

PÁGINA 208

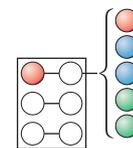
En este juego hay que conseguir que no queden emparejadas dos bolas del mismo color. Por ejemplo:



¿Cuál es la probabilidad de ganar si caen las bolas al azar? Para hallar esta probabilidad, razonemos bola a bola.

1 Supongamos que la primera bola ha sido roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola que se le empareje nos permita ganar?

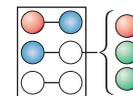
Si la primera bola es roja, nos quedan una roja, dos azules y dos verdes. Por tanto, para ganar no debe salir roja.



$$\text{Es decir: } P[\text{no roja}] = \frac{4}{5}$$

2 ¿Cuál es la probabilidad de que en esta situación el juego “acabe bien”?

Para que el juego “acabe bien”, no debe salir la roja, porque entonces acabarían juntas las dos verdes (y perderíamos).



$$\text{Por tanto: } P[\text{no roja}] = \frac{2}{3}$$

3 Después de la primera bola, en los $\frac{4}{5}$ de los casos la 2.^a bola es “buena”. Para la 3.^a, vale cualquiera. Para la 4.^a, hay tres posibilidades, dos de las cuales son “buenas”. ¿Cuál es la probabilidad de que el juego “acabe bien”?

$$P[\text{ganar}] = 1 \cdot \frac{4}{5} \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{8}{15}$$

PÁGINA 209

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

1 En una urna hay bolas de cinco colores: rojo (R), verde (V), azul (A), negro (N) y blanco (B). La experiencia consiste en extraer una bola y anotar el resultado.

- ¿Es una experiencia aleatoria? ¿Por qué?
- Describe el espacio muestral.

c) **Di cinco sucesos no elementales.**

a) Sí que lo es, porque el resultado depende del azar.

b) $E = \{R, V, A, N, B\}$

c) Respuesta abierta. Cualquier suceso con más de un elemento es no elemental.

2 En los siguientes sucesos, di cuáles corresponden a experiencias regulares y asígneles probabilidad:

a) **Obtener un 3 al lanzar un dado correcto.**

b) **Obtener un 3 al lanzar un dado chapucero.**

c) **Extraer una carta de OROS de una baraja española.**

d) **Extraer una bola roja de un bote cuya composición desconocemos.**

e) **Que un cierto asegurado de una compañía de seguros tenga un accidente en el próximo año.**

a) Regular. $P[3] = \frac{1}{6}$

b) Irregular.

c) Regular. $P[\text{OROS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

d) Irregular.

e) Irregular.

PÁGINA 210

1 Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. La experiencia consiste en extraer una bola y anotar su número.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Consideramos los sucesos:

$A = \text{“obtener número primo”}$

$B = \text{“obtener múltiplo de 3”}$

Escribe los sucesos :

A

A'

$A \cup B$

$A \cup A'$

B

B'

$A \cap B$

$A \cap A'$

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) $A = \{2, 3, 5, 7\}$

$A' = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

$B = \{3, 6, 9\}$

$B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

$A \cap B = \{3\}$

$A \cup A' = E$

$A \cap A' = \emptyset$

2 Lanzamos tres veces una moneda.



- a) Escribe todos los sucesos elementales (C, C, C) , $(C, C, +)$, $(C, +, C)$...
- b) Indica cuáles de estos sucesos componen el suceso $S =$ “la primera vez salió cara”.
- c) Escribe un suceso que sea incompatible con S .
- a) $\{C, C, C\}$, $\{C, C, +\}$, $\{C, +, C\}$, $\{+, C, C\}$, $\{C, +, +\}$, $\{+, C, +\}$, $\{+, +, C\}$, $\{+, +, +\}$
- b) $S = \{C, C, C\}$, $\{C, C, +\}$, $\{C, +, C\}$, $\{C, +, +\}$
- c) S' : “la primera vez salió cruz”.

PÁGINA 211

3 Halla la probabilidad de los sucesos $A = \{3, 4, 5, 6\}$ y A' , tanto en el caso del dado correcto como en el del dado defectuoso del ejemplo anterior.

