

**EJERCICIOS DE ECUACIONES :
DE PRIMER GRADO, SEGUNDO
GRADO, BICUADRADAS, CON X
EN EL DENOMINADOR Y CON
RADICALES**

Ejercicio nº 1.-

Resuelve esta ecuación:

$$3(2x+1) - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x+2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

Ejercicio nº 2.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4x^2 - 16 = 0$

b) $\frac{(2x+5)(3x-1)}{3} + \frac{x^2+5}{2} = \frac{7x-5}{6} + 1$

Ejercicio nº 3.-

Resuelve:

$$\frac{5(3x+1)}{4} - \frac{6x-1}{3} = \frac{-9x}{16} + \frac{2(9x+5)}{8}$$

Ejercicio nº 4.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

b) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = 2 \left[\frac{3x}{10} - \left(\frac{x}{6} - 1 \right) \right]$$

Ejercicio nº 6.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 32 = 0$

b) $\frac{2x^2-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1-x}{6}$

Ejercicio nº 7.-

Resuelve la ecuación:

$$\frac{3(x+1)}{4} - \frac{2x-1}{3} = \frac{-x}{3} + \frac{3(2x-1)}{4}$$

Ejercicio nº 8.-

Resuelve:

a) $18x^2 - 2 = 0$

b) $4(5x+1)^2 - 9 = 0$

Ejercicio nº 9.-

Resuelve:

$$\frac{2}{5}(x+5) - \frac{1}{2}(2x+1) = 2 - \frac{1}{4}(x-3)$$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 - 243 = 0$

b) $2(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 + 5(2x-1)(2x+1) = 0$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x^2-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1-x}{6}$

b) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 2$

b) $\frac{1}{x+2} - \frac{x+2}{x} = \frac{-7}{4}$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve:

a) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$

b) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve las ecuaciones:

a) $2x + \sqrt{6x+1} = 3$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(2x+5)(3x-1)}{3} + \frac{x^2+5}{2} = \frac{7x-5}{6} + 1$

b) $3x^4 - 10x^2 - 8 = 0$

Ejercicio nº16.-

Resuelve:

a) $\sqrt{4x+1} - \sqrt{9x-2} = -1$

b) $\frac{1}{3x} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{12}$

Ejercicio nº 17.-

Resuelve la ecuación:

$2x^4 + 9x^2 - 68 = 0$

Ejercicio nº 18.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x^4+9} - \sqrt{6x^2+1} = 0$

b) $x + \frac{8}{2x} = 5$

Ejercicio nº 19.-

Resuelve:

a) $2(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 + 5(2x-1)(2x+1) = 0$

b) $4x^4 - 25x^2 = 0$

Ejercicio nº 20.-

Resuelve:

a) $\frac{81}{x^3} - 1 = 2$

b) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 3$

Ejercicio nº 21.-

Resuelve:

a) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$

b) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$

Ejercicio nº 22.-

Resuelve las ecuaciones:

a) $2x + \sqrt{6x+1} = 3$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

RESOLUCION DE LOS EJERCICIOS DE ECUACIONES : DE PRIMER GRADO, SEGUNDO GRADO, BICUADRADAS, CON X EN EL DENOMINADOR Y CON RADICALES

Ejercicio nº 1.-

Solución:

$$3(2x+1) - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x+2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

$$6x+3 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} \left[x+2 - \frac{x+1}{3} \right]$$

$$6x+3 - \frac{x+1}{2} = \frac{x}{2} + 1 - \frac{x+1}{6}$$

$$\frac{36x}{6} + \frac{18}{6} - \frac{3x+3}{6} = \frac{3x}{6} + \frac{6}{6} - \frac{x+1}{6}$$

$$36x + 18 - 3x - 3 = 3x + 6 - x - 1$$

$$36x - 3x - 3x + x = 6 - 1 - 18 + 3$$

$$31x = -10$$

$$x = \frac{-10}{31}$$

Ejercicio nº 2.-

Solución:

$$\text{a) } 4x^2 - 16 = 0 \rightarrow 4x^2 = 16 \rightarrow x^2 = \frac{16}{4} = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \quad \begin{matrix} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{matrix}$$

$$\text{b) } \frac{(2x+5)(3x-1)}{3} + \frac{x^2+5}{2} = \frac{7x-5}{6} + 1$$

$$\frac{2(2x+5)(3x-1)}{6} + \frac{3x^2+15}{6} = \frac{7x-5}{6} + \frac{6}{6}$$

$$12x^2 - 4x + 30x - 10 + 3x^2 + 15 - 7x + 5 - 6 = 0$$

$$15x^2 + 19x + 4 = 0 \rightarrow a = 15, b = 19, c = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 240}}{30} = \frac{-19 \pm \sqrt{121}}{30} = \frac{-19 \pm 11}{30} \quad \begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-8}{30} = \frac{-4}{15} \end{matrix}$$

