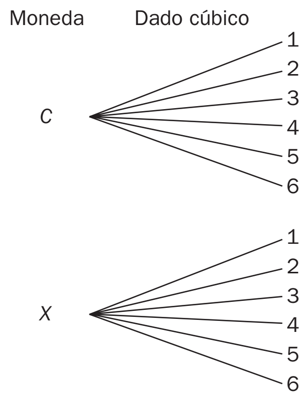
a) Determina los sucesos contrarios de *F* y *G*.

b) Obtén los sucesos $F \cup \overline{F}$, $F \cap \overline{F}$, $G \cup \overline{G}$ y $G \cap \overline{G}$.

a) $\overline{F} = \{1, 3, 5, 6\}$; $\overline{G} = \{2, 3\}$

b) $F \cup \overline{F} = G \cup \overline{G} = E$; $\qquad F \cap \overline{F} = G \cap \overline{G} = \phi$

16.7 Se lanzan una moneda y un dado cúbico. Forma el espacio muestral, construyendo previamente el diagrama en árbol.



$E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, X1, X2, X3, X4, X5, X6\}$

16.8 Se extrae una carta de una baraja española, y se lanza un dado tetraédrico y una moneda. ¿Cuántos resultados diferentes podemos obtener?

Para cada una de las 40 cartas de la baraja hay 4 posibles valores del dado y 2 de la moneda.

$40 \cdot 4 \cdot 2 = 320$ resultados

16.9 En una clase de 3.º de ESO hay 16 chicas y 14 chicos. Se escribe el nombre de cada uno de ellos en una tarjeta y se introducen en una caja las 30 tarjetas. A continuación, se extrae una tarjeta. Halla las siguientes probabilidades.

a) La tarjeta extraída tiene el nombre de un chico.

b) La tarjeta extraída tiene el nombre de una chica.

a) $P = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$

b) $P = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

16.10 En una caja de caramelos hay 10 de menta, 6 de fresa y 5 de anís. Se escoge un caramelo al azar. Halla las siguientes probabilidades.

a) Que el caramelo sea de menta.

b) Que el caramelo sea de fresa.

c) Que el caramelo sea de anís.

a) $P = \frac{10}{21}$

b) $P = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

c) $P = \frac{5}{21}$

16.11 Determina la probabilidad de que al extraer al azar una carta de una baraja española:

a) Sea un caballo.

b) No sea un caballo.

c) Sea una de espadas.

d) No sea una de espadas.

a) $P = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

b) $1 - 0{,}1 = 0{,}9$

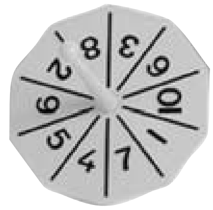
c) $P = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

d) $1 - 0{,}25 = 0{,}75$

16.12 La probabilidad de que mañana llueva es $\frac{2}{7}$. ¿Cuál es la probabilidad de que mañana no llueva?

$P = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

16.13 Se gira la perindola y se anota el número sobre el que se apoya. Si A = "salir número mayor de 3", B = "salir número par" y C = "salir múltiplo de 5", calcula $P(A \cup B)$ y $P(B \cup C)$.



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

16.14 Se lanza un dado octaédrico regular cuyas caras están numeradas del 1 al 8, y anotamos el número de la cara oculta. Si A = "salir número múltiplo de 3", B = "salir número par" y C = "salir número impar", calcula:

a) $P(A \cup B)$ **b) $P(B \cup C)$**

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

b) $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - 0 = 1$

16.15 Se lanzan 3 dados cúbicos con las caras numeradas del 1 al 6.

a) Determina la probabilidad de obtener 3 cincos.

b) Halla la probabilidad de obtener 3 números impares.

a) $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$ b) $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

16.16 En un juego de ordenador aparecen 3 frutas al azar, por ejemplo: PERA - MANZANA - PIÑA .

Si hay programadas 5 frutas diferentes para cada una de las 3 posiciones, calcula la probabilidad de obtener el resultado del ejemplo.

$P = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$

16.17 Se extraen sucesivamente 2 bolas de una urna que contiene 12 bolas amarillas y 7 bolas negras. Halla la probabilidad de que ambas sean amarillas si la primera bola extraída:

a) Se devuelve a la urna.

b) No se devuelve a la urna.

a) $P = \frac{12}{19} \cdot \frac{12}{19} = 0{,}40$ b) $P = \frac{12}{19} \cdot \frac{11}{18} = \frac{22}{57} = 0{,}39$

16.18 En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Se realiza un experimento que consiste en extraer sucesivamente 2 bolas.

