

# 6

# Inecuaciones y sistemas de inecuaciones



## 1. Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado

### PIENSA Y CALCULA

Escribe todos los números enteros que verifiquen a la vez:  $-5 < x \leq 6$

**Solución:**

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

### APLICA LA TEORÍA

**1** Cambia mentalmente de signo las siguientes inecuaciones:

a)  $2x \leq -7$

b)  $-3x > 4$

**Solución:**

a)  $-2x \geq 7$

b)  $3x < -4$

**2** Multiplica o divide mentalmente las siguientes inecuaciones por el número que se indica:

a)  $-x/2 < 5$

Multiplica por  $-2$

b)  $-3x \geq -6$

Divide entre  $-3$

**Solución:**

a)  $x > -10$

b)  $x \leq 2$

**3** Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

a)  $3x + 3 > 5x - 3$

b)  $x + 1 \geq \frac{x-2}{3}$

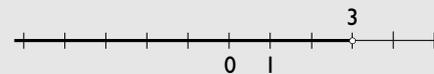
**Solución:**

a)  $3x - 5x > -3 - 3$

$-2x > -6$

$x < 3$

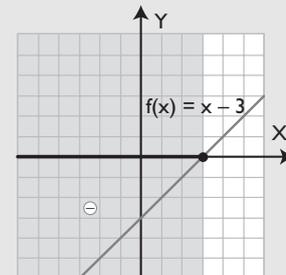
$(-\infty, 3) = \{x \in \mathbb{R}, x < 3\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 3$  es negativa.



b)  $3(x + 1) \geq x - 2$

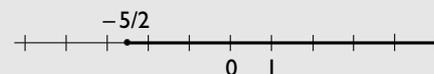
$3x + 3 \geq x - 2$

$3x - x \geq -2 - 3$

$2x \geq -5$

$x \geq -5/2$

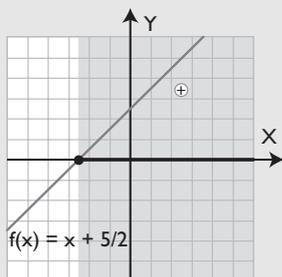
$[-5/2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -5/2\}$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x + 5/2$  es positiva.

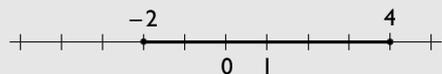


**4** Resuelve la siguiente inecuación:  $|x - 1| \leq 3$

**Solución:**

Es el entorno cerrado de centro 1 y radio 3,  $E(1, 3)$ , es decir, el intervalo cerrado:

$$[-2, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 4\}$$



**5** Resuelve la siguiente inecuación y haz la interpretación gráfica:

$$\frac{x-3}{4} \leq \frac{x-5}{6} + \frac{4x-3}{20}$$

**Solución:**

$$\frac{x-3}{4} \leq \frac{x-5}{6} + \frac{4x-3}{20}$$

$$\text{m.c.m.}(4, 6, 20) = 60$$

$$15(x-3) \leq 10(x-5) + 3(4x-3)$$

$$15x - 45 \leq 10x - 50 + 12x - 9$$

$$15x - 10x - 12x \leq -50 - 9 + 45$$

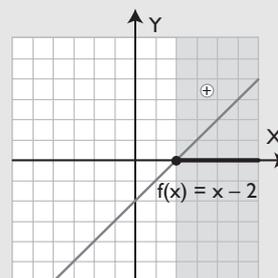
$$-7x \leq -14$$

$$x \geq 2$$

$$[2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$$



Interpretación gráfica:



Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 2$  es positiva o nula.

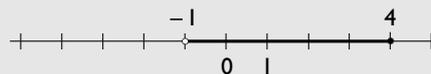
**6** Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 4 \leq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$

**Solución:**

$$x \leq 4, x > -1$$

$$(-1, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 4\}$$



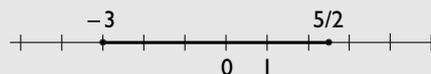
**7** Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ 2x - 5 \leq 0 \end{cases}$$

**Solución:**

$$x \geq -3, x \leq 5/2$$

$$[-3, 5/2] = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq x \leq 5/2\}$$

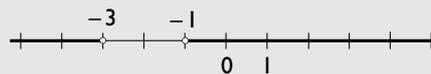


**8** Resuelve la siguiente inecuación:  $|x + 2| > 1$

**Solución:**

Es el exterior del entorno de centro  $-2$  y radio 1, es decir, dos intervalos. No contiene a los extremos:

$$(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$$



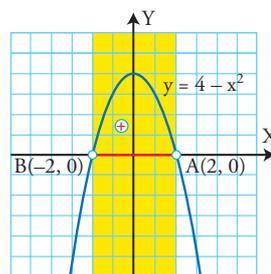
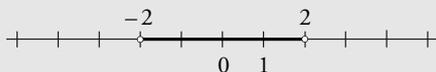
## 2. Inecuaciones polinómicas y racionales

### PIENSA Y CALCULA

Halla el intervalo donde es positiva la función representada en el margen.

**Solución:**

$$(-2, 2) = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$$



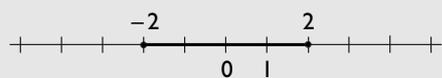
### APLICA LA TEORÍA

- 9** Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$4 - x^2 \geq 0$$

**Solución:**

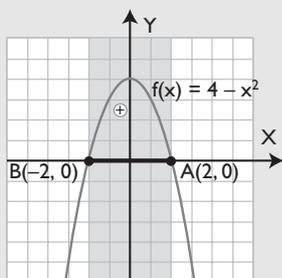
$$[-2, 2] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 2\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$y = 4 - x^2$  es positiva o cero.



- 10** Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$\frac{x-5}{3-x} \leq 0$$

**Solución:**

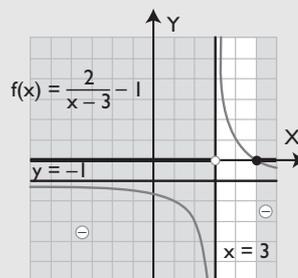
$$(-\infty, 3) \cup [5, +\infty)$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

$y = \frac{x-5}{3-x}$  es negativa o nula.



- 11** Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$x^2 + 2x - 3 > 0$$

**Solución:**

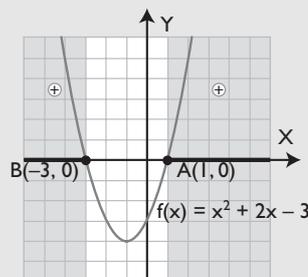
$$(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$y = x^2 + 2x - 3$  es positiva.

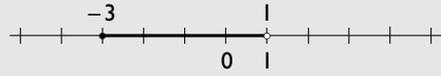


**12** Resuelve la siguiente inecuación y haz su interpretación gráfica:

$$\frac{x+3}{x-1} \leq 0$$

**Solución:**

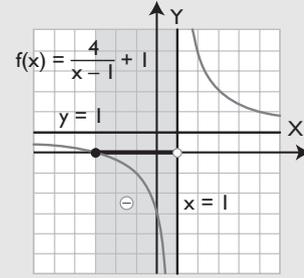
$$[-3, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 1\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

$y = \frac{x+3}{x-1}$  es negativa o nula.