Ejercicio nº 3.-

Solución:

$$\frac{5(3x+1)}{4} - \frac{6x-1}{3} = \frac{-9x}{16} + \frac{2(9x+5)}{8}$$

$$\frac{15x+5}{4} - \frac{6x-1}{3} = \frac{-9x}{16} + \frac{18x+10}{8}$$

$$\frac{180x+60}{48} - \frac{96x-16}{48} = \frac{-27x}{48} + \frac{108x+60}{48}$$

$$180x + 60 - 96x + 16 = -27x + 180x + 60$$

$$180x - 96x + 27x - 108x = 60 - 60 - 16$$

$$3x = -16$$

$$x = \frac{-16}{3}$$

Ejercicio nº 4.-

Solución:

$$a) \ x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow a = 1, b = 3, c = -4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \quad f \quad \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = -4 \end{matrix}$$

$$b) \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9}$$

$$x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2x}{3} = \frac{10}{9} \rightarrow x^2 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

$$x^2 = \frac{9}{9} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm \sqrt{1} \quad f \quad \begin{matrix} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

Ejercicio nº 5.-

Solución:

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = 2 \left[\frac{3x}{10} - \left(\frac{x}{6} - 1 \right) \right]$$

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = 2 \left[\frac{3x}{10} - \frac{x}{6} + 1 \right]$$

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{x+1}{3} = \frac{6x}{10} - \frac{2x}{6} + 2$$

$$\frac{12x+6}{30} - \frac{10x+10}{30} = \frac{18x}{30} - \frac{10x}{30} + \frac{60}{30}$$

$$12x + 6 - 10x - 10 = 18x - 10x + 60$$

$$12x - 10x - 18x + 10x = 60 - 6 + 10$$

$$-6x = 64$$

$$x = \frac{64}{-6} = \frac{-32}{3} \rightarrow x = \frac{-32}{3}$$

Ejercicio nº 6.-

Solución:

$$\text{a) } 2x^2 - 32 = 0 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16$$

$$x = \pm \sqrt{16} \text{ f } x_1 = -4, x_2 = 4$$

$$\text{b) } \frac{2x^2 - 1}{2} - \frac{x - 1}{3} = \frac{1 - x}{6}$$

$$\frac{6x^2 - 3}{6} - \frac{2x - 2}{6} = \frac{1 - x}{6}$$

$$6x^2 - 3 - 2x + 2 = 1 - x$$

$$6x^2 - 2x + x - 3 + 2 - 1 = 0$$

$$6x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow a = 6, b = -1, c = -2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12} \text{ f } x_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

Ejercicio n° 7.-

Solución:

$$\frac{3(x+1)}{4} - \frac{2x-1}{3} = \frac{-x}{3} + \frac{3(2x-1)}{4}$$

$$\frac{3x+3}{4} - \frac{2x-1}{3} = \frac{-x}{3} + \frac{6x-3}{4}$$

$$\frac{9x+9}{12} - \frac{8x-4}{12} = \frac{-4x}{12} + \frac{18x-9}{12}$$

$$9x + 9 - 8x + 4 = -4x + 18x - 9$$

$$9x - 8x + 4x - 18x = -9 - 9 - 4$$

$$-13x = -22$$

$$x = \frac{-22}{-13} = \frac{22}{13} \rightarrow x = \frac{22}{13}$$

Ejercicio n° 8.-

Solución:

$$\text{a) } 18x^2 - 2 = 0 \rightarrow 18x^2 = 2 \rightarrow x^2 = \frac{2}{18} = \frac{1}{9} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{9}} \text{ f } x_1 = \frac{-1}{3}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } 4(5x + 1)^2 - 9 = 0 \rightarrow 4(25x^2 + 10x + 1) - 9 = 0$$

$$100x^2 + 40x + 4 - 9 = 0 \rightarrow 100x^2 + 40x - 5 = 0$$

$$20x^2 + 8x - 1 = 0 \rightarrow a = 20, b = 8, c = -1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{40} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{40} = \frac{-8 \pm 12}{40} f \quad \begin{matrix} x_1 = \frac{-20}{40} = \frac{-1}{2} \\ x_2 = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} \end{matrix}$$