Halla la probabilidad de que ambas correspondan a un número impar si la primera bola extraída:

a) Se devuelve a la bolsa.

b) No se devuelve a la bolsa.

a) $P = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100} = 0{,}25$ b) $P = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = 0{,}22$

16.19 Un dado se ha lanzado 20 veces y se ha obtenido 9 veces la cara 6. Después se ha lanzado 10 000 veces y se ha obtenido 1 650 veces la cara 6.

a) ¿Crees que el dado está trucado?

b) ¿Cuál es la probabilidad asignada al suceso "obtener la cara 6"?

a) No

b) $P = \frac{1\,650}{10\,000} = 0{,}165$

16.20 Con la ayuda de una calculadora, elige ocho números del 0 al 99. Explica detalladamente el proceso seguido.

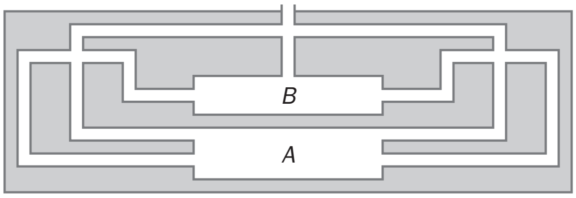
Respuesta abierta. Se obtiene un número aleatorio (entre 0 y 1) usando la tecla RAN# de la calculadora. Se multiplica por 100 dicho número. Se suprime la parte decimal.

16.21 Simula con tu calculadora el resultado de una quiniela de 15 partidos.

Respuesta abierta.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

16.22 En una caseta del parque de atracciones los usuarios tienen la posibilidad de entrar gratis en este laberinto.

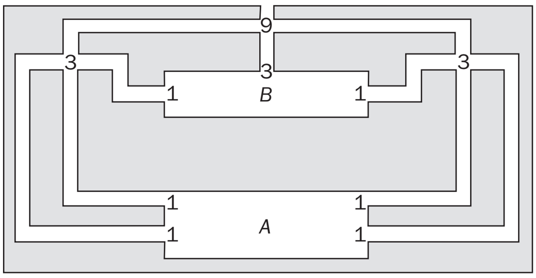


Si acaban en el recinto *A*, no tienen que pagar la atracción, pero si acaban en el recinto *B*, han de pagar el doble. ¿Cuál es la probabilidad de acabar en el recinto *A*? ¿Y en el recinto *B*?

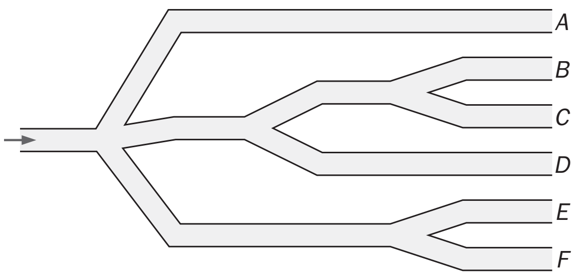
El diagrama tiene 9 bifurcaciones. Partimos de 9 visitantes al principio del laberinto. Distribuimos las personas a partes iguales en cada bifurcación del laberinto.

En el recinto *A* entrarán 4 personas: $P(A) = \frac{4}{9}$.

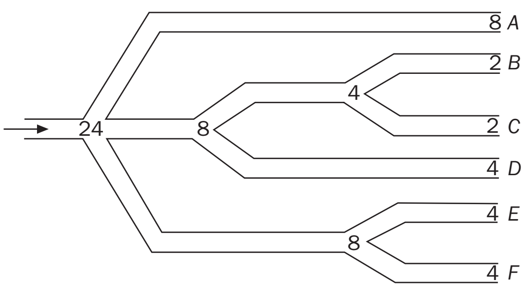
En el recinto *B* entrarán las otras 5 restantes: $P(B) = \frac{5}{9}$.



16.23 Una persona entra en el laberinto de la figura.



Halla la probabilidad de que llegue a cada uno de los extremos.



$P(A) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ $\qquad$ $P(D) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

$P(B) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ $P(E) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

$P(C) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ $P(F) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Experimentos y sucesos aleatorios

16.24 Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios.

a) Número de personas que suben a un autobús en una parada.

b) Aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo.

c) Conocer el ganador de la Liga de Campeones.

d) Calcular la raíz cuadrada de un número.

a) Aleatorio
b) No aleatorio
c) Aleatorio
d) No aleatorio

16.25 Se considera el experimento aleatorio consistente en sacar una bola de una urna en la que hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Determina:

a) El espacio muestral.

b) El suceso A = "sacar un número par".

c) El suceso B = "sacar un número mayor que 3".

d) Los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$. ¿Son A y B incompatibles?

e) El suceso contrario de B.