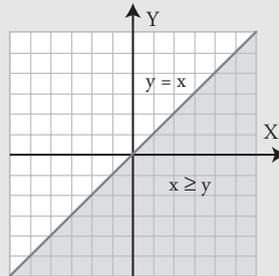


### 3. Inecuaciones lineales con dos variables

#### PIENSA Y CALCULA

Representa en unos ejes de coordenadas todos los puntos del plano en los que la abscisa,  $x$ , sea mayor o igual que la ordenada,  $y$

**Solución:**

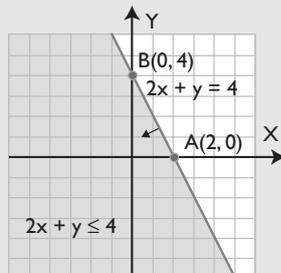


#### APLICA LA TEORÍA

**13** Resuelve la siguiente inecuación:

$$2x + y \leq 4$$

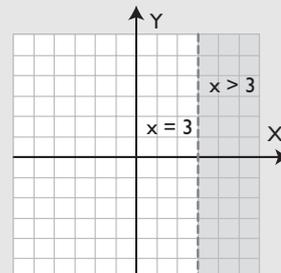
**Solución:**



**14** Resuelve la siguiente inecuación:

$$x > 3$$

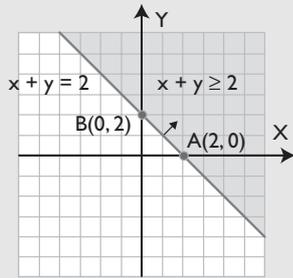
**Solución:**



**15** Resuelve la siguiente inecuación:

$$x + y \geq 2$$

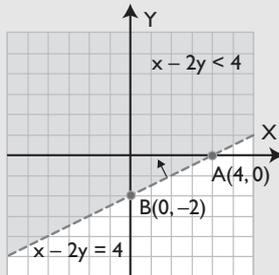
**Solución:**



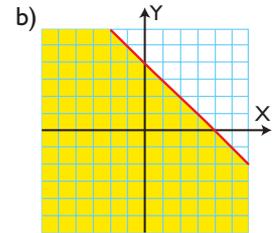
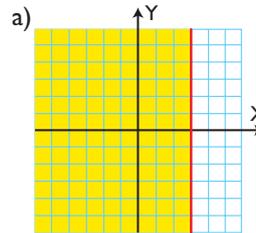
**16** Resuelve la siguiente inecuación:

$$x - 2y < 4$$

**Solución:**



**17** Escribe la inecuación correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:



**Solución:**

a)  $x \leq 3$

b)  $x + y \leq 4$

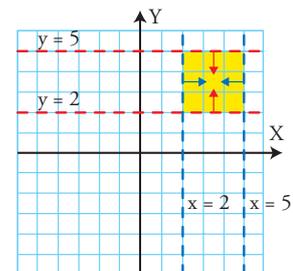
## 4. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables

### PIENSA Y CALCULA

Observando la representación gráfica de la parte derecha, escribe las coordenadas enteras de todos los puntos que verifiquen al mismo tiempo que  $x > 2$ ,  $y > 2$ ,  $x < 5$ ,  $y < 5$

**Solución:**

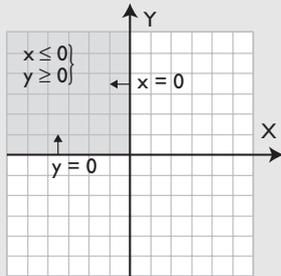
A(3, 3); B(3, 4); C(4, 3) y D(4, 4)



**18** Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

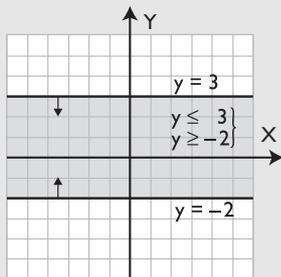
**Solución:**



**19** Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} y \leq 3 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

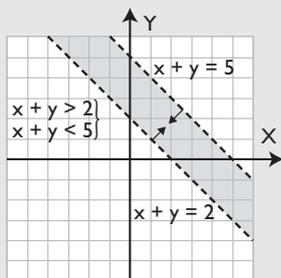
**Solución:**



**20** Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y > 2 \\ x + y < 5 \end{cases}$$

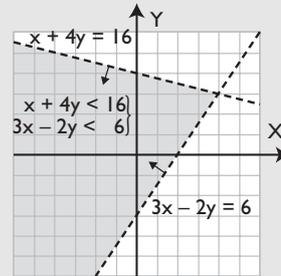
**Solución:**



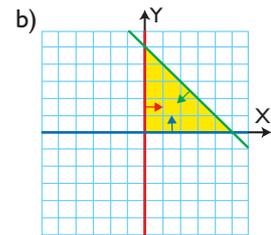
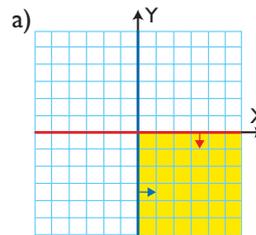
**21** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 4y < 16 \\ 3x - 2y < 6 \end{cases}$$

**Solución:**



**22** Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:



**Solución:**

a)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$

# Ejercicios y problemas

## 1. Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado

**23** Cambia mentalmente de signo las siguientes inecuaciones:

a)  $-3x \leq 2$                       b)  $-2x > -5$

**Solución:**

a)  $3x \geq -2$                       b)  $2x < 5$

**24** Multiplica o divide mentalmente las siguientes inecuaciones por el número que se indica:

a)  $-x/3 < 1$                       Multiplica por  $-3$   
 b)  $-2x \geq -6$                       Divide entre  $-2$

**Solución:**

a)  $x > -3$                       b)  $x \leq 3$

Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

**25**  $3x - 3 \geq 2x - 1$

**Solución:**

$$3x - 2x \geq -1 + 3$$

$$x \geq 2$$

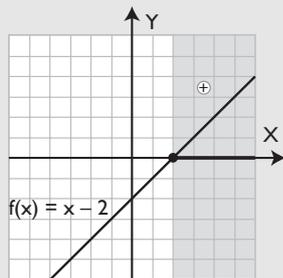
$$[2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2\}$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 2$  es positiva.



**26**  $5x - 4 < 3x - 1$

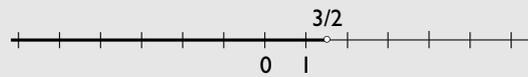
**Solución:**

$$5x - 3x < -1 + 4$$

$$2x < 3$$

$$x < 3/2$$

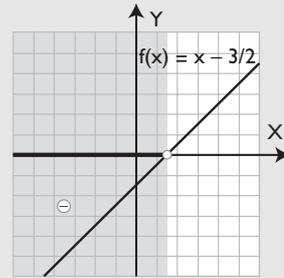
$$(-\infty, 3/2) = \{x \in \mathbb{R}, x < 3/2\}$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 3/2$  es negativa.



**27**  $2x - 3(x + 2) \leq 2(x - 1) - 1$

**Solución:**

$$2x - 3x - 6 \leq 2x - 2 - 1$$

$$2x - 3x - 2x \leq -2 - 1 + 6$$

$$-3x \leq 3$$

$$x \geq -1$$

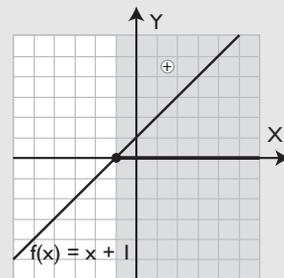
$$[-1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1\}$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x + 1$  es positiva o nula.