Ejercicio nº 9.-

Solución:

$$\frac{2}{5}(x+5) - \frac{1}{2}(2x+1) = 2 - \frac{1}{4}(x-3)$$

$$\frac{2x+10}{5} - \frac{2x+1}{2} = 2 - \frac{x-3}{4}$$

$$\frac{8x+40}{20} - \frac{20x+10}{20} = \frac{40}{20} - \frac{5x-15}{20}$$

$$8x + 40 - 20x - 10 = 40 - 5x + 15$$

$$8x - 20x + 5x = 40 + 15 - 40 + 10$$

$$-7x = 25$$

$$x = \frac{25}{-7} = \frac{-25}{7} \rightarrow x = \frac{-25}{7}$$

Ejercicio nº 10.-

Solución:

$$a) 3x^2 - 243 = 0 \rightarrow 3x^2 = 243 \rightarrow x^2 = \frac{243}{3} = 81 \rightarrow x = \pm\sqrt{81} f \quad \begin{matrix} x_1 = -9 \\ x_2 = 9 \end{matrix}$$

$$b) 2(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 + 5(2x-1)(2x+1) = 0$$

$$2(4x^2 + 4x + 1) - 3(4x^2 - 4x + 1) + 5(4x^2 - 1) = 0$$

$$8x^2 + 8x + 2 - 12x^2 + 12x - 3 + 20x^2 - 5 = 0$$

$$16x^2 + 20x - 6 = 0 \rightarrow 8x^2 + 10x - 3 = 0 \rightarrow a = 8, b = 10, c = -3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{16} = \frac{-10 \pm \sqrt{196}}{16} = \frac{-10 \pm 14}{16} f \quad \begin{matrix} x_1 = \frac{-24}{16} = \frac{-3}{2} \\ x_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{matrix}$$

Ejercicio nº 11.-

Solución:

a) Multiplicamos los dos miembros por 6:

$$3(2x^2 - 1) - 2(x - 1) = 1 - x \rightarrow 6x^2 - 3 - 2x + 2 = 1 - x \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12} \quad f \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$, \quad \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

Las soluciones son $x_1 = \frac{2}{3}$ y $x_2 = \frac{-1}{2}$.

b) Por ser bicuadrada, hacemos el cambio $x^2 = z$:

$$z^2 - 26z + 25 = 0 \rightarrow z = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{2} = \frac{26 \pm \sqrt{576}}{2} = \frac{26 \pm 24}{2} \quad f \quad \frac{2}{2} = 1$$

$$, \quad \frac{50}{2} = 25$$

$$\text{Si } z = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Si } z = 25 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$$

Las soluciones de esta ecuación son $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 5$ y $x_4 = -5$.

Ejercicio nº 12.-

Solución:

a) $\sqrt{x-2} = 2 - \sqrt{x}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x - 2 = 4 + x - 4\sqrt{x} \rightarrow 4\sqrt{x} = 6 \rightarrow 2\sqrt{x} = 3$$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$$4x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{4} \text{ es la posible solución.}$$

Lo comprobamos:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{\frac{9}{4}} - 2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 2 = \frac{4}{2} = 2$$

Luego $x = \frac{9}{4}$ es la solución buscada.

b) Multiplicamos ambos miembros por $4x(x+2)$:

$$4x - 4(x+2)^2 = -7x(x+2) \rightarrow 4x - 4(x^2 + 4x + 4) = -7x^2 - 14x \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x - 4x^2 - 16x - 16 = -7x^2 - 14x \rightarrow 3x^2 + 2x - 16 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{-2 \pm 14}{6} \quad f \quad 2$$

$$, \quad \frac{-16}{6} = \frac{-8}{3}$$

Comprobamos estas soluciones sobre la ecuación:

$$\frac{1}{4} - \frac{4}{2} = \frac{1-8}{4} = \frac{-7}{4} \rightarrow 2 \text{ es solución.}$$

$$\frac{1}{\frac{-8}{3}+2} - \frac{\frac{-8}{3}+2}{\frac{-8}{3}} = \frac{1}{\frac{-2}{3}} - \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{-8}{3}} = -\frac{3}{2} - \frac{2}{8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4} \rightarrow \frac{-8}{3} \text{ es solución.}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$ y $x_2 = \frac{-8}{3}$.