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
b) $A = \{2, 4, 6, 8\}$
c) $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
d) $A \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cap B = \{4, 6, 8\}$, A y B no son incompatibles.
e) $\overline{B} = \{1, 2, 3\}$

16.26 Se lanza un dado cúbico. Indica los sucesos elementales que forman cada uno de estos sucesos.

a) Sacar un múltiplo de 3.

b) Sacar un número menor que 4.

c) Sacar un 0.

d) Sacar un número primo mayor que 3.

e) Sacar un número menor que 7.

a) $A = \{3, 6\}$
b) $B = \{1, 2, 3\}$
c) Suceso imposible: ϕ
d) $D = \{5\}$
e) Suceso seguro: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Técnicas de recuento

16.27 Un experimento consiste en lanzar sucesivamente una moneda y un dado octaédrico. ¿Cuántos resultados posibles tiene este experimento? Utiliza un diagrama en árbol para orientarte.

Resultados posibles: 16. $E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8\}$

16.28 Sonia tiene 2 pantalones de deporte, 4 camisetas y 3 pares de zapatillas. ¿De cuántas formas distintas se puede vestir para hacer ejercicio?

Resultados posibles: $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$

16.29 Con las letras de la palabra AMOR formamos todas las palabras posibles de cuatro letras, tengan o no sentido, sin repetir ninguna. ¿Cuántos resultados posibles podemos obtener?

Resultados posibles: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

16.30 ¿Cuántos números de dos cifras se pueden escribir utilizando los dígitos {2, 4, 6, 8}?

Resultados posibles: $4 \cdot 4 = 16$

Probabilidad de sucesos

16.31 Elegida una persona al azar, calcula la probabilidad de que la última cifra de su DNI sea:

a) El 8. **b) Un número par.** **c) Un múltiplo de 4.**

a) $P(A) = \frac{1}{10}$ b) $P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ c) $P(C) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

16.32 En una urna hay 30 bolas numeradas del 1 al 30. Se extrae una bola al azar. Calcula la probabilidad de que la bola extraída:

a) Sea un número par.

b) Sea un número que termina en 0.

c) Sea un múltiplo de 5.

d) No sea un múltiplo de 3.

a) $P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

b) $P(B) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

c) $P(C) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

d) $P(D) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

16.33 Se elige al azar una carta de la baraja española de 40 cartas. Halla la probabilidad de que la carta extraída:

a) Sea un rey.

b) No sea un rey.

c) Sea una copa.

d) Sea el rey de copas.

e) Sea un rey o una copa.

f) Sea un rey y no sea copa.

a) $P(A) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

c) $P(C) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

d) $P(D) = \frac{1}{40}$

e) $P(E) = \frac{13}{40}$

f) $P(F) = \frac{3}{40}$

16.34 En una caja hay 2 bolas negras, 4 bolas azules y 3 verdes. Calcula la probabilidad de que al extraer una bola al azar:

a) Sea negra.

b) Sea negra o azul.

c) No sea roja.

d) Sea roja

e) No sea azul.

f) Sea azul y negra.

a) $P(A) = \frac{2}{9}$

b) $P(B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

c) $P(C) = \frac{9}{9} = 1$

d) $P(D) = 0$ (suceso imposible)

e) $P(E) = \frac{5}{9}$

f) $P(F) = 0$ (suceso imposible)

16.35 Calcula la probabilidad de que la última cifra de un número de teléfono sea:

a) Un 7.

b) Un múltiplo de 3.

c) Mayor que 5.

d) Menor que 2.

a) $P(A) = \frac{1}{10}$

b) $P(B) = \frac{3}{10}$

c) $P(C) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

d) $P(D) = \frac{3}{10}$

16.36 Se lanza un dado al aire y se consideran estos sucesos:

A = "sacar un número par"

B = "sacar menos que 3"

C = "sacar un 5"

Forma los siguientes sucesos y halla su probabilidad.