**28**  $x - 2(x - 1) > 10 - 2(x + 3)$

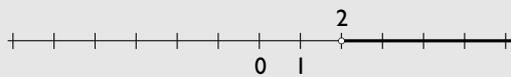
**Solución:**

$$x - 2x + 2 > 10 - 2x - 6$$

$$x - 2x + 2x > 10 - 6 - 2$$

$$x > 2$$

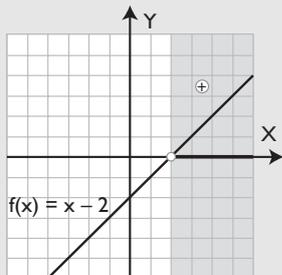
$$(2, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x > 2\}$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 2$  es positiva.



$$29 \quad \frac{1}{5} + \frac{3x}{2} \leq \frac{2x}{3}$$

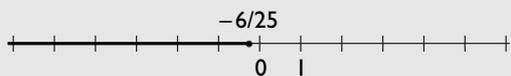
**Solución:**

$$\text{m.c.m.}(2, 3, 5) = 30$$

$$6 + 45x \leq 20x$$

$$45x - 20x \leq -6$$

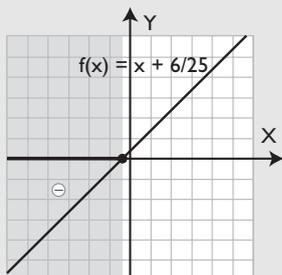
$$x \leq -6/25$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x + 6/25$  es negativa o nula.



$$30 \quad x + \frac{x+2}{6} > \frac{4x}{3}$$

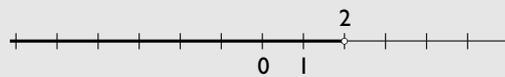
**Solución**

$$x + \frac{x+2}{6} > \frac{4x}{3}$$

$$\text{m.c.m.}(6, 3) = 6$$

$$-x > -2$$

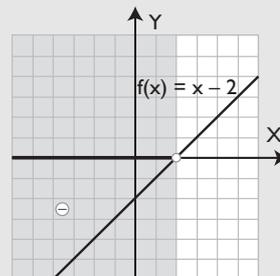
$$x < 2$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 2$  es negativa.



$$31 \quad \frac{2x}{3} + \frac{x+2}{6} < \frac{3x}{2} + 1$$

**Solución:**

$$\frac{2x}{3} + \frac{x+2}{6} < \frac{3x}{2} + 1$$

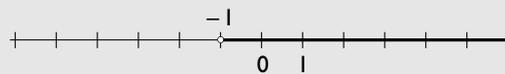
$$\text{m.c.m.}(3, 6, 2) = 6$$

$$4x + x + 2 < 9x + 6$$

$$4x + x - 9x < 6 - 2$$

$$-4x < 4$$

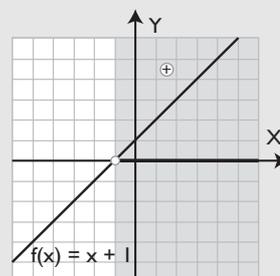
$$x > -1$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x + 1$  es positiva.



$$32 \quad \frac{4x+1}{3} - \frac{2x+1}{2} \leq \frac{x}{12} + \frac{5}{6}$$

# Ejercicios y problemas

**Solución:**

$$\text{m.c.m.}(3, 2, 12, 6) = 12$$

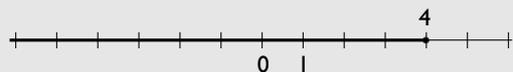
$$4(4x + 1) - 6(2x + 1) \leq x + 10$$

$$16x + 4 - 12x - 6 \leq x + 10$$

$$16x - 12x - x \leq 10 - 4 + 6$$

$$3x \leq 12$$

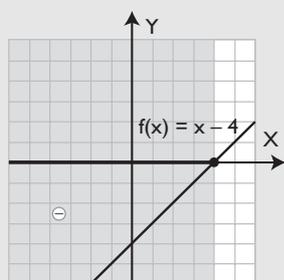
$$x \leq 4$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x - 4$  es negativa o nula.



$$\mathbf{33} \quad \frac{x-1}{2} \leq \frac{3x+10}{5} + \frac{5x+3}{15}$$

**Solución:**

$$\text{m.c.m.}(2, 5, 15) = 30$$

$$15(x-1) \leq 6(3x+10) + 2(5x+3)$$

$$15x - 15 \leq 18x + 60 + 10x + 6$$

$$15x - 18x - 10x \leq 60 + 6 + 15$$

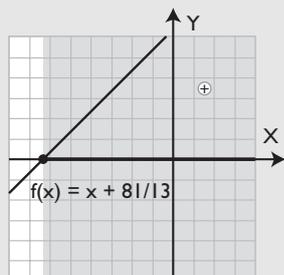
$$-13x \leq 81 \Rightarrow x \geq -81/13$$



Interpretación gráfica:

Son los valores de  $x$  para los que:

$f(x) = x + 81/13$  es positiva o nula.



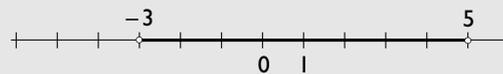
$$\mathbf{34} \quad |x-1| < 4$$

**Solución:**

Es el entorno abierto de centro 1 y radio 4,  $E(1, 4)$ ,

es decir, el intervalo abierto:

$$(-3, 5) = \{x \in \mathbb{R}, -3 < x < 5\}$$



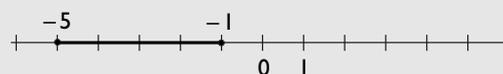
$$\mathbf{35} \quad |x+3| \leq 2$$

**Solución:**

Es el entorno cerrado de centro  $-3$  y radio 2,  $E(-3, 2)$ ,

es decir, el intervalo cerrado:

$$[-5, -1] = \{x \in \mathbb{R}, -5 \leq x \leq -1\}$$



$$\mathbf{36} \quad |x+1| > 3$$

**Solución:**

Es lo que queda fuera del entorno de centro  $-1$  y radio 3, es decir, los intervalos:

$$(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$$

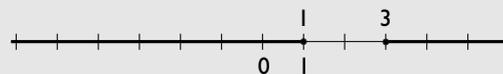


$$\mathbf{37} \quad |x-2| \geq 1$$

**Solución:**

Es lo que queda fuera del entorno de centro 2 y radio 1, es decir, los intervalos:

$$(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$



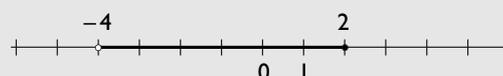
Resuelve los siguientes sistemas:

$$\mathbf{38} \quad \begin{cases} x + 4 > 0 \\ 2x - 3 \leq 1 \end{cases}$$

**Solución:**

$$x > -4, x \leq 2$$

$$(-4, 2] = \{x \in \mathbb{R}, -4 < x \leq 2\}$$



$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 2 < 0 \end{cases}$$

**Solución:**

$$x \geq 1, x < -2$$

No hay solución; la intersección de los dos es el conjunto vacío,  $\emptyset$

## 2. Inecuaciones polinómicas y racionales

Resuelve las siguientes inecuaciones y haz la interpretación gráfica:

$$40 \quad x^2 - 1 < 0$$

**Solución:**

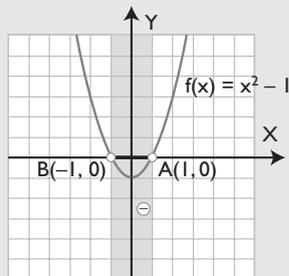
$$(-1, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$f(x) = x^2 - 1$  es negativa.