Dado correcto

$$P[A] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad P[A'] = 1 - P[A] = \frac{1}{3}$$

Dado defectuoso

$$P[A] = P[3] + P[4] + P[5] + P[6] = 0,15 + 0,15 + 0,1 + 0,1 = 0,5$$

$$P[A'] = 1 - P[A] = 0,5$$

PÁGINA 213

1 Lanzamos un dado con forma de octaedro, con sus caras numeradas del 1 al 8. Evalúa estas probabilidades:

a) $P[\text{múltiplo de 3}]$

b) $P[\text{menor que 5}]$

c) $P[\text{número primo}]$

d) $P[\text{no múltiplo de 3}]$

$$a) P[\{3, 6\}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$b) P[\{<5\}] = P[\{1, 2, 3, 4\}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$c) P[\text{primo}] = P[\{2, 3, 5, 7\}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$d) P[\text{no } \dot{3}] = 1 - P[\dot{3}] = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

2 Lanzamos dos dados y anotamos *la menor de las puntuaciones*.

- Escribe el espacio muestral y asigne probabilidad a cada uno de los casos.
- Halla la probabilidad del suceso “la menor puntuación es menor que 4” = “ < 4 ”.
- Halla $P[\text{no} < 4]$.

Dado 1 \ Dado 2	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P[1] = \frac{11}{36} \quad P[2] = \frac{9}{36} \quad P[3] = \frac{7}{36}$$

$$P[4] = \frac{5}{36} \quad P[5] = \frac{3}{36} \quad P[6] = \frac{1}{36}$$

b) $P[< 4] = P[1] + P[2] + P[3] = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

c) $P[\text{no} < 4] = 1 - P[< 4] = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

PÁGINA 214

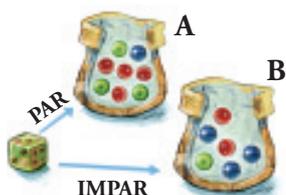
1



Lanzamos un dado y, después, sacamos una bola de la bolsa. Estas dos experiencias, ¿son dependientes o independientes?

Son independientes, porque el resultado de sacar una bola de la bolsa no depende de qué haya salido en el dado.

2



Lanzamos un dado. Si sale par, extraemos una bola de la bolsa A. Si sale impar, de la B. Las experiencias, ¿son dependientes o independientes?

Son dependientes, porque al ser los contenidos de las bolsas distintos, el resultado depende de qué bolsa se saque, que depende del valor obtenido al lanzar el dado.

PÁGINA 215

1 Se extraen 3 cartas con reemplazamiento. Halla:

a) $P[\text{AS en } 1.^{\text{a}} \text{ y FIGURA en } 2.^{\text{a}} \text{ y } 3.^{\text{a}}]$

b) $P[3 \text{ ASES}]$

c) $P[\text{un AS y dos FIGURAS}]$

d) $P[\text{ningún AS}]$

$$\begin{aligned} \text{a) } P[\text{AS en } 1.^{\text{a}} \text{ y FIGURA en } 2.^{\text{a}} \text{ y } 3.^{\text{a}}] &= P[\text{AS}] \cdot P[\text{FIGURA}] \cdot P[\text{FIGURA}] = \\ &= \frac{4}{40} \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{12}{40} = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{1000} \end{aligned}$$

$$\text{b) } P[3 \text{ ASES}] = P[\text{AS}] \cdot P[\text{AS}] \cdot P[\text{AS}] = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1000}$$

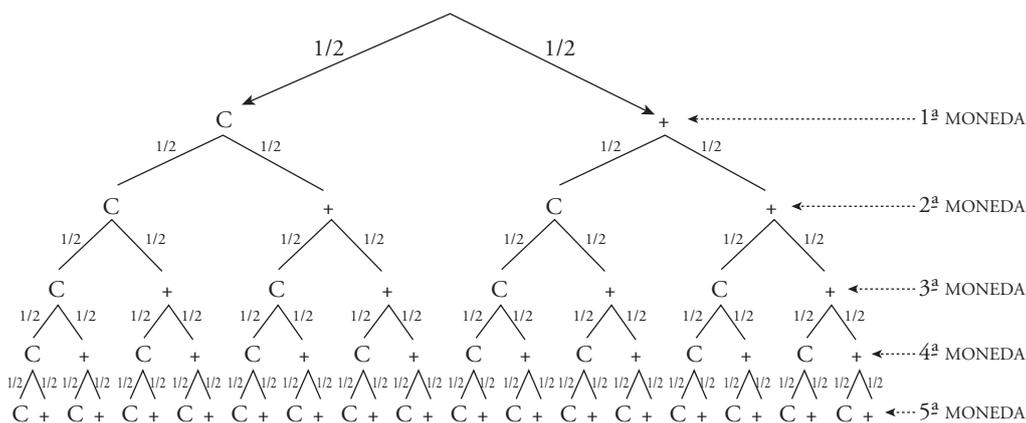
$$\begin{aligned} \text{c) } P[\text{un AS y dos FIGURAS}] &= 3 \cdot P[\text{AS en } 1.^{\text{a}} \text{ y FIGURA en } 2.^{\text{a}} \text{ y } 3.^{\text{a}}] = \\ &= 3 \cdot \frac{9}{1000} = \frac{27}{1000} \end{aligned}$$