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \cup B \cup C$

d) $B \cup C$

e) $A \cap C$

f) $A \cap B \cup C$

a) $A \cup B = \{1, 2, 4, 6\}$, $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $A \cap B = \{2\}$, $P = \frac{1}{6}$

c) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 4, 5, 6\}$, $P = \frac{5}{6}$

d) $B \cup C = \{1, 2, 5\}$, $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

e) $A \cap C = \phi$, $P = 0$

f) $A \cap B \cup C = \{2, 5\}$, $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Experimentos compuestos

16.37 Calcula la probabilidad de que, al sacar sucesivamente dos cartas de una baraja española, las dos sean caballo.

a) Si se devuelve al mazo la primera.

b) Si no se devuelve.

a) $P(A) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \frac{1}{100}$ b) $P(B) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

16.38 Una bolsa contiene 4 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se extraen, sin devolución, 2 bolas de la bolsa. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) Se extraen las dos rojas.

b) No se extrae ninguna bola verde.

a) $P(A) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$ b) $P(B) = \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{7}{12}$

16.39 En una clase de 3.º de ESO hay 12 chicas y 16 chicos. Se eligen dos personas al azar.

Calcula la probabilidad de que:

a) Las dos sean chicas.

b) Sean una chica y un chico.

a) $P(A) = \frac{12}{28} \cdot \frac{11}{27} = \frac{11}{63}$ b) $P(B) = \frac{12}{28} \cdot \frac{16}{27} + \frac{16}{28} \cdot \frac{12}{27} = \frac{32}{63}$

16.40 En una urna hay 5 bolas blancas y 4 negras. Sacamos una bola y, sin devolverla a la urna, sacamos otra. Calcula:

a) La probabilidad de que ambas sean de distinto color.

b) La probabilidad de que ambas sean blancas.

c) La probabilidad de que ambas sean del mismo color.

d) La probabilidad de que ambas sean de distinto color, considerando que ha habido devolución a la urna de la bola extraída.

a) $P(A) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{9}$

b) $P(B) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$

c) $P(C) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4}{9}$

d) $P(D) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{9} = \frac{40}{81}$

Probabilidad experimental y simulación

16.41 Una señora está esperando un hijo. Se trata de buscar experimentalmente la probabilidad de que sea una niña. ¿Cuáles de las siguientes simulaciones son válidas para la comprobación experimental de dicha probabilidad?

a) Lanzar un dado, y si sale par, representa un niño, y si sale impar, una niña.

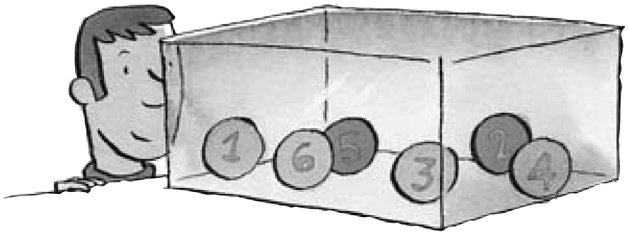
b) Meter en una urna 3 bolas verdes y 4 rojas. Si sale una bola verde, representa un niño, y si sale roja, una niña.

c) Tirar una moneda al aire. Si sale cara, representa un niño, y si sale cruz, una niña.

La a y la c

CUESTIONES PARA ACLARARSE

16.42 Sacamos una bola de la urna de la figura.



Completa la siguiente tabla.

Suceso	Resultados favorables	Probabilidad
Sea azul	**{1, 3, 4, 6}**	**4/6 = 2/3**
Sea par	{2, 4, 6}	3/6 = 1/2
Sea naranja impar	{5}	1/6
Sea naranja	{2, 5}	2/6 = 1/3

16.43 Dos sucesos contrarios, ¿son incompatibles? Dos sucesos incompatibles, ¿son contrarios? Razona las respuestas.

Los sucesos contrarios son siempre incompatibles porque no se pueden dar a la vez, pero dos sucesos incompatibles no tienen por qué ser contrarios. Por ejemplo, ser hombre es incompatible con tener un embarazo, pero los dos sucesos no son contrarios.