$$41 \quad -x^2 + 6x - 5 \geq 0$$

**Solución:**

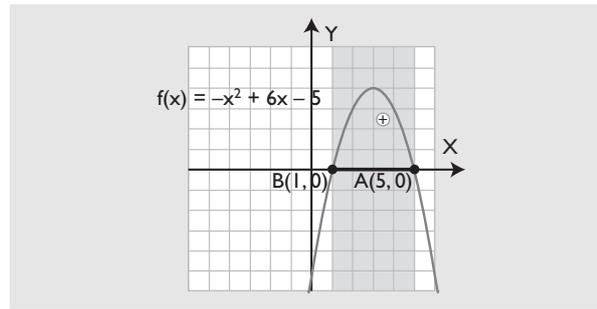
$$[1, 5] = \{x \in \mathbb{R}, 1 \leq x \leq 5\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

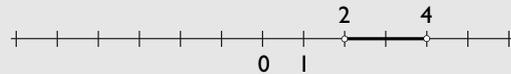
$y = -x^2 + 6x - 5$  es positiva o nula.



$$42 \quad x^2 - 6x + 8 < 0$$

**Solución:**

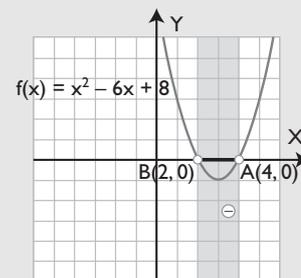
$$(2, 4) = \{x \in \mathbb{R}, 2 < x < 4\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

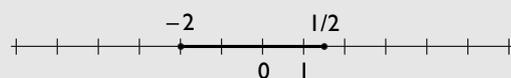
$y = x^2 - 6x + 8$  es negativa.



$$43 \quad 2x^2 + 3x - 2 \leq 0$$

**Solución:**

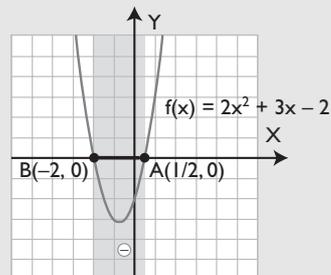
$$[-2, 1/2] = \{x \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 1/2\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$  es negativa o nula.



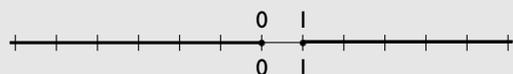
# Ejercicios y problemas

**44**  $x^2 \geq x$

**Solución:**

$$x^2 - x \geq 0$$

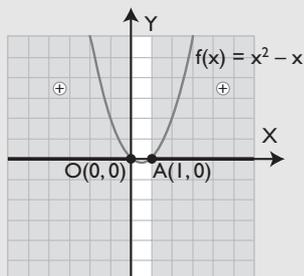
$$(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

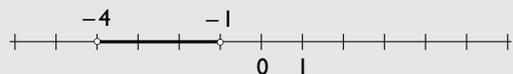
$f(x) = x^2 - x$  es positiva o nula.



**45**  $x^2 + 5x + 4 < 0$

**Solución:**

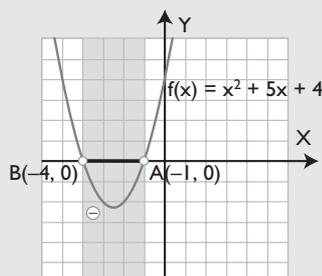
$$(-4, -1) = \{x \in \mathbb{R}, -4 < x < -1\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

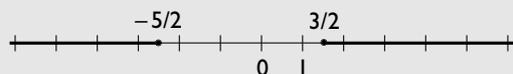
$f(x) = x^2 + 5x + 4$  es negativa o nula.



**46**  $x^2 + x \geq \frac{15}{4}$

**Solución:**

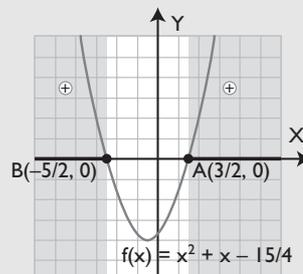
$$(-\infty, -5/2] \cup [3/2, +\infty)$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la parábola:

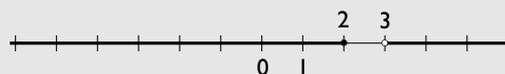
$f(x) = x^2 + x - \frac{15}{4}$  es positiva o nula.



**47**  $\frac{x-2}{x-3} \geq 0$

**Solución:**

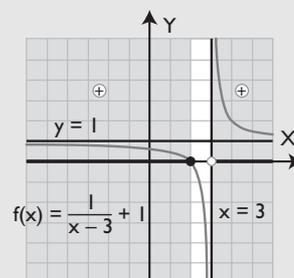
$$(-\infty, 2] \cup (3, +\infty)$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

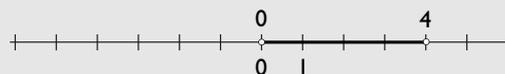
$y = \frac{x-2}{x-3}$  es positiva o nula.



**48**  $\frac{x-4}{x} < 0$

**Solución:**

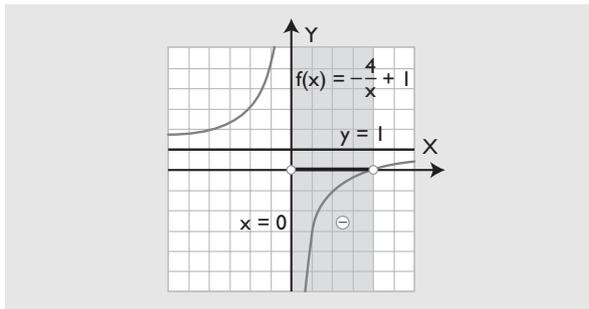
$$(0, 4) = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x < 4\}$$



Interpretación gráfica:

Es el intervalo donde la hipérbola:

$y = \frac{x-4}{x}$  es negativa.

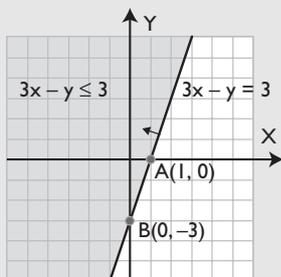


### 3. Inecuaciones lineales con dos variables

Resuelve las siguientes inecuaciones:

