

Fracciones Algebraicas

1.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x}$ b) $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^3-2x^2-4x+8}$ c) $\frac{-2x^2+x}{-2x^2+9x-4}$ d) $\frac{4x^3-4x}{x^6+x^5}$

e) $\frac{9x-x^3}{x^3+3x^2}$ f) $\frac{-9+x^2}{x^2+2x-15}$ g) $\frac{ax+by}{ax^2+bxy}$ h) $\frac{x^3+7x^2+12x}{x^3+3x^2-16x-48}$

i) $\frac{9-x^2}{x^2-3x}$ j) $\frac{3x^3-2x^2-7x-2}{x^3-4x}$ k) $\frac{x^3-4x}{x^3+x^2-2x}$ l) $\frac{x^3-16x}{4x^3+32x^2+64x}$

m) $\frac{3x^2+9x}{x^2+2x-3}$ n) $\frac{x^4+2x^3-3x^2}{x^4+2x^3+2x^2+10x-15}$ ñ) $\frac{x^3-19x-30}{x^3-3x^2-10x}$ o) $\frac{x^4-1}{x^4-x^3-x^2-x-2}$

p) $\frac{x^2+6x-7}{2x-2}$ q) $\frac{4x^2-40x+100}{4x^2-100}$ r) $\frac{3x^3-6x^2}{3x^4+24x^3-60x^2}$ s) $\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+2x^2+x}$

Sol: a) $\frac{x-3}{x}$ b) $\frac{x^2-1}{(x-2)^2}$ c) $\frac{x}{x-4}$ d) $\frac{4(x-1)}{x^4}$ e) $\frac{3-x}{x}$ f) $\frac{x+3}{x+5}$ g) $\frac{1}{x}$ h) $\frac{x}{x-4}$ i) $-\frac{x+3}{x}$ j) $\frac{(3x+1)\cdot(x+1)}{x\cdot(x+2)}$

k) $\frac{x-2}{x-1}$ l) $\frac{x-4}{4(x+4)}$ m) $\frac{3x}{x-1}$ n) $\frac{x^2}{(x^2+5)}$ ñ) $\frac{x+3}{x}$ o) $\frac{x-1}{x-2}$ p) $\frac{x+7}{2}$ q) $\frac{x-5}{x+5}$ r) $\frac{1}{x+10}$ s) $\frac{x+1}{x}$

2.- Multiplica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x+1}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{x-5}$ b) $\frac{2x+4}{x^2-9} \cdot \frac{x+3}{x+2}$ c) $\frac{x^3-5x^2+6x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{2x^3-6x^2}$ d) $\frac{5x^3}{x+1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x^2+x}$

e) $\frac{2x-6}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-6x+9}$ f) $\frac{3a+3}{12a-12} \cdot \frac{a^2-2a+1}{a^2-1}$ g) $\frac{x-2}{5x+15} \cdot \frac{5x^2+20x+15}{x+2}$ h) $\frac{x^2-9}{x^3-x^2} \cdot \frac{x^4-x^3}{x^2-3x}$

Sol: a) $\frac{2x+1}{(x-2)(x-5)}$ b) $\frac{2}{x-3}$ c) $\frac{(x-1)\cdot(x-2)}{2x}$ d) $5x^2$ e) $\frac{2(x+2)}{x^2-5x+6}$ f) $\frac{1}{4}$ g) $\frac{(x+1)\cdot(x-2)}{x+2}$ h) $x+3$

3.- Divide las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{1}{2x^2} : \frac{x+3}{4x}$ b) $\frac{1}{8x^3} : \frac{4x+2}{3x^5}$ c) $\frac{4x^2}{x+1} : \frac{x^2-x}{x^2-2x+1}$ d) $\frac{x+2}{2x+3} : \frac{x^2-4}{-6x-4x^2}$

e) $\frac{2x^2}{3x^2-3} : \frac{x}{x+1}$ f) $\frac{x^2-5x+6}{2x+1} : \frac{x-2}{x}$ g) $\frac{-x+7}{x^2-1} : \frac{-x^2+5x+14}{x^2+3x+2}$ h) $\frac{xy}{x^2-y^2} : \frac{y}{x-y}$

Sol: a) $\frac{2}{x(x+3)}$ b) $\frac{3x^2}{16(2x+1)}$ c) $\frac{4x\cdot(x-1)}{x+1}$ d) $\frac{-2x}{x-2}$ e) $\frac{2x}{3x-3}$ f) $\frac{1}{x-1}$ g) $\frac{3}{x-1}$ h) $\frac{x}{x+y}$