16.44 El suceso intersección de dos sucesos contrarios, ¿es el suceso imposible?

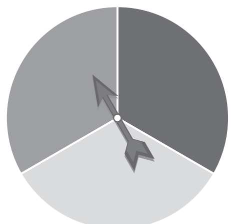
Sí, porque $P(A \cap \overline{A}) = 0$

16.45 Calcula la probabilidad de que al hacer girar la ruleta, se pare en uno de estos colores.

a) Rojo.

b) Amarillo.

c) Azul o rojo.



a) $P(R) = \frac{1}{3}$ b) $P(Am) = \frac{1}{3}$ c) $P(Az \cup R) = \frac{2}{3}$

16.46 En cada uno de los siguientes experimentos aleatorios, señala si los sucesos elementales que forman el espacio muestral son o no equiprobables.

a) Al tirar un dado, que salga un número par o impar.

b) Obtener una nota de 0 a 10 en un test contestando al azar.

c) Las posibles sumas de las puntuaciones obtenidas al lanzar dos dados.

a) Equiprobables b) Equiprobables c) No equiprobables

16.47 **¿Puede ocurrir que $P(M) = 0{,}4$; $P(N) = 0{,}6$; $P(M \cup N) = 0{,}\ 7$ y $P(M \cap N) = 0{,}2$?**

No, puesto que $P(M \cup N) \neq P(M) + P(N) - P(M \cap N) \Leftrightarrow 0{,}7 \neq 0{,}4 + 0{,}6 - 0{,}2 = 0{,}8$

16.48 **Si A y B son sucesos incompatibles, tales que $P(A \cup B) = 1$, ¿cómo son A y B?**

Contrarios, pues $P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(B)$

16.49 **¿De qué depende el que sea mínima la diferencia entre el resultado que se obtiene al realizar una experiencia de simulación y la probabilidad teórica del suceso estudiado?**

Si la simulación está bien planteada, cuanto mayor sea el número de veces que se realice dicha simulación, más cercano estará el resultado experimental y el teórico.

PROBLEMAS PARA APLICAR

16.50 En una familia con 3 hijos se consideran los siguientes sucesos.

A = "el hijo mayor es un chico".

B = "los dos hijos pequeños son chicas".

C = "al menos uno de los hijos es chico".

a) ¿Son A y B independientes?

b) ¿Son B y C incompatibles?

c) ¿Cuál es el suceso contrario de C?

a) Sí, el sexo del hijo mayor no condiciona el de los dos pequeños.

b) No, el mayor puede ser chico.

c) "Todos los hijos son chicas".

16.51 Se lanza una moneda 2 veces. Calcula la probabilidad de estos sucesos.

a) Salir dos cruces.

b) Salir al menos una cara.

a) $P(X \cap X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) Es el suceso contrario al anterior: $1 - P(X \cap X) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

16.52 Calcula la probabilidad de que, al lanzar 2 dados al aire, la suma de puntos que se consigue sea siete.

Casos posibles: 36; casos favorables: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) $\Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

16.53 Se lanza un dado. Determina la probabilidad de que haya salido un 2, sabiendo que ha salido un número menor que 5.

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

16.54 Considera los números de tres cifras. ¿Cuál es la probabilidad de que, elegido uno al azar, sus 3 dígitos sean distintos?

Casos posibles: $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$; casos favorables: $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648 \Rightarrow P(A) = \frac{648}{900} = \frac{18}{25}$

16.55 ¿De cuántas formas diferentes se pueden rellenar los quince partidos de una quiniela con 1, *X*, 2?

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3 = 3^{15}$$

16.56 En un garaje hay 4 coches de la marca *A*, de los cuales 2 son negros, y 6 coches de la marca *B*, de los cuales 4 son negros. Calcula la probabilidad de que al elegir un coche al azar:

a) Sea de la marca *A*

b) Sea negro.

c) Sea negro de la marca *A*.

d) Sea de la marca *B*, pero no negro.

e) Sabiendo que es negro, sea de la marca *B*.

f) Sabiendo que es de la marca *A*, sea negro.

a) $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) $P(B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c) $P(C) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

d) $P(D) = \frac{2}{10} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

e) $P(E) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

f) $P(F) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

16.57 En una nevera hay 6 tomates verdes, 4 tomates rojos, 3 limones y 5 naranjas. Sacamos una pieza al azar. Halla la probabilidad de:

a) Sacar un tomate verde.

b) No sacar un tomate.

c) Sabiendo que es un tomate, que sea rojo.

a) $P(A) = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ b) $P(B) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ c) $P(C) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

16.58 Un bombo tiene 3 bolas numeradas del 1 al 3, y un segundo bombo tiene 5 bolas numeradas del 1 al 5. Se saca una bola del primer bombo y, a continuación, una bola del segundo.