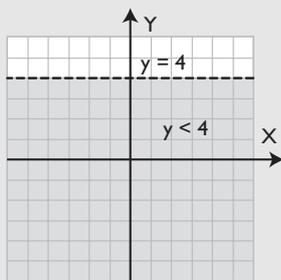
**49**  $3x - y \leq 3$

**Solución**



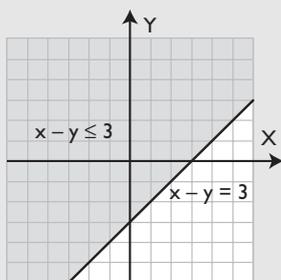
**50**  $y < 4$

**Solución**



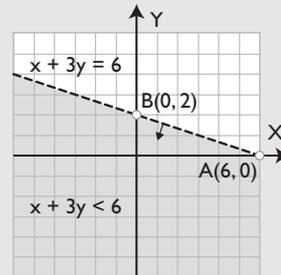
**51**  $x - y \leq 3$

**Solución**

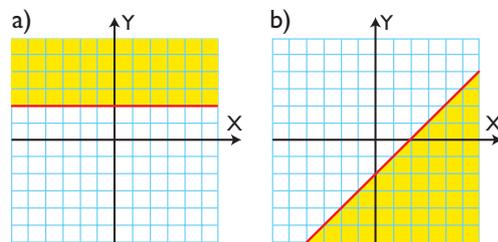


**52**  $x + 3y < 6$

**Solución**



**53** Escribe la inecuación correspondiente a la zona coloreada de las siguientes figuras:



**Solución:**

a)  $y \geq 2$

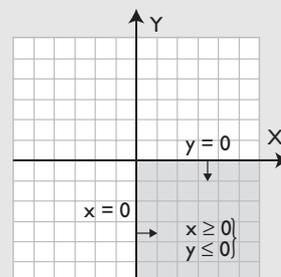
b)  $x - y \geq 2$

### 4. Sistemas de inecuaciones lineales con dos variables

Resuelve mentalmente los siguientes sistemas de inecuaciones:

**54**  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

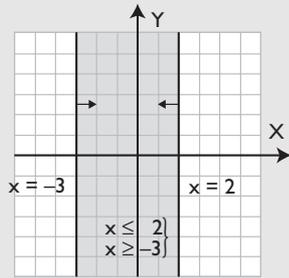
**Solución**



**55**  $\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -3 \end{cases}$

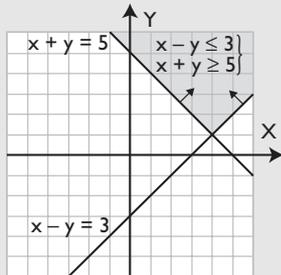
# Ejercicios y problemas

**Solución**



$$\begin{cases} x - y \leq 3 \\ x + y \geq 5 \end{cases}$$

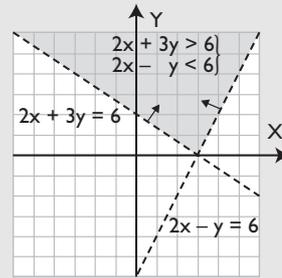
**Solución**



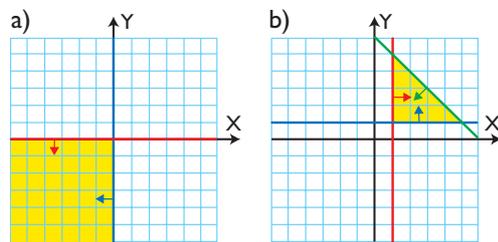
**57** Resuelve mentalmente el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y > 6 \\ 2x - y < 6 \end{cases}$$

**Solución**



**58** Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:



**Solución:**

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \\ \text{b) } \begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 1 \\ x + y \leq 6 \end{cases} \end{array}$$

## Para ampliar

Resuelve las siguientes inecuaciones:

**59**  $x - 3(x - 2) < 11 - 4x$

**Solución:**

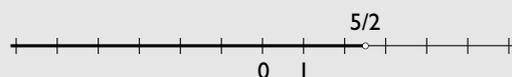
$$x - 3x + 6 < 11 - 4x$$

$$x - 3x + 4x < 11 - 6$$

$$2x < 5$$

$$x < 5/2$$

$$(-\infty, 5/2) = \{x \in \mathbb{R}, x < 5/2\}$$



**60**  $3(2x - 1) > 2x + 6x + 1$

**Solución:**

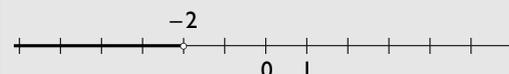
$$6x - 3 > 2x + 6x + 1$$

$$6x - 2x - 6x > 1 + 3$$

$$-2x > 4$$

$$x < -2$$

$$(-\infty, -2) = \{x \in \mathbb{R}, x < -2\}$$



**61**  $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

**Solución:**

$(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$



**62**  $x^2 + 4x + 5 < 0$

**Solución:**

La ecuación:

$x^2 + 4x + 5 = 0$

No tiene soluciones reales; por tanto, la solución es el conjunto vacío,  $\emptyset$ , o toda la recta real,  $\mathbb{R}$

Si se prueba un punto,  $x = 0$ , quedaría:

$5 < 0$

Esto es falso, por tanto, la solución es el conjunto vacío,  $\emptyset$

**63**  $\frac{3x + 3}{x + 2} \leq 0$

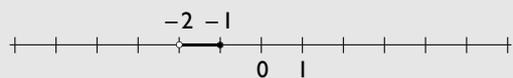
**Solución:**

Raíz del numerador:  $x = -1$

Raíz del denominador:  $x = -2$

Para  $x = 0 \Rightarrow 3/2$  que no es  $\leq 0$

$(-2, -1] = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x \leq -1\}$



**64**  $\frac{2x + 2}{x - 2} > 0$

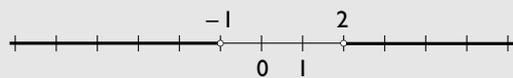
**Solución:**

Raíz del numerador:  $x = -1$

Raíz del denominador:  $x = 2$

Para  $x = 0 \Rightarrow -1$  que no es  $> 0$

$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$



Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

**65**  $\left. \begin{array}{l} 2x + 3 > 1 \\ 4x + 5 \leq 9 + 3x \end{array} \right\}$

**Solución:**

Primera ecuación:

$2x + 3 > 1$

$2x > -2$

$x > -1$

Segunda ecuación:

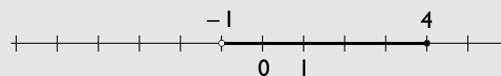
$4x + 5 \leq 9 + 3x$

$4x - 3x \leq 9 - 5$

$x \leq 4$

La solución es el intervalo:

$(-1, 4] = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x \leq 4\}$



**66**  $\left. \begin{array}{l} -13x + 21 \leq 2 - 3(5x - 7) \\ x + 2(3x - 5) > 6x - 7 \end{array} \right\}$

**Solución:**

Primera ecuación:

$-13x + 21 \leq 2 - 3(5x - 7)$

$-13x + 21 \leq 2 - 15x + 21$

$-13x + 15x \leq 2 + 21 - 21$

$2x \leq 2$

$x \leq 1$

Segunda ecuación:

$x + 2(3x - 5) > 6x - 7$

$x + 6x - 10 > 6x - 7$

$x + 6x - 6x > -7 + 10$

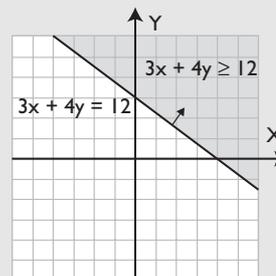
$x > 3$

La solución es el conjunto vacío,  $\emptyset$ , ya que no hay puntos comunes a las soluciones de las dos ecuaciones que forman el sistema.