$$\text{d) } P[\text{ningún AS}] = \frac{36}{40} \cdot \frac{36}{40} \cdot \frac{36}{40} = \left(\frac{9}{10}\right)^3 = \frac{729}{1000}$$

2 Se lanzan 5 monedas. Halla la probabilidad de:

a) 5 caras

b) alguna cruz



$$\text{a) } P[\text{CINCO CARAS}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P[\text{ALGUNA CRUZ}] &= P[0 \text{ CARAS Y } 5 \text{ CRUCES}] + P[1 \text{ CARA Y } 4 \text{ CRUCES}] + \\ &+ P[2 \text{ CARAS Y } 3 \text{ CRUCES}] + P[3 \text{ CARAS Y } 2 \text{ CRUCES}] + \\ &+ P[4 \text{ CARAS Y } 1 \text{ CRUZ}] = 1 - P[5 \text{ CARAS}] = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32} \end{aligned}$$

3 Lanzamos 3 monedas. Calcula:

a) P [tres caras]

b) P [ninguna cara]

c) P [alguna cara]

$$a) P[3 \text{ caras}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$b) P[\text{ninguna cara}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

c) Hay 3 formas de que salga una sola cara: $\{C, +, +\}$, $\{+, C, +\}$, $\{+, +, C\}$.

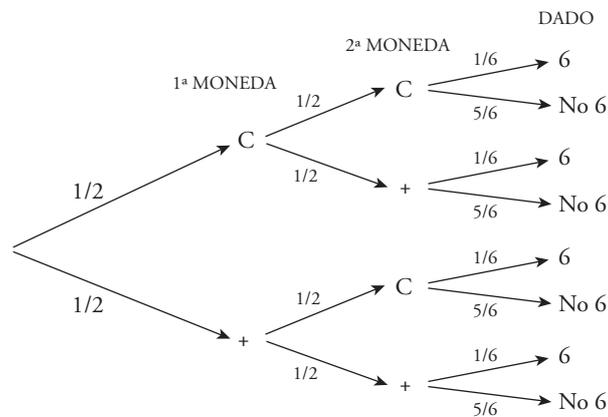
De la misma forma, hay 3 de que salgan dos caras.

$$P[\text{alguna cara}] = 3 \cdot P[\text{una cara}] + 3 \cdot P[\text{dos caras}] + P[\text{tres caras}] =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

4 Se lanzan dos monedas y un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en ambas monedas y seis en el dado? ¿Cuál, la de obtener cruz en las monedas y par en el dado?

Hacemos el diagrama en árbol:



$$P[C, C, 6] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

$$P[+, +, (2, 4, 6)] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

PÁGINA 217

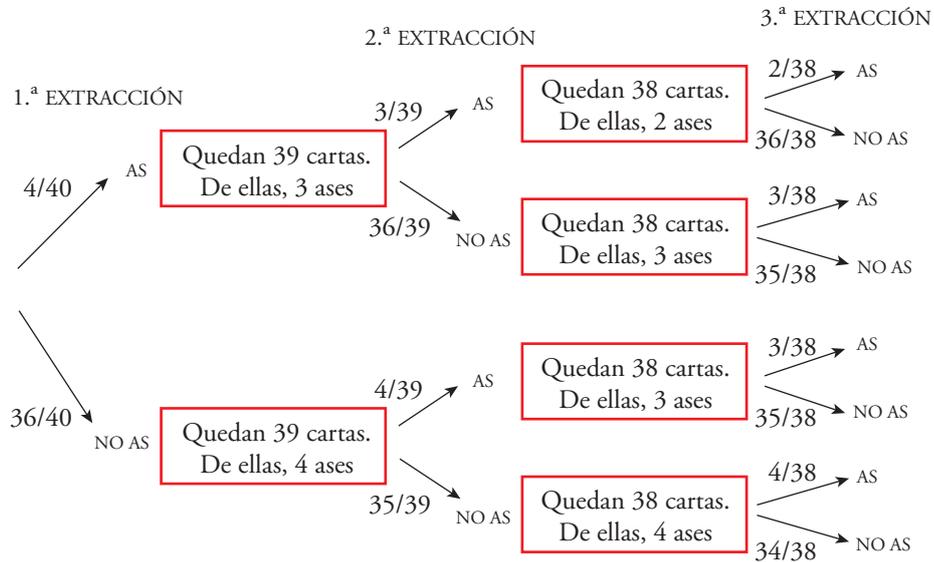
1 Extraemos dos cartas de una baraja española. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea un REY y la segunda un AS?