Calcula la probabilidad de que salga:

a) El número 34.

b) Un número mayor que 15.

c) Un número menor que 30.

a) $P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$

b) $P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{2}{3}$

c) $P(C) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{2}{3}$

16.59 **En la lotería primitiva se extraen de un bombo bolas numeradas del 1 al 49. Se extrae la primera bola.**

a) ¿Es más probable que acabe en 5 que en 0?

b) ¿Es más probable que sea un número par o que sea menor que 24?

c) ¿Es más probable que sea un número de dos cifras que empiece por 3 o que sea un número múltiplo de 3?

a) En 5, pues $P(5) = \frac{5}{59}$; $P(0) = \frac{4}{49}$

b) Par, pues $P(\text{P}) = \frac{24}{49}$ y $P(< 24) = \frac{23}{49}$

c) Es más probable que sea múltiplo de tres, pues $P(A) = \frac{10}{49}$; $P(B) = \frac{16}{49}$.

16.60 **En una bolsa hay 6 monedas de 50 céntimos, 4 de un euro y 5 de dos euros. Sacamos una moneda al azar y, sin devolverla a la bolsa, sacamos una segunda moneda. Calcula la probabilidad de sacar en total:**

a) Cuatro euros.

b) Más de un euro.

c) Menos de cuatro euros.

a) Es el suceso "las dos monedas sean de 2 €", $P(A) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21}$.

b) Es el suceso contrario a "las dos monedas son de 50 céntimos", $1 - P(B) = 1 - \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{6}{7}$.

c) Es el suceso contrario al del apartado a: $P(\overline{A}) = 1 - \frac{2}{21} = \frac{19}{21}$.

16.61 **En el camino de casa a su colegio, Clara tiene que cruzar dos semáforos. La probabilidad de que cada uno de ellos se encuentre en verde al llegar Clara es del 30 %. Tienes bolas verdes y rojas para realizar una simulación experimental que sirva para calcular la probabilidad de que Clara se encuentre en su trayecto al colegio los dos semáforos en verde. ¿Cuántas bolas debes usar de cada color para efectuar la simulación? Explica en qué consiste y compara el resultado que obtienes con su probabilidad teórica.**

3 bolas verdes y 7 rojas. Si sacas una bola verde, es que al llegar al semáforo está verde, y si la sacas roja, es que está en rojo. Hay que volver a introducir la bola extraída para hacer lo mismo con el segundo semáforo.

R E F U E R Z O

Sucesos aleatorios y técnicas de recuento

16.62 Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas y se consideran los sucesos:

A = "sacar una copa"; B = "sacar un rey"; C = "sacar una carta menor que 5".

Determina estos sucesos.

a) $A \cup B$, $A \cup C$ y $B \cup C$.

b) $A \cap B$, $A \cap C$ y $B \cap C$.

c) $A \cup B \cup C$ y $A \cap B \cap C$.

d) **El suceso contrario de C.**

e) **El suceso contrario de $A \cup B$.**

a) $A \cup B$ = "sacar una copa o un rey"; $A \cup C$ = "sacar una copa o una carta menor que 5"; $B \cup C$ = "sacar un rey o una carta menor que 5".

b) $A \cap B$ = "sacar el rey de copas"; $A \cap C$ = "sacar una copa menor que 5"; $B \cap C$ es un suceso imposible.

c) $A \cup B \cup C$ = "sacar una copa o un rey, o una carta menor que 5"; $A \cap B \cap C$ es un suceso imposible.

d) $\overline{C}$ = "sacar una carta mayor que 4".

e) $\overline{A \cup B}$ = "no sacar ni una copa ni un rey".

Probabilidad de sucesos

16.63 Se extrae una bola de una bolsa que contiene 4 bolas blancas, 5 rojas y 2 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea negra?

$$P(A) = P(\text{blanca}) + P(\text{roja}) = \frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \frac{9}{11}$$

16.64 Calcula la probabilidad de obtener un as o un oro al extraer una carta de una baraja española.

$$P(\text{As} \cup \text{Oro}) = P(\text{As}) + P(\text{oro}) - P(\text{As} \cap \text{Oro}) = \frac{4}{40} + \frac{10}{40} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$$

16.65 Una urna contiene 8 bolas rojas, 5 verdes y 9 azules. Determina la probabilidad de que al extraer una bola al azar:

a) Sea verde.

b) Sea roja o azul.

a) $P(V) = \dfrac{5}{22}$

b) $P(R \cup A) = \dfrac{17}{22}$. Son sucesos complementarios. $\overline{V} = R \cup A$.

