

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. **(4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado)**

a) $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$

b) $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$

c) $3 + \sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{3x+1}$

2. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno **(1,5 puntos)**

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 0 \\ x(x - y) = 2(y^2 - 4) \end{array} \right\}$$

3. Aumentando un lado de un cuadrado en 4 metros y los lados contiguos en 6 metros, se obtiene un rectángulo de doble área que el cuadrado. Determina el lado del cuadrado. **(1,5 puntos)**

4. Realiza la siguiente división utilizando la regla de Ruffini:

$$(2x^3 - 3x^4 - 22x + 10) : (x + 1)$$

Escribe quién es el cociente C(x) y el resto R. **(0,5 puntos)**

5. Hallar el valor de m para que al dividir el polinomio $x^3 + (m - 4)x^2 - 2x - (2m + 1)$ entre $x + 1$ el resto sea 0. **(1 punto)**

6. Factorizar el polinomio: $x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x$. **(1 punto)**

1)

$$a) \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1 \Rightarrow \frac{x(x+4)}{(x+1)(x+4)} + \frac{x(x+1)}{(x+1)(x+4)} = \frac{(x+1)(x+4)}{(x+1)(x+4)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + x^2 + x = x^2 + 4x + x + 4 \Rightarrow 2x^2 + 5x = x^2 + 5x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm 2}}$$

$$b) (2x^2+1)(x^2-3) = (x^2+1)(x^2-1) - 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^4 - 6x^2 + x^2 - 3 = x^4 - 1 - 8 \Rightarrow 2x^4 - 5x^2 - 3 = x^4 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 - 5x^2 + 6 = 0 \quad (x^2 = z) \Rightarrow z^2 - 5z + 6 = 0 ;$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1. \quad z = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$\cdot x^2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm \sqrt{3}}}$$

$$\cdot x^2 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x = \pm \sqrt{2}}}$$

$$c) 3 + \sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{3x+1} \Rightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \sqrt{3x+1} \Rightarrow$$

(elevando ambos miembros al cuadrado):

$$1 + 2\sqrt{x+4} + x + 4 = 3x + 1 \Rightarrow 2\sqrt{x+4} = 2x - 4 \Rightarrow$$

$$(elevando otra vez al cuadrado): 4(x+4) = 4x^2 - 16x + 16$$

$$\Rightarrow 4x + 16 = 4x^2 - 16x + 16 \Rightarrow 4x^2 - 20x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x(x-5) = 0 \quad \begin{cases} \underline{\underline{x=0}} \\ \underline{\underline{x=5}} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} 3x+2y=0 \\ x(x-y)=2(y^2-4) \end{array} \right\}; \left. \begin{array}{l} 3x=-2y \\ x^2-xy=2y^2-8 \end{array} \right\}; \quad x = \frac{-2y}{3} (*)$$

Sustituyendo en la 2ª ecuación:

$$\left(\frac{-2y}{3}\right)^2 - \left(\frac{-2y}{3}\right)y = 2y^2 - 8 \Rightarrow \frac{4y^2}{9} + \frac{2y^2}{3} = 2y^2 - 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y^2 + 6y^2 = 18y^2 - 12 \Rightarrow -9y^2 = -12 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{9} = \begin{cases} \underline{\underline{+3}} \\ \underline{\underline{-3}} \end{cases}$$

$$\cdot \text{ Si } y = 3 \Rightarrow x = \frac{-2 \cdot 3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x = -2}}$$

$$\cdot \text{ Si } y = -3 \Rightarrow x = \frac{-2(-3)}{3} = \underline{\underline{x = 2}}$$

③

$$\begin{array}{|c|} \hline A = x^2 \\ \hline x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline A = (x+6)(x+4) \\ \hline x+6 \quad x+4 \\ \hline \end{array}$$

Incógnita:

x : lado del cuadrado

Planteamiento. Como el área del rectángulo es doble que la del cuadrado, entonces:

$$(x+6)(x+4) = 2x^2$$

$$x^2 + 4x + 6x + 24 = 2x^2 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0; \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100 + 96 = 196; x = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{10 \pm 14}{2} = \begin{array}{l} 12 \\ -2 \end{array}$$

La solución -2 se descarta pues el lado no puede ser negativo.

• Conclusión: el lado del cuadrado mide 12 metros.

④

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -3 & -3 & 2 & 0 & -22 & 10 \\ -1 & & 3 & -5 & 5 & 17 \\ \hline & -3 & 5 & -5 & -17 & 27 \end{array}$$

Cociente: $C(x) = -3x^3 + 5x^2 - 5x - 17$

Resto: 27

⑤

Por el teorema del resto, el valor numérico del polinomio para $a = -1$ debe ser 0:

$$(-1)^3 + (m-4)(-1)^2 - 2(-1) - (2m+1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 + m - 4 + 2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow -m - 4 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{m = -4}}$$

⑥

Sacamos x factor común: $x(x^3 - x^2 - 16x - 20)$

Extraemos las raíces de $x^3 - x^2 - 16x - 20$:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -1 & -16 & -20 \\ -2 & & -2 & 6 & 20 \\ \hline & 1 & -3 & -10 & 0 \\ -2 & & -2 & 10 & \\ \hline & 1 & -5 & 0 & \end{array}$$

$$x^3 - x^2 - 16x - 20 = (x+2)(x^2 - 3x - 10)$$

$$x^2 - 3x - 10 = (x+2)(x-5)$$

Por tanto la factorización es:

$$x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x = x(x+2)(x+2)(x-5) = \underline{\underline{x(x+2)^2(x-5)}}$$