4.- Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{2x^2-5x}{x^2-9} - \frac{2x^2-4x+3}{x^2-9}$ b) $\frac{-3x+1}{x+1} - \frac{5x+1}{x^2+x}$ c) $\frac{x}{x^2-3x-4} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x^2-3x-4}{x^3-4x^2-x+4}$

d) $\frac{n}{n^2-1} - \frac{3}{n+1} - \frac{n+2}{n^2+n-2}$ e) $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-3} - \frac{a-1}{a^2-4a+3}$ f) $\frac{5x^2-4}{x^2-4} + \frac{x-2}{5x+15} \cdot \frac{5x^2+20x+15}{x+2}$

g) $\frac{2x-1}{3x-3} - \frac{2x^2-6x+4}{3x^2-6x+3}$ h) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1}$ i) $\frac{3x^2-12x+12}{x^2-5x+6} : \frac{6x^3-54x}{x^3-6x^2+9x}$

j) $\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x} + \frac{1}{x-2}$ k) $\frac{2}{x^2-16} - \frac{1}{x^2+4x}$ l) $\frac{1}{x-2} - \frac{x^2+4x+8}{(x+2)^2\cdot(x-2)} + \frac{1}{x^2-4}$

Sol: a) $\frac{-1}{x-3}$ b) $\frac{-3x-1}{x}$ c) $\frac{4}{(x+1)(x+4)}$ d) $\frac{2-3n}{n^2-1}$ e) $\frac{1}{a-1}$ f) $\frac{x^2}{x-2}$ g) $\frac{1}{x-1}$ h) 0 i) $\frac{x-2}{2(x+3)}$ j) $\frac{x^2+5x-4}{x^3-4x}$ k) $\frac{1}{x(x-4)}$ l) $\frac{1}{(x+2)^2}$

5.- Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right)$ b) $\frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x-1}{x+1}$ c) $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \frac{a+b}{ab}$ d) $\frac{xy}{x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{y} + \frac{y}{x-y}$

e) $\frac{x-2}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{x+3}{x^2-3x+2}$ f) $\frac{x^2-x+9}{x^3-9x} + \frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x}$ g) $\frac{4}{x+1} + \frac{x}{x^2+1} + \frac{x+1}{x-1}$

Sol: a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{2x^3-2x^2-2x}{x^3-2x^2-x+2}$ c) $\frac{-2}{a-b}$ d) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ e) $\frac{x^2+x+11}{x^3-x^2-4x+4}$ f) $\frac{1}{x+3}$ g) $\frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1}$

6.- Opera y simplifica:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \frac{-8x}{x^2+4x+4} + \frac{3x}{x^2+3x+2} & \text{b)} & \frac{5x+5}{x^2+2x} - \frac{5}{x^2} + \frac{4x-5}{x+2} & \text{c)} & \frac{x^2-x-2}{x^3+7x^2+10x} + \frac{1}{x^2+5x} - \frac{1}{x^3} \\ \text{d)} & \frac{1}{x^2} \cdot \left(\frac{3x^3-3x^2-4x}{2x-3} - x^2 \right) & \text{e)} & \left(\frac{-3x^2}{x^2-1} + 4 \right) \cdot \left(\frac{x+1}{x^2-4} \right) & \text{f)} & \left(\frac{2x}{x-5} : \frac{3x^2}{x^2-25} \right) : \frac{2(x+5)}{x} \\ \text{g)} & \left(\frac{1}{x} - 2 + x \right) \cdot \left(\frac{x^3}{x^2-1} \right) & \text{h)} & \left(1 - \frac{1}{x} \right) : \frac{3x-3}{x^6} + \frac{1}{x} & \text{i)} & \left(\frac{2x^2+21}{(x-3)^2} + \frac{7}{x-3} \right) : \frac{2x+7}{x^2-9} \end{array}$$

Sol: a) $-\frac{x(5x+2)}{(x+1)(x+2)^2}$ b) $\frac{4x^3-10}{x^2(x+2)}$ c) $\frac{x^4-x^2-7x-10}{x^3(x+2)(x+5)}$ d) $\frac{x^2-4}{x(2x-3)}$ e) $\frac{1}{x-1}$ f) $\frac{1}{3}$ g) $\frac{x^2(x-1)}{x+1}$ h) $\frac{x^6+3}{3x}$ i) $\frac{x(x+3)}{x-3}$