16.66 El dominó es un juego en el que la cara superior de las fichas está dividida en dos cuadrados, cada uno de los cuales lleva marcados de 0 a 6 puntos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que, elegida una ficha al azar, la suma de sus puntos sea 12?

b) ¿Y de que sea 5?

c) ¿Y de que no aparezca el 6 en uno de los cuadrados?

a) Casos favorables $(6 - 6) \Rightarrow P(12) = \frac{1}{28}$

b) Casos favorables $(0 - 5)$, $(1 - 4)$, $(2 - 3) \Rightarrow P(5) = \frac{3}{28}$

c) $P(D) = \frac{21}{28}$

Experimentos compuestos

16.67 Se lanza una moneda 3 veces. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Sacar 3 cruces.

b) Obtener al menos una cara.

a) $P(X \cap X \cap X) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

b) Es el suceso contrario a que salgan todas cruces, $1 - P(X \cap X \cap X) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

16.68 Cristina lanza 2 dados. Halla la probabilidad de que la suma de sus puntos sea nueve.

Casos favorables: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) $\Rightarrow P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

AMPLIACIÓN

16.69 Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}3$ y $P(B) = 0{,}2$. ¿Es posible que $P(A \cup B) = 0{,}6$?

No, porque $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0{,}6 = 0{,}3 + 0{,}2 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = -0{,}1$, y la probabilidad de cualquier suceso no puede ser negativa.

16.70 Calcula la probabilidad del suceso A, sabiendo que $2 \cdot P(A) + P(\overline{A}) = 1{,}4$.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot P(A) + P(\overline{A}) = 1{,}4 \\ P(A) + P(\overline{A}) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow P(A) = 0{,}4$$

16.71 Considera los números de 5 cifras.

a) ¿Cuántos son capicúas?

b) ¿Cuántos son impares?

c) ¿Cuántos tienen las cinco cifras distintas?

d) ¿Cuántos son pares, capicúas y mayores de 50 000?

a) $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 = 900$

b) $\dfrac{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{2} = 45\,000$

c) $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27\,216$

d) $2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 = 200$

16.72 Si A y B son dos sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ y $P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{5}$, calcula $P(A \cup B)$.

A es la unión de dos sucesos incompatibles,

$A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \Rightarrow P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \overline{B})$. Entonces,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) + P(A \cap \overline{B}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$$

16.73 En una caja hay un número desconocido de bolas blancas y una bola negra. Se extraen de la caja simultáneamente dos bolas al azar, sin reemplazamiento. Si la probabilidad de que ambas sean blancas es 0,5, calcula el número de bolas blancas que hay en la caja.

Sea x el número de bolas blancas,

$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x-1}{x+1} = 0{,}5 \Rightarrow x - 1 = 0{,}5x + 0{,}5 \Rightarrow 0{,}5x = 1{,}5 \Rightarrow x = 3$$

16.74 En una reunión se junta un grupo de personas con las características de la tabla.

	Donante	No donante
Hombre	**8**	**4**
Mujer	**12**	**6**

Calcula la probabilidad de que, al elegir una persona al azar:

a) Sea hombre.

b) No sea donante.

c) Sea mujer donante.

d) Sabiendo que es un hombre, no sea donante.

a) $P(H) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

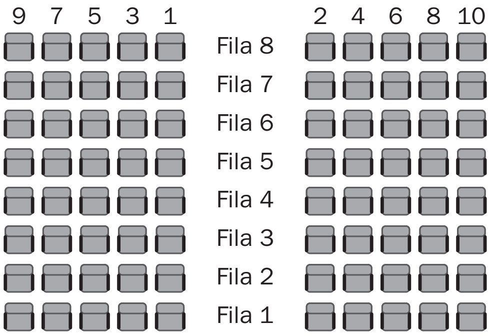
b) $P(\overline{D}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

c) $P(M \cap D) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

d) $P(\overline{D}_H) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

16.75 La compañía



Elena ha ido al cine con cuatro amigos, pero no han podido conseguir entradas para sentarse todos juntos.

Tienen las butacas 3 y 5 de la fila 6, y las butacas 6, 8 y 10 de la fila 1.

Como los asientos tienen ubicaciones diferentes, deciden repartir las entradas al azar.

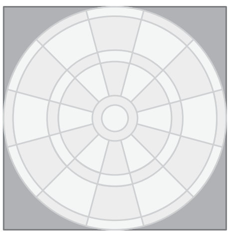
¿Qué es más fácil, que Elena no se siente en la fila 1 o que esté sentada entre dos de sus amigos?

La probabilidad de que Elena no se siente en la Fila 1 es $\frac{2}{5}$.