En la baraja española hay 40 cartas de las cuales 4 son reyes y 4 son ases.

$$P[\text{REY Y AS}] = P[\text{REY}] \cdot P[\text{AS SUPUESTO QUE LA 1ª FUE REY}] =$$

$$= \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{4}{390} = \frac{2}{195}$$

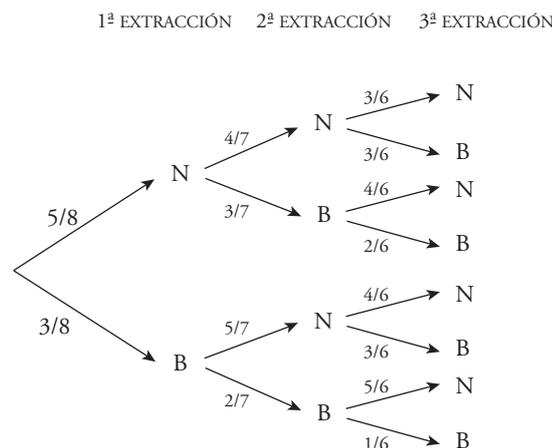
2 Completa el diagrama en árbol del ejercicio resuelto de esta página y sobre él halla $P[\text{NINGÚN AS}]$.



$$P[\text{NINGÚN AS}] = \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{34}{38} = \frac{357}{494}$$

3 Una urna contiene 5 bolas negras y 3 blancas. Extraemos tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean blancas? ¿Y negras?

N → bola negra; B → bola blanca



$$P[3 \text{ BLANCAS}] = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{56}$$

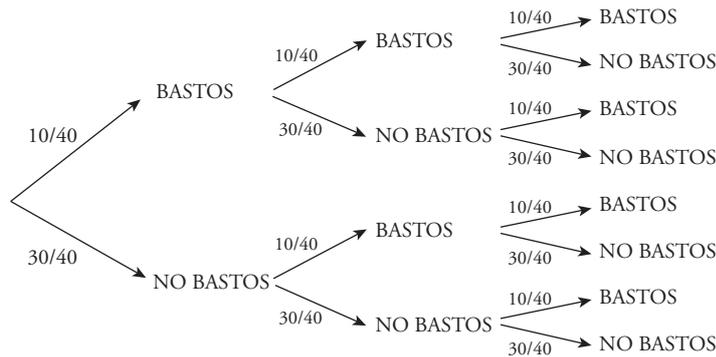
$$P[3 \text{ NEGRAS}] = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

4 Se extraen, una tras otra, 3 cartas de una baraja. ¿Cuál es la probabilidad de obtener BASTOS las tres veces?

a) Supón que se extraen con reemplazamiento.

b) Supón que se extraen sin reemplazamiento.

a) 1ª EXTRACCIÓN 2ª EXTRACCIÓN 3ª EXTRACCIÓN

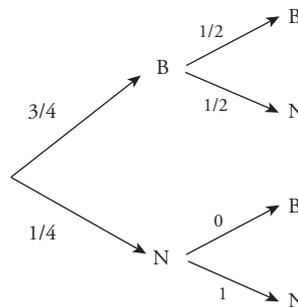


$$P[\text{TRES BASTOS}] = P[\text{BASTOS}] \cdot P[\text{BASTOS}] \cdot P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{1}{64}$$

$$b) P[\text{TRES BASTOS}] = P[\text{BASTOS}] \cdot P[\text{BASTOS}] \cdot P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{3}{247}$$

5 Una urna A tiene tres bolas blancas y una negra. Otra B tiene una bola negra. Sacamos una bola de A y la echamos en B. Removemos y sacamos una bola de B. ¿Cuál es la probabilidad de que esta sea blanca?

