

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(4+x)^2 - (2x+5)(3x+4) = x^2 - 1 + (2x+5)(1-x)$ **(1 punto)**

b) $\frac{(x^2-2)^2}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{(x+1)(x-1)}{3} - 4$ **(1,5 puntos)**

c) $x + \sqrt{5x+10} = 8$ **(1,5 puntos)**

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

a)
$$\left. \begin{aligned} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} &= 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} &= 13 \end{aligned} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{x}{4} \\ \frac{3x}{2} &= \frac{7+10y}{4} \end{aligned} \right\} \text{ (1,5 puntos)}$$

3. La edad de Juan es doble que la de José. Si Juan tuviera 10 años menos y José 5 años más, los dos tendrían la misma edad. ¿Qué edad tienen? **(1,5 puntos)**

4. Salí de viaje con el depósito de gasolina lleno. El primer día consumí la tercera parte del depósito. El segundo día me quedé en una ciudad y sólo gasté 12 litros. El tercer día consumí los $\frac{5}{6}$ de la gasolina que quedaba, y entonces, finalmente, me quedó el depósito con 6 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito? **(1,5 puntos)**

(Es obligatorio contemplar los siguientes apartados para hacer los problemas: presentación de las incógnitas, planteamiento, resolución y expresión de las soluciones)

Soluciones:

1. a) $(4+x)^2 - (2x+5)(3x+4) = x^2 - 1 + (2x+5)(1-x) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 16 + 8x + x^2 - (6x^2 + 8x + 15x + 20) = x^2 - 1 + 2x - 2x^2 + 5 - 5x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5x^2 - 15x - 4 = -x^2 - 3x + 4 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-2}{2} = -1 \\ x_2 = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

b) $\frac{(x^2-2)^2}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{(x+1)(x-1)}{3} - 4 \Rightarrow \frac{x^4-4x^2+4}{4} - \frac{3x^2-4}{2} = \frac{x^2-1}{3} - 4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 3x^4 - 12x^2 + 12 - 18x^2 + 24 = 4x^2 - 4 - 48 \Rightarrow 3x^4 - 30x^2 + 36 = 4x^2 - 52 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 3x^4 - 34x^2 + 88 = 0$. Ecuación bicuadrada. Haciendo el cambio $x^2 = z$, tenemos la ecuación $3z^2 - 34z + 88 = 0$, ecuación de segundo grado cuyo discriminante es:

$$\Delta = (-34)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 88 = 1156 - 1056 = 100. \text{ Entonces:}$$

$$z = \frac{34 \pm 10}{6} = \begin{cases} z_1 = \frac{44}{6} = \frac{22}{3} \\ z_2 = \frac{24}{6} = 4 \end{cases}$$

a. Si $z_1 = \frac{22}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{22}{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{22}{3}}$

b. Si $z_2 = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$

c) $x + \sqrt{5x+10} = 8 \Rightarrow \sqrt{5x+10} = 8-x \Rightarrow (\sqrt{5x+10})^2 = (8-x)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5x+10 = 64 - 16x + x^2 \Rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0$$

$$\Delta = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 54 = 441 - 216 = 225 \Rightarrow x = \frac{21 \pm 15}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{36}{2} = 18 \\ x_2 = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

• $x = 18$ no es solución pues $18 + \sqrt{5 \cdot 18 + 10} = 18 + \sqrt{100} = 18 + 10 = 28 \neq 8$

• $x = 3$ sí es solución pues $3 + \sqrt{5 \cdot 3 + 10} = 3 + \sqrt{25} = 3 + 5 = 8$

2. a) $\left. \begin{aligned} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} &= 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} &= 13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x+y-2x+2y &= 4 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -x+3y &= 4 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$

(por reducción, multiplicando la primera ecuación por 9) $\Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} -9x+27y &= 36 \\ 9x-2y &= 39 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 25y = 75 \Rightarrow y = \frac{75}{25} \Rightarrow y = 3. \text{ Sustituyendo en } -x+3y=4:$$

$$-x+3 \cdot 3 = 4 \Rightarrow -x+9 = 4 \Rightarrow -x = 4-9 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5.$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{x}{4} \\ \frac{3x}{2} = \frac{7+10y}{4} \end{array} \right\} \text{ De la primera ecuación se obtiene } x = 4y. \text{ Sustituyendo en la segunda:}$$

$$\frac{12y}{2} = \frac{7+10y}{4} \Rightarrow 24y = 7+10y \Rightarrow 14y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{14} \Rightarrow y = \frac{1}{2}.$$

Sustituyendo ahora este valor en $x = 4y$ obtenemos: $x = 4 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2.$

3. Llamemos x a la edad de Juan e y a la edad de José. Entonces:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y \\ x - 10 = y + 5 \end{array} \right\} \text{ Resolviendo por sustitución: } 2y - 10 = y + 5 \Rightarrow y = 15. \text{ Sustituyendo}$$

en $x = 2y \Rightarrow x = 2 \cdot 15 \Rightarrow x = 30.$

Por tanto Juan tiene 30 años y José 15 años.

4. Llamemos x al contenido del depósito y anotemos los datos en una tabla:

	Consumo	Quedan
Primer día	$\frac{x}{3}$	$x - \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$
Segundo día	12	$\frac{2x}{3} - 12 = \frac{2x-36}{3}$
Tercer día	$\frac{5}{6} \left(\frac{2x-36}{3} \right) = \frac{10x-180}{18}$	$\frac{2x-36}{3} - \frac{10x-180}{18} =$ $= \frac{12x-216}{18} - \frac{10x-180}{18} = \frac{2x-36}{18}$

Entonces, como finalmente quedaron 6 litros en el depósito: $\frac{2x-36}{18} = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x - 36 = 108 \Rightarrow 2x = 144 \Rightarrow x = 72$

Es decir, el depósito tiene una capacidad de 72 litros.