Ejercicio nº 13.-

Solución:

$$a) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9} \rightarrow x^2 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{9}{9} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

Las soluciones son $x_1 = 1$ y $x_2 = -1$.

b) Ecuación bicuadrada; hacemos $x^2 = z$ y obtenemos:

$$z^2 - 48z - 49 = 0 \rightarrow z = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 196}}{2} = \frac{48 \pm 50}{2} \quad f \quad \begin{matrix} \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{98}{2} = 49 \end{matrix}$$

Si $z = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ no hay solución real

Si $z = 49 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm 7$

Las soluciones son $x_1 = 7$ y $x_2 = -7$.

Ejercicio nº 14.-

Solución:

$$a) \sqrt{6x+1} = 3 - 2x$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$6x+1 = 9 - 12x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} \quad \begin{matrix} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{4} = 4 \end{matrix}$$

Comprobamos las posibles soluciones sobre la ecuación:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{6}{2}+1} = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ es solución}$$

$$8 + \sqrt{24+1} = 8 + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \rightarrow x = 4 \text{ no es solución}$$

La única solución es $x = \frac{1}{2}$.

b) Multiplicamos ambos miembros por $4(x+1)(x-1)$:

$$\begin{aligned} 4x(x-1) + 8x(x+1) &= 15(x+1)(x-1) \rightarrow \\ \rightarrow 4x^2 - 4x + 8x^2 + 8x &= 15x^2 - 15 \rightarrow \\ \rightarrow 12x^2 + 4x &= 15x^2 - 15 \rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6} \quad f \quad \frac{18}{6} = 3 \\ &\quad , \quad \frac{-10}{6} = \frac{-5}{3} \end{aligned}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\frac{3}{3+1} + \frac{6}{3-1} = \frac{3}{4} + \frac{6}{2} = \frac{3+12}{4} = \frac{15}{4} \rightarrow 3 \text{ es solución.}$$

$$\begin{aligned} \frac{-5}{\frac{-5}{3}+1} + \frac{-10}{\frac{-5}{3}-1} &= \frac{-5}{-\frac{2}{3}} + \frac{-10}{-\frac{8}{3}} = \frac{5}{2} + \frac{10}{8} = \frac{20+10}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \rightarrow -\frac{5}{3} \text{ es solución.} \end{aligned}$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{-5}{3}$.

Ejercicio nº 15.-

Solución:

a) Multiplicamos ambos miembros por 6:

$$\begin{aligned} 2(2x+5)(3x-1) + 3(x^2+5) &= 7x-5+6 \rightarrow \\ \rightarrow 12x^2 - 4x + 30x - 10 + 3x^2 + 15 &- 7x + 5 - 6 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow 15x^2 + 19x + 4 &= 0 \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 240}}{30} = \frac{-19 \pm \sqrt{121}}{30} = \frac{-19 \pm 11}{30} \quad f \quad \frac{-30}{30} = -1 \\ &\quad , \quad \frac{-8}{30} = \frac{-4}{15} \end{aligned}$$

Las soluciones son $x_1 = -1$ y $x_2 = \frac{-4}{15}$.

b) Haciendo $x^2 = z$, se obtiene: $3z^2 - 10z - 8 = 0$

$$\begin{aligned} z &= \frac{10 \pm \sqrt{100 + 96}}{6} = \frac{10 \pm 14}{6} \quad f \quad \frac{24}{6} = 4 \\ &\quad , \quad \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Si } z = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Si } z = \frac{-2}{3} \rightarrow x^2 = \frac{-2}{3} \rightarrow \text{no hay solución real.}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$.

