

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **(3 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{2(x+7)}{x+1} = -2$

b) $\sqrt{x+6} = 2\sqrt{x+1} - 1$ (Ayuda: $\sqrt{1024} = 32$)

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno **(1,5 puntos)**

$$\left. \begin{array}{l} xy = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{array} \right\}$$

3. La edad de Juan es doble que la de José. Si Juan tuviera 10 años menos y José 5 años más, los dos tendrían la misma edad. ¿Qué edad tienen? **(1 punto)**

4. Hallar el valor de m para que al dividir el polinomio $-mx^3 + 2mx^2 + (m-3)x + 5$ entre $x + 2$ el resto sea -3 . **(1 punto)**

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x}$. **(1 punto)**

6. Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(1 + \frac{x}{x+2} \right)$$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones, expresando el resultado en forma de intervalo:

a) $x+1-3(x-1) < 1-x$ **(0,5 puntos)**

b) $x-2 + \frac{3x+1}{2} < \frac{2(2x-5)}{4}$ **(1 punto)**

① a) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{2(x+7)}{x+1} = -2$. Multiplicando todos los términos por

$(x-2)(x+1)$ queda: $(x+1)(x+1) - 2(x+7)(x-2) = -2(x-2)(x+1)$;

$x^2 + 2x + 1 - 2(x^2 + 5x - 14) = -2(x^2 - x - 2)$;

$x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - 10x + 28 = -2x^2 + 2x + 4$;

$-x^2 - 8x + 29 = -2x^2 + 2x + 4$; $x^2 - 10x + 25 = 0$

$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{10 \pm 0}{2} \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}}$

b) $\sqrt{x+6} = 2\sqrt{x+1} - 1$. Elevando ambos miembros al cuadrado:

$x+6 = 4(x+1) - 4\sqrt{x+1} + 1 \Rightarrow x+6 = 4x+4 - 4\sqrt{x+1} + 1 \Rightarrow$

$4\sqrt{x+1} = 3x - 1$. Volviendo a elevar ambos miembros al cuadrado:

$16(x+1) = 9x^2 - 6x + 1 \Rightarrow 16x + 16 = 9x^2 - 6x + 1 \Rightarrow 9x^2 - 22x - 15 = 0$

$x = \frac{22 \pm \sqrt{22^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-15)}}{2 \cdot 9} = \frac{22 \pm \sqrt{484 + 540}}{18} = \frac{22 \pm \sqrt{1024}}{18} =$

$= \frac{22 \pm 32}{18} = \begin{cases} \frac{54}{18} = 3 \\ -10/18 = -5/9 \end{cases}$

② $\begin{cases} xy = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$ De la 2ª ecuación: $\frac{x}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3x = 5y \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{5y}{3}$. Sustituyendo en la primera:

$\frac{5y}{3} y = 15 \Rightarrow \frac{5y^2}{3} = 15 \Rightarrow 5y^2 = 45 \Rightarrow y^2 = 9$

$\Rightarrow y = \sqrt{9} = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$. Si $y = 3 \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x = 5}}$

Si $y = -3 \Rightarrow x = \frac{5 \cdot (-3)}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x = -5}}$

③ $\begin{cases} \text{Juan: } x \text{ años} \\ \text{José: } y \text{ años} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x - 10 = y + 5 \end{cases} \Rightarrow 2y - 10 = y + 5$

$\Rightarrow \underline{\underline{y = 15}}$; $x = 2 \cdot 15 \Rightarrow \underline{\underline{x = 30}}$. Por tanto Juan tiene

30 años y José 15 años.

④ $p(-2) = -3 \Rightarrow -m(-2)^3 + 2m(-2)^2 + (m-3)(-2) + 5 = -3$

$\Rightarrow (-m)(-8) + 2m \cdot 4 - 2m + 6 + 5 = -3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 8m + 8m - 2m + 6 + 5 = -3 \Rightarrow 14m = -14 \Rightarrow \underline{\underline{m = -1}}$

⑤ Factoricemos $3x^3 - 2x^2 - 7x - 2$:

$$\left. \begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -2 & -7 & -2 \\ & & -3 & 5 & 2 \\ \hline 2 & 3 & -5 & -2 & 0 \\ & & 6 & 2 & \\ \hline & 3 & 1 & 0 & \end{array} \right\} \Rightarrow 3x^3 - 2x^2 - 7x - 2 = (x+1)(x-2)(3x+1)$$

Factoricemos $x^3 - 4x$; $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$

$$\text{Entonces: } \frac{3x^3 - 2x^2 - 7x - 2}{x^3 - 4x} = \frac{(x+1)(x-2)(3x+1)}{x(x+2)(x-2)} = \frac{(x+1)(3x+1)}{x(x+2)}$$

$$= \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x}$$

$$\textcircled{6} \text{ Hagamos: } \frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2} = \frac{(x+1)(x+2) - x^2}{x(x+2)} = \frac{x^2 + 3x + 2 - x^2}{x(x+2)} = \frac{3x+2}{x(x+2)}$$

$$\text{Por otro lado: } 1 + \frac{x}{x+2} = \frac{x+2}{x+2} + \frac{x}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2}$$

$$\text{Entonces: } \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(1 + \frac{x}{x+2} \right) = \frac{3x+2}{x(x+2)} : \frac{2x+2}{x+2} = \frac{(3x+2)(x+2)}{x(x+2)(2x+2)} = \frac{3x+2}{x(2x+2)} = \frac{3x+2}{2x^2+2x}$$

$$\textcircled{7} \text{ a) } x+1-3(x-1) < 1-x; \quad x+1-3x+3 < 1-x;$$

$$x-3x+x < 1-1-3; \quad -x < -3 \Rightarrow x > 3.$$

$$\text{Solución: } \underline{\underline{(3, +\infty)}}$$

$$\text{b) } x-2 + \frac{3x+1}{2} < \frac{2(2x-5)}{4}. \text{ Multiplicando todos los términos por 4: } 4x-8 + 2(3x+1) < 2(2x-5);$$

$$4x-8+6x+2 < 4x-10; \quad 4x+6x-4x < -10+8-2;$$

$$6x < -4 \Rightarrow x < \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$\text{Solución: } \underline{\underline{(-\infty, \frac{-2}{3})}}$$