Resuelve gráficamente la inecuación:

**67**  $3x + 4y \geq 12$

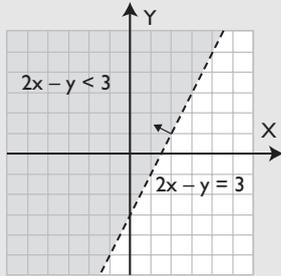
**Solución:**



# Ejercicios y problemas

**68**  $2x - y < 3$

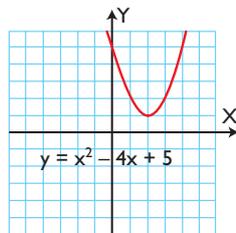
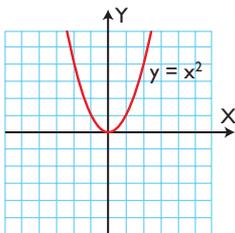
**Solución:**



**69** Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a)  $x^2 \geq 0$

b)  $x^2 - 4x + 5 \leq 0$



**Solución:**

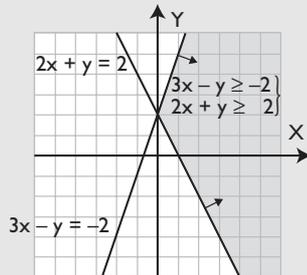
a) Es toda la recta real,  $\mathbb{R}$

b) Es el conjunto vacío,  $\emptyset$

Resuelve gráficamente el sistema de inecuaciones:

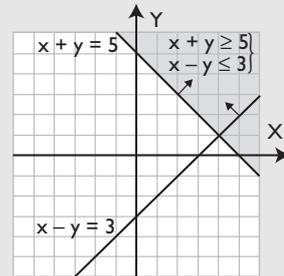
**70** 
$$\begin{cases} 3x - y \geq -2 \\ 2x + y \geq 2 \end{cases}$$

**Solución:**



**71** 
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - y \leq 3 \end{cases}$$

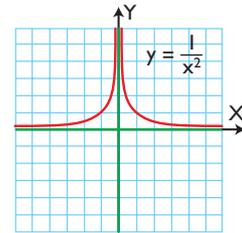
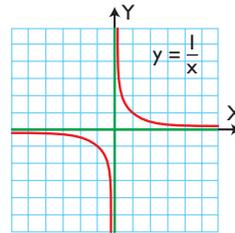
**Solución:**



**72** Observando las siguientes representaciones gráficas, escribe directamente las soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a)  $\frac{1}{x} \leq 0$

b)  $\frac{1}{x^2} \geq 0$

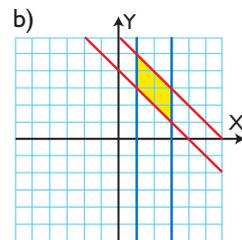
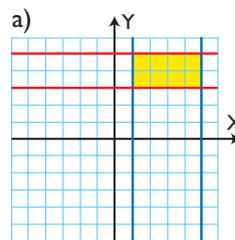


**Solución:**

a)  $(-\infty, 0) = \{x \in \mathbb{R}, x < 0\}$

b)  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

**73** Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:



**Solución:**

a) 
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ y \geq 2 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 3 \\ x + y \geq 4 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$$

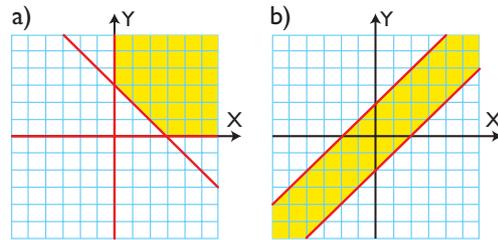
**74** El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. Calcula cuánto puede medir el lado.

**Solución:**

$$3x \leq 18$$

$$x \leq 6 \text{ m}$$

**75** Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona rellena de cada una de las siguientes figuras:



**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } x - y \leq 2 \\ x - y \geq -2 \end{array} \right\}$$

## Problemas

**76** Dada la función  $f(x) = 2x - 6$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.
- Representála para comprobarlo.

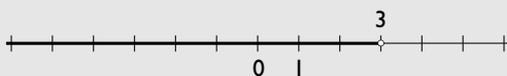
**Solución:**

a)  $2x - 6 = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

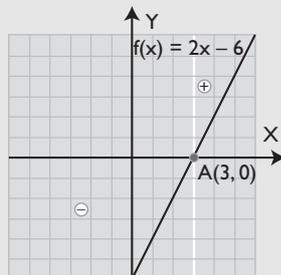
b)  $2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3$



c)  $2x - 6 < 0 \Rightarrow x < 3$



d) Representación:



**77** Dada la función  $f(x) = 1 - x^2$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.

c) cuándo es negativa.

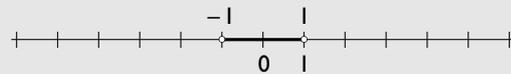
d) Representála para comprobarlo.

**Solución:**

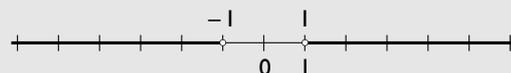
a)  $1 - x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 = -1$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

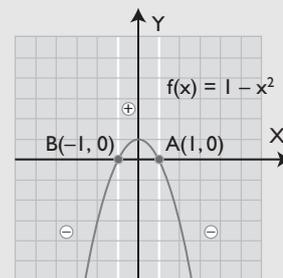
b)  $(-1, 1) = \{x \in \mathbb{R}, -1 < x < 1\}$



c)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$



d) Representación:



**78** Dada la función  $f(x) = \frac{2}{x}$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.
- Representála para comprobarlo.

# Ejercicios y problemas

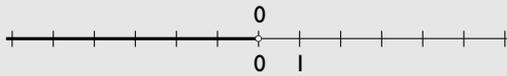
## Solución:

a) Nunca vale cero.

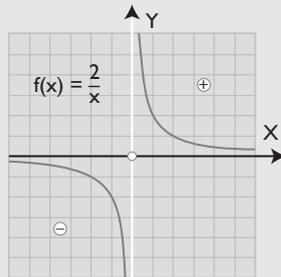
b)  $(0, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$



c)  $(-\infty, 0) = \{x \in \mathbb{R}, x < 0\}$



d) Representación:



**79** El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 20 m. Calcula cuánto puede medir el lado.

## Solución:

$$4x \leq 20$$

$$x \leq 5$$

**80** Un comerciante desea comprar frigoríficos y lavadoras, que cuestan 500 € y 400 €, respectivamente. Si solo dispone de sitio para almacenar 50 electrodomésticos, y de 22 000 € para invertir, representa en el plano el recinto de todas las posibles soluciones de la cantidad de frigoríficos y lavadoras que puede comprar.

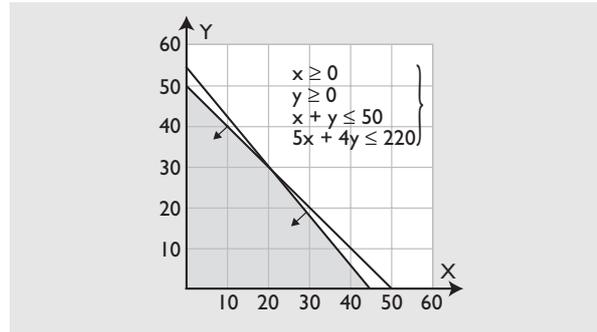
## Solución:

Frigoríficos:  $x$

Lavadoras:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 50 \\ 500x + 400y \leq 22\,000 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 50 \\ 5x + 4y \leq 220 \end{array} \right\}$$



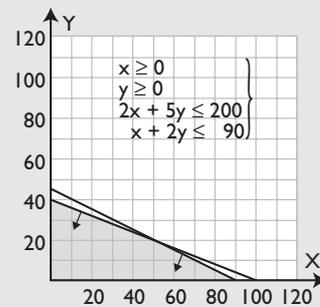
**81** Un fabricante vende sillas y mesas. Para su fabricación, necesita 2 h y 5 h, respectivamente, de trabajo manual y 1 h y 2 h para pintarlas. Si el fabricante no puede sobrepasar las 200 horas de trabajo manual y 90 horas de pintura, representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