Ejercicio nº 16.-

Solución:

$$\text{a) } \sqrt{4x+1} = -1 + \sqrt{9x-2}$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$$4x+1 = 1 + (9x-2) - 2\sqrt{9x-2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x+1 = 9x-1-2\sqrt{9x-2} \rightarrow 2\sqrt{9x-2} = 5x-2$$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$$4(9x-2) = 25x^2 - 20x + 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 36x-8 = 25x^2 - 20x + 4 \rightarrow 25x^2 - 56x + 12 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{56 \pm \sqrt{3136-1200}}{50} = \frac{56 \pm \sqrt{1936}}{50} = \frac{56 \pm 44}{50} \quad f \quad \frac{100}{50} = 2$$

$$\quad \quad \quad \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

Comprobamos las dos posibles soluciones, sustituyendo en la ecuación inicial:

$$\sqrt{4 \cdot 2 + 1} - \sqrt{9 \cdot 2 - 2} = \sqrt{9} - \sqrt{16} = 3 - 4 = -1 \rightarrow 2 \text{ es solución}$$

$$\sqrt{\frac{24}{25} + 1} - \sqrt{\frac{54}{25} - 2} = \sqrt{\frac{49}{25}} - \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{7}{5} - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1 \rightarrow \frac{6}{25} \text{ no es solución}$$

La única solución es $x = 2$.

b) Multiplicamos ambos miembros por $12x^2$, que es el m.c.m. de los denominadores:

$$4x+12 = 5x^2 \rightarrow 5x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 240}}{10} = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{10} = \frac{4 \pm 16}{10} \quad f \quad \frac{20}{10} = 2$$

$$\quad \quad \quad \frac{-12}{10} = \frac{-6}{5}$$

Comprobación:

$$x = 2 \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12} \rightarrow 2 \text{ es solución.}$$

$$x = \frac{-6}{5} \rightarrow -\frac{5}{18} + \frac{25}{36} = \frac{-10+25}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{-6}{5} \text{ es solución.}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$ y $x_2 = \frac{-6}{5}$.

Ejercicio nº 17.-**Solución:**b) $2x^4 + 9x^2 - 68 = 0$ equivale a $2z^2 + z - 68 = 0$, siendo $z = x^2$.

$$z = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 544}}{4} = \frac{-9 \pm \sqrt{625}}{4} = \frac{-9 \pm 25}{4} \quad f \quad \frac{-34}{4} = \frac{-17}{2}$$

$$\frac{16}{4} = 4$$

$$\text{Si } z = \frac{-17}{2} \rightarrow x^2 = \frac{-17}{2} \rightarrow \text{no hay solución real.}$$

$$\text{Si } z = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

Las soluciones pedidas son $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$.**Ejercicio nº 18.-****Solución:**

a) $\sqrt{x^4 + 9} = \sqrt{6x^2 + 1}$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$x^4 + 9 = 6x^2 + 1 \rightarrow x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

Ecuación bicuadrada, que resolvemos haciendo el cambio $x^2 = z$:

$$z^2 - 6z + 8 = 0 \rightarrow z = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \quad f \quad \frac{4}{2}$$

$$\text{Si } z = 4 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{Si } z = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

Comprobación:

$$x = \pm 2 \rightarrow \sqrt{16 + 9} - \sqrt{24 + 1} = \sqrt{25} - \sqrt{25} = 0 \rightarrow x = \pm 2 \text{ son soluciones.}$$

$$x = \pm\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{4 + 9} - \sqrt{12 + 1} = \sqrt{13} - \sqrt{13} = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \text{ son soluciones.}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, $x_3 = \sqrt{2}$ y $x_4 = -\sqrt{2}$.b) Multiplicamos ambos miembros por $2x$:

$$2x^2 + 8 = 10x \rightarrow 2x^2 - 10x + 8 = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \quad \begin{matrix} / & 4 \\ \backslash & 1 \end{matrix}$$

Comprobación de las posibles soluciones:

$$4 + \frac{8}{4} = 4 + 2 = 6 \rightarrow 4 \text{ es solución}$$

$$1 + \frac{8}{1} = 1 + 8 = 9 \rightarrow 1 \text{ es solución}$$

Las soluciones son $x_1 = 4$ y $x_2 = 1$.