7.- Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) & \text{b)} & \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x+y}{xy} \right) \cdot \frac{2xy}{x+y} & \text{c)} & \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right) & \text{d)} & \frac{1+\frac{x}{y}}{\frac{x^2-y^2}{x \cdot y \cdot y^2}} & \text{e)} & \frac{\frac{36}{x+y}}{\frac{6}{x-y}} : \frac{\frac{3x}{1}}{\frac{x+y}{x^2-y^2}} \\ \text{f)} & \frac{x^2-4}{a^2-b^2} : \frac{x-2}{a+b} & \text{g)} & \frac{2y}{y-1} - \frac{y-1}{3y} - \frac{3-y}{y} & \text{h)} & \frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1} & \text{i)} & \frac{2a^2-4ab+2b^2}{3x-6} : \frac{a-b}{4x-8} \end{array}$$

Sol: a) 4 b) $\frac{4y}{x+y}$ c) $\frac{3x+1}{x}$ d) 1 e) $\frac{2}{x(x+y)}$ f) $\frac{x+2}{a-b}$ g) $\frac{8y^2-10y+8}{3y^2-3y}$ h) 0 i) $\frac{8a-8b}{3}$

8.- Opera, simplifica si es posible y desarrolla el resultado:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \frac{x^2+2x-3}{x-1} + \frac{3x+1}{2x} - \frac{x^2-2x+1}{3x} & \text{b)} & \frac{x-1}{x-1} + \frac{x-1}{x+3} - \frac{x-3}{x+1} & \text{c)} & \frac{x-2}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{3}{(x-1)^2} \\ \text{d)} & \frac{x^2-1}{x+2} + \frac{3x-3}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+5x+6} & \text{e)} & \frac{x-2}{x+1} - \frac{x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x+1} & \text{f)} & \frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{3x-1}{x^2-1} \\ \text{g)} & \left(\frac{a+1}{a} - \frac{a}{a+2} \right) : \left(1 + \frac{a}{a+2} \right) & \text{h)} & \frac{2}{y-1} \cdot \frac{y^2-1}{y+2} + \frac{5y}{y^2-9} : \frac{1}{y+3} & \text{i)} & \left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} \right) : \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) \end{array}$$

Sol: a) $\frac{4x^2+31x+1}{x^2+3}$ b) $\frac{x^2+4x+11}{x^2+4x+3}$ c) $\frac{2x^3-3x^2-4x-1}{x^3-x^2-x+1}$ d) $\frac{x^3+6x^2+x-6}{x^2+5x+6}$ e) $\frac{x^2+6x+1}{x^2+4x+3}$ f) $\frac{2x^2-x+3}{x^2-1}$ g) $\frac{3a+2}{2a^2+2a}$ h) $\frac{7y^2+6y-10}{y^2-y-6}$ i) $2x-5$

9.- Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \frac{\frac{9+6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{3x^2-x^3}{3x^2+x^3}}{\frac{2x-4}{\frac{3}{4}+\frac{2}{8}} : \frac{2x^2-8x+8}{x-2}} & \text{b)} & \frac{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{4x^2-4x}{x+1}}{\frac{2x^2+14x+20}{x^3-50+2x^2-25x} : \frac{x-5}{2x^3-20x^2+50x}} \\ \text{c)} & \frac{\frac{x^2-1}{2x+2} \cdot \frac{2x^2-8x-10}{x-1}}{\frac{2x+2}{x^2+x-2} : \frac{x+1}{x^3-4x^2-7x+10}} & \text{d)} & \frac{\left(\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-9} \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x+2} \right) : \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4}}{\frac{2x^2-2x}{3x^2+3x-6} \cdot \frac{3x^2+12x+12}{2x}} \\ \text{e)} & \frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}} & \text{f)} & \frac{\frac{x^2-2x+1}{x-1} - \frac{x^2-1}{x+1}}{\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}} & \text{g)} & \frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}} \\ \text{h)} & \frac{\frac{2x-2x^2}{(x+1)^2} - \left(\frac{x^2+3x+2}{(x-1)^2} - \frac{x^2-x+1}{x-1} \right)}{\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} + \frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2}} & \text{i)} & \frac{\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{\frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2+x-6}} & \text{j)} & \frac{\frac{x^2+2x+1}{(x-1)^2} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}}{\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+2x+1}{x+1}} \end{array}$$

Sol: a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 e) 1 f) 0 g) $\frac{x+5}{x-5}$ h) $\frac{x^3-3x^2-x-3}{x^2+3}$ i) $\frac{x(x+3)(x^2-3x+2)}{2}$ j) $\frac{-x^2+2x-2}{x^2}$