## Solución:

Sillas:  $x$

Mesas:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 200 \\ x + 2y \leq 90 \end{array} \right\}$$

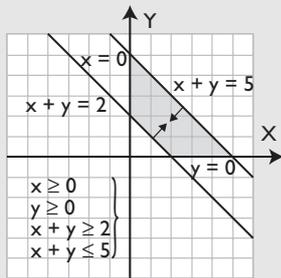


## Para profundizar

Resuelve gráficamente los sistemas de inecuaciones:

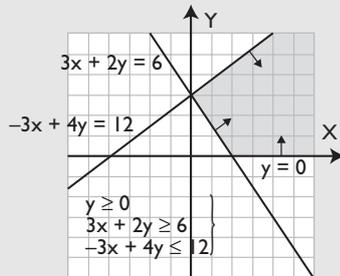
$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{82} \quad x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \\ x + y \leq 5 \end{array} \right\}$$

**Solución:**



$$\left. \begin{array}{l} 83 \quad y \geq 0 \\ 3x + 2y \geq 6 \\ -3x + 4y \leq 12 \end{array} \right\}$$

**Solución:**



**84** Dada la función  $f(x) = |x|$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.
- Representarla para comprobarlo.

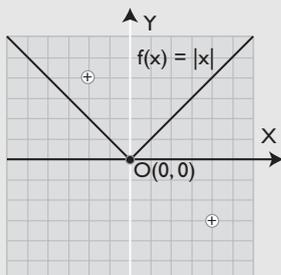
**Solución:**

- $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$
- $|x| > 0$  siempre que  $x \neq 0$



c)  $|x| < 0$  nunca, es decir, es el conjunto vacío,  $\emptyset$

d) Representación:



**85** Dada la función  $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ , halla:

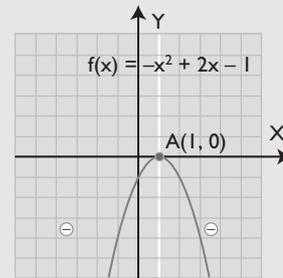
- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.
- Representarla para comprobarlo.

**Solución:**

- $-x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ , raíz doble.
- Nunca es positiva, es decir, es el conjunto vacío,  $\emptyset$
- $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \neq 1\}$



d) Representación:

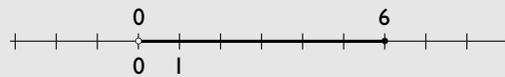


**86** El área de un cuadrado es menor o igual que  $36 \text{ m}^2$ . Calcula cuánto puede medir el lado.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ x^2 \leq 36 \end{array} \right\}$$

$$(0, 6] = \{x \in \mathbb{R}, 0 < x \leq 6\}$$



**87** Un agricultor puede sembrar en sus tierras, como máximo, 4 hectáreas de trigo y 6 hectáreas de centeno. La producción de trigo, por cada hectárea sembrada, es de 4 toneladas, mientras que la producción de centeno, también por hectárea sembrada, es de 2 toneladas, pudiendo producir un máximo de 20 toneladas entre los dos cereales. Representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

# Ejercicios y problemas

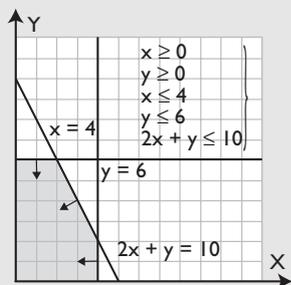
**Solución:**

Hectáreas de trigo:  $x$

Hectáreas de centeno:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 4 \\ y \leq 6 \\ 4x + 2y \leq 20 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 4 \\ y \leq 6 \\ 2x + y \leq 10 \end{array} \right\}$$



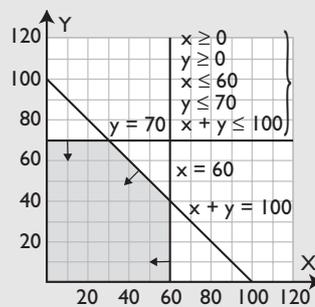
**88** El número de unidades de dos productos (A y B) que un comercio puede vender es, como máximo, igual a 100. Dispone de 60 unidades de producto de tipo A y de 70 unidades de tipo B. Representa en el plano el recinto de las posibles soluciones.

**Solución:**

Unidades producto A:  $x$

Unidades producto B:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 60 \\ y \leq 70 \\ x + y \leq 100 \end{array} \right\}$$



# Aplica tus competencias

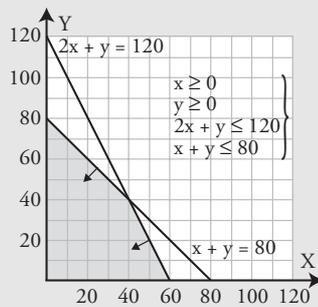
**89** Una fábrica monta ordenadores e impresoras. Un ordenador necesita 2 h para su montaje, y una impresora, 1 h. Diariamente dispone de 120 h de trabajo y de una capacidad de almacenaje de 80 unidades. Si el ordenador y la impresora tienen las mismas dimensiones y, por lo tanto, ocupan el mismo espacio en el almacén, ¿cuántos ordenadores e impresoras se pueden montar cada día?

**Solución:**

Número de ordenadores:  $x$

Número de impresoras:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 120 \\ x + y \leq 80 \end{array} \right\}$$



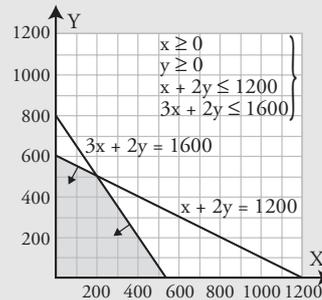
**90** Los alumnos de un centro educativo pretenden vender dos tipos de lotes, A y B, para sufragar los gastos del viaje de estudios. Cada lote de tipo A consta de una caja de mantecadas y tres participaciones de lotería; cada lote del tipo B consta de dos cajas de mantecadas y dos participaciones de lotería. Por razones de almacenamiento, pueden disponer a lo sumo de 1 200 cajas de mantecadas. Los alumnos solo cuentan con 1 600 participaciones de lotería, y desean maximizar sus beneficios. ¿Cuántos lotes pueden hacer de cada tipo?

**Solución:**

Unidades de lote A:  $x$

Unidades de lote B:  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 1200 \\ 3x + 2y \leq 1600 \end{array} \right\}$$



# Comprueba lo que sabes

- 1** Define qué es una inecuación racional y pon un ejemplo; no es necesario que la resuelvas.