La probabilidad que Elena esté sentada entre dos amigos es $\frac{1}{5}$ ya que, para que esto ocurra, sólo existe la posibilidad de que ocupe el asiento 8 de la fila 1.

Por tanto, es más fácil la primera condición.

16.76 La diana



La diana de la figura está formada por un círculo inscrito en un cuadrado.

Se considera que al lanzar un dardo, siempre cae dentro del cuadrado y que tiene la misma probabilidad de hacerlo en cualquier punto de las dos zonas.

Si el dardo acierta en la zona amarilla, se obtiene un punto.

Si el dardo acierta en la zona verde, se obtienen dos puntos.

a) Calcula la probabilidad de que al tirar un dardo se obtenga un punto.

b) Calcula la probabilidad de que al lanzar dos dardos se obtengan tres puntos.

Si el lado del cuadrado mide $2a$ cm, el radio del círculo mide a cm.

Área del cuadrado: $4a^2$; área de la zona amarilla: πa^2; área de la zona verde: $(4 - \pi)a^2$

Probabilidad de acertar en la zona amarilla: $\frac{\text{Área de la zona amarilla}}{\text{Área del cuadrado}} = \frac{\pi a^2}{4a^2} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785$

Probabilidad de acertar en la zona verde: $\frac{\text{Área de la zona verde}}{\text{Área del cuadrado}} = \frac{(4 - \pi)a^2}{4a^2} = 0{,}215$

a) 0,785

b) $0{,}785 \cdot 0{,}215 + 0{,}215 \cdot 0{,}785 = 0{,}338$

AUTOEVALUACIÓN

16.A1 Indica cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios.

a) El resultado de un partido de baloncesto.

b) El lanzamiento de un dado.

c) El cálculo del área de la superficie de un triángulo.

d) El precio de una llamada de teléfono.

a) Aleatorio

b) Aleatorio

c) No aleatorio

d) No aleatorio

16.A2 En un experimento aleatorio que consiste en sacar una carta de una baraja española, se consideran los siguientes sucesos:

A = "sacar un rey".

B = "sacar una copa".

C = "sacar un número menor que 3".

Determina estos sucesos.

a) El contrario de C.

b) $A \cup B$

c) $B \cap C$

d) $A \cap C$

a) $\overline{C}$ = "sacar un número mayor que 2".

b) $A \cup B$ = "sacar un rey o una copa".

c) $B \cap C$ = "sacar el 1 o el 2 de copas".

d) $A \cap C$ es el suceso imposible.

16.A3 Se lanza un dado cúbico. Calcula la probabilidad de obtener cada uno de estos resultados.

a) Un 6.

b) Un número mayor que 4.

c) Un número menor que 7.

d) Un número impar.

e) Un 2 o un 3.

a) $P(A) = \frac{1}{6}$

b) $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

c) $P(C) = \frac{6}{6} = 1$

d) $P(D) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

e) $P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

16.A4 Si A y B son dos sucesos tales que $P(A) = 0{,}4$; $P(\overline{B}) = 0{,}3$; $P(A \cap B) = 0{,}2$, calcula $P(A \cup B)$.

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}7 - 0{,}2 = 0{,}9$

16.A5 ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos {1, 3, 5}? ¿Cuántos tienen las tres cifras distintas?

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

16.A6 ¿Cuál es la probabilidad de que, al extraer dos cartas de una baraja española, las dos sean oros?

a) Si la primera se devuelve al mazo.

b) Si no se devuelve.

a) $P(O_1 \cap O_2) = \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{16}$

b) $P(O_1 \cap O_2) = \dfrac{10}{40} \cdot \dfrac{9}{39} = \dfrac{9}{156} = \dfrac{3}{52}$

16.A7 Una pareja tiene 3 hijos. Halla la probabilidad de estos sucesos.

a) Los tres son chicos.

b) El mayor es chico y los otros dos chicas.

c) El segundo es chico.

a) $P(A) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

b) $P(B) = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8}$

c) $P(C) = \dfrac{1}{2}$

16.A8 En una urna hay 3 bolas blancas y 2 negras. Se extrae al azar una bola, se anota su color, se devuelve a la urna y, a continuación, se saca una segunda bola. Calcula la probabilidad de que las dos bolas sean:

a) Negras.

b) Blancas.

a) $P(N_1 \cap N_2) = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{25}$

b) $P(B_1 \cap B_2) = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{3}{5} = \dfrac{9}{25}$