Ejercicio nº 19.-**Solución:**

a) Efectuamos los paréntesis teniendo en cuenta que todos son productos notables:

$$2(4x^2 + 4x + 1) - 3(4x^2 - 4x + 1) + 5(4x^2 - 1) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8x^2 + 8x + 2 - 12x^2 + 12x - 3 + 20x^2 - 5 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16x^2 + 20x - 6 = 0 \rightarrow 8x^2 + 10x - 3 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{16} = \frac{-10 \pm \sqrt{196}}{16} = \frac{-10 \pm 14}{16} \quad f \quad \frac{-24}{16} = \frac{-3}{2}$$

$$\quad \quad \quad \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Las soluciones son $x_1 = \frac{-3}{2}$ y $x_2 = \frac{1}{4}$.

b) Ecuación bicuadrada en la que podemos extraer x^2 como factor común:
(Observa que también se puede hacer con el cambio de variable, y entonces resolver:
 $4z^2 - 25z = 0$. Compruébalo, y verás como obtienes los mismos resultados)

$$4x^4 - 25x^2 = x^2(4x^2 - 25)$$

Así:

$$4x^4 - 25x^2 = 0 \rightarrow x^2(4x^2 - 25) = 0 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ 4x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{25}{4} \rightarrow x = \pm \frac{5}{2} \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{5}{2}$ y $x_3 = -\frac{5}{2}$.

Ejercicio nº 20.-**Solución:**a) Multiplicamos ambos miembros por x^3 :

$$\frac{81}{x^3} = 3 \rightarrow 81 = 3x^3 \rightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

Comprobamos si es, o no, solución en la ecuación inicial:

$$\frac{81}{27} - 1 = 3 - 1 = 2 \rightarrow x = 3 \text{ es solución}$$

b) $\sqrt{x+4} = 3 - \sqrt{x-1}$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$x + 4 = 9 + x - 1 - 6\sqrt{x-1} \rightarrow 6\sqrt{x-1} = 4 \rightarrow 3\sqrt{x-1} = 2$$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$$9(x-1) = 4 \rightarrow 9x - 9 = 4 \rightarrow 9x = 13 \rightarrow x = \frac{13}{9}$$

Comprobamos si es, o no, solución:

$$\sqrt{\frac{13}{9} + 4} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$3 - \sqrt{\frac{13}{9}} - 1 = 3 - \sqrt{\frac{4}{9}} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

Ambos miembros coinciden, luego $x = \frac{13}{9}$ es la solución buscada.

Ejercicio nº 21.-

Solución:

$$a) x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + \frac{2}{3}x = \frac{10}{9} \rightarrow x^2 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{9}{9} \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

Las soluciones son $x_1 = 1$ y $x_2 = -1$.

b) Ecuación bicuadrada; hacemos $x^2 = z$ y obtenemos:

$$z^2 - 48z - 49 = 0 \rightarrow z = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 196}}{2} = \frac{48 \pm 50}{2} \quad f \quad \begin{matrix} \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{98}{2} = 49 \end{matrix}$$

Si $z = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ no hay solución real

Si $z = 49 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm 7$

Las soluciones son $x_1 = 7$ y $x_2 = -7$.

Ejercicio nº 22.-

Solución:

$$a) \sqrt{6x+1} = 3 - 2x$$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$$6x + 1 = 9 - 12x + 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} \quad \left/ \begin{matrix} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{16}{4} = 4 \end{matrix} \right.$$

Comprobamos las posibles soluciones sobre la ecuación:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{6}{2} + 1} = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ es solución}$$

$$8 + \sqrt{24 + 1} = 8 + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \rightarrow x = 4 \text{ no es solución}$$

La única solución es $x = \frac{1}{2}$.

b) Multiplicamos ambos miembros por $4(x+1)(x-1)$:

$$4x(x-1) + 8x(x+1) = 15(x+1)(x-1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^2 - 4x + 8x^2 + 8x = 15x^2 - 15 \rightarrow$$

$$\rightarrow 12x^2 + 4x = 15x^2 - 15 \rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6} \quad f \quad \frac{18}{6} = 3$$
$$\frac{-10}{6} = \frac{-5}{3}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\frac{3}{3+1} + \frac{6}{3-1} = \frac{3}{4} + \frac{6}{2} = \frac{3+12}{4} = \frac{15}{4} \rightarrow 3 \text{ es solución.}$$

$$\frac{\frac{-5}{3}}{\frac{-5}{3}+1} + \frac{\frac{-10}{3}}{\frac{-5}{3}-1} = \frac{\frac{-5}{3}}{\frac{-2}{3}} + \frac{\frac{-10}{3}}{\frac{-8}{3}} = \frac{5}{2} + \frac{10}{8} = \frac{20+10}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \rightarrow -\frac{5}{3} \text{ es solución.}$$

Las soluciones son $x_1 = 3$ y $x_2 = \frac{-5}{3}$.