Hacemos un diagrama en árbol:



$$P[\text{BLANCA}] = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 0 = \frac{3}{8}$$

PÁGINA 219

- 1** Explica el significado de los números 120, 168, 12, 45 y 40 de la tabla del ejercicio resuelto anterior.

120 → Número de alumnos de 1.º.

168 → Número de alumnos con NINGUNA actividad extraescolar.

12 → Número de alumnos de 1.º con actividad extraescolar CULTURAL.

45 → Número de alumnos de 2.º con NINGUNA actividad extraescolar.

40 → Número de alumnos de 4.º con actividad extraescolar DEPORTIVA.

- 2** Explica lo que significa, para la tabla del ejercicio resuelto anterior, cada una de las expresiones siguientes y da su valor:

$P[1.º]$ $P[\text{CULTURAL}]$ $P[4.º/\text{CULTURAL}]$ $P[\text{CULTURAL}/4.º]$

$P[1.º]$ → Probabilidad de que, elegido al azar, un alumno sea de 1.º.

$$P[1.º] = \frac{120}{400} = 0,3$$

$P[\text{CULTURAL}]$ → Probabilidad de elegir a un alumno con actividad extraescolar CULTURAL.

$$P[\text{CULTURAL}] = \frac{72}{400} = 0,18$$

$P[4.º/\text{CULTURAL}]$ → Probabilidad de que habiendo elegido un alumno con actividad CULTURAL, este resulte ser de 4.º.

$$P[4.º/\text{CULTURAL}] = \frac{24}{72} = 0,375$$

$P[\text{CULTURAL}/4.º]$ → Probabilidad de elegir a un alumno con actividad CULTURAL entre todos los de 4.º.

$$P[\text{CULTURAL}/4.º] = \frac{24}{80} = 0,3$$

- 3** Queremos analizar, partiendo de los datos de la tabla del ejercicio resuelto anterior, la evolución del absentismo (falta de participación) en actividades extraescolares cualesquiera, al aumentar la edad. Calcula las proporciones que convenga y compáralas.

Debemos observar la probabilidad de los que no hacen ninguna actividad en cada uno de los cursos, es decir:

$$P[\text{NINGUNA}/1.º] = \frac{72}{120} = 0,6$$

$$P[\text{NINGUNA}/2.º] = \frac{45}{100} = 0,45$$

$$P[\text{NINGUNA}/3.º] = \frac{35}{100} = 0,35$$

$$P[\text{NINGUNA}/4.º] = \frac{16}{80} = 0,2$$

Por tanto, según pasan los cursos, cada vez hay menos alumnos que no hacen ninguna actividad extraescolar.

- 4** En una bolsa hay 40 bolas huecas, y dentro de cada una hay un papel en el que pone SÍ o NO.

La distribución de bolas según colores y SÍ y NO está en la tabla.

	●	●	●	TOTAL
SÍ	15	4	1	20
NO	5	4	11	20
TOTAL	20	8	12	40

- a) Describe los sucesos SÍ, NO, ●, ●/SÍ, SÍ/● y calcula sus probabilidades.
- b) Hemos sacado una bola roja. ¿Qué probabilidad hay de que haya SÍ en su interior? ¿Y si la bola es azul?
- c) Se ha sacado una bola y dentro pone sí. ¿Cuál es la probabilidad de que sea ●, ● o ●?

a) SÍ → sacar una bola al azar y que sea sí.

NO → sacar una bola al azar y que sea NO.

● → sacar una bola al azar y sea roja.

●/SÍ → de entre dos bolas que dicen SÍ, sacar una roja.

SÍ/● → de entre las bolas rojas, sacar una que dice SÍ.

$$P[\text{SÍ}] = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$P[\text{NO}] = 1 - P[\text{SÍ}] = \frac{1}{2}$$

$$P[\text{●}] = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

$$P[\text{●/SÍ}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$P[\text{SÍ/●}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

b) $P[\text{SÍ/●}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

$$P[\text{SÍ/●}] = \frac{1}{12}$$

c) $P[\text{●/SÍ}] = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

$$P[\text{●/SÍ}] = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$P[\text{●/SÍ}] = \frac{1}{20}$$