**Solución:**

Una **inecuación racional** es una expresión de la forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} < 0 \quad P(x) \text{ y } Q(x) \text{ son polinomios}$$

donde el operador  $<$  puede ser:  $\leq, > \text{ o } \geq$

**Ejemplo**

$$\frac{x+1}{x-2} \geq 0$$

- 2** Resuelve la siguiente inecuación:

$$2x + 7 \leq 3(4x - 1)$$

**Solución:**

$$2x + 7 \leq 12x - 3$$

$$2x - 12x \leq -3 - 7$$

$$-10x \leq -10$$

$$x \geq 1$$

$$[1, +\infty) = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 1\}$$

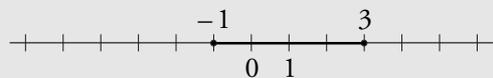


- 3** Resuelve la siguiente inecuación:

$$-x^2 + 2x + 3 \geq 0$$

**Solución:**

$$[-1, 3] = \{x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 3\}$$



- 4** Resuelve la siguiente inecuación:

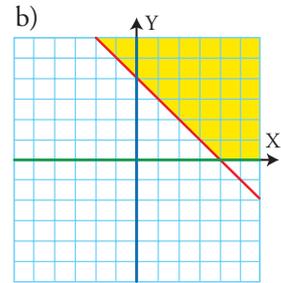
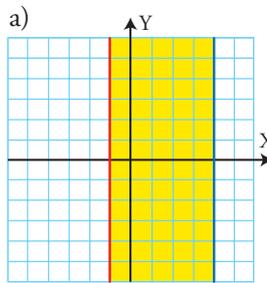
$$\frac{x-2}{x+2} \geq 0$$

**Solución:**

$$(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$



- 5** Escribe el sistema de inecuaciones correspondiente a la zona coloreada de cada una de las figuras del margen:



**Solución:**

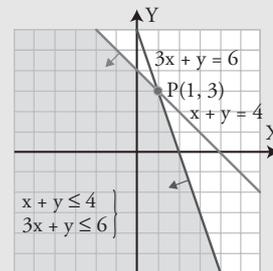
$$a) \left. \begin{array}{l} x \geq -1 \\ x \leq 4 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \end{array} \right\}$$

- 6** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 4 \\ 3x + y \leq 6 \end{array} \right\}$$

**Solución:**



- 7** Dada la función:  $f(x) = 4 - x^2$ , halla:

- cuándo vale cero.
- cuándo es positiva.
- cuándo es negativa.
- Representála para comprobarlo.

a)  $4 - x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 = -4$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

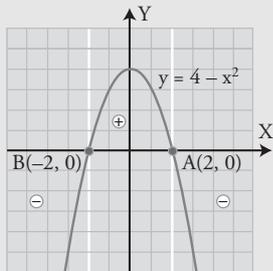
b)  $(-2, 2) = \{x \in \mathbb{R}, -2 < x < 2\}$



c)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$



d) Representación:

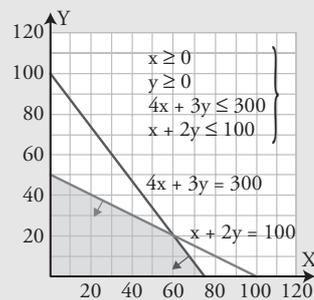


**8** Un pastero produce dos tipos de bollos. El tipo A lleva 400 g de harina y 100 g de azúcar, mientras que los del tipo B llevan 300 g de harina y 200 g de azúcar. Si el pastero tiene para cada día 30 kg de harina y 10 kg de azúcar, ¿cuántos bollos puede producir de cada tipo?

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 0,4x + 0,3y \leq 30 \\ 0,1x + 0,2y \leq 10 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + 3y \leq 300 \\ x + 2y \leq 100 \end{array} \right\}$$



## Paso a paso

**91** Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x - 3 \leq 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**92** Resuelve la siguiente inecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

$$x^2 - 2x - 3 \geq 0$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

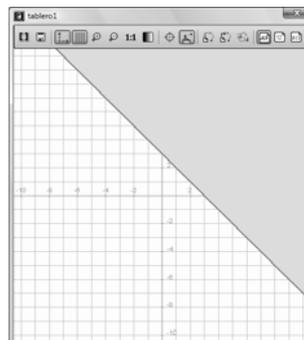
**93** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y \geq 4 \\ 2x + y \geq 5 \end{cases}$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**94** Halla mediante *ensayo-acierto* la inecuación correspondiente a la zona coloreada de la siguiente figura:



**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**95** Internet. Abre: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas, curso y tema.**

## Practica

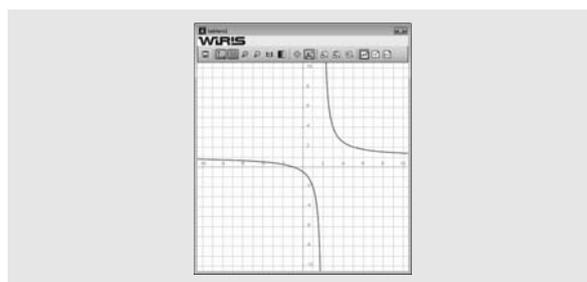
**96** Resuelve la siguiente inecuación:

$$x + 7 \leq 3x + 4$$

**Solución:**

$$x \geq 3/2$$

Es el intervalo:  $[3/2, +\infty)$



**97** Resuelve la siguiente inecuación y haz la representación gráfica correspondiente:

$$\frac{x + 1}{x - 2} \geq 0$$

**Solución:**

$$x \leq -1/x > 2$$

Son los intervalos:

$$(-\infty, -1] \cup (2, +\infty)$$

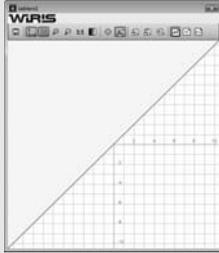
**98** Resuelve la siguiente inecuación:  $x + y \geq 0$

**Solución:**



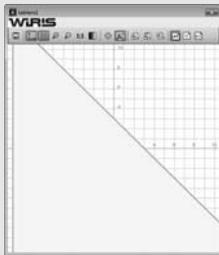
**99** Resuelve la siguiente inecuación:  $x - y \leq 0$

**Solución:**



**100** Resuelve la siguiente inecuación:  $x + y \leq 3$

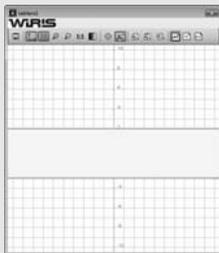
**Solución:**



**101** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} y \leq 2 \\ y \geq -3 \end{array} \right\}$$

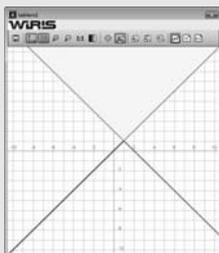
**Solución:**



**102** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 2 \\ x - y \leq 0 \end{array} \right\}$$

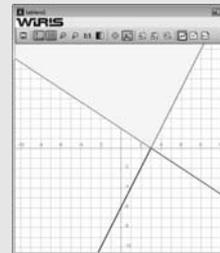
**Solución:**



**103** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

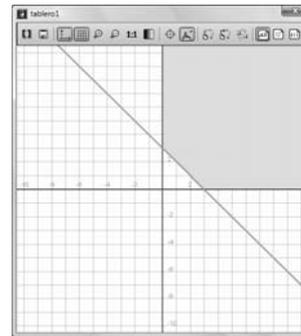
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y > 6 \\ 2x - y < 6 \end{array} \right\}$$

**Solución:**



Halla mediante *ensayo-acierto* cada uno de los sistemas de inecuaciones correspondientes a la zona coloreada de cada una de las siguientes figuras:

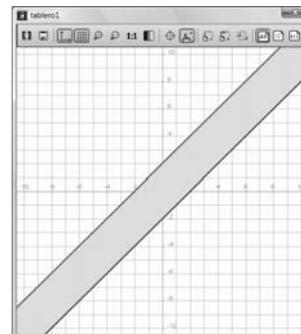
**104**



**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 2 \end{array} \right\}$$

**105**



**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x - y \leq -2 \\ x - y \geq 2 \end{array} \right\}$$