

POLINOMIOS

- 1 Efectúa las siguientes divisiones usando la Regla de Ruffini. ¿Cuál es exacta?

a) $(x^3 - 5x^2 + 7) : (x + 3)$; b) $(7x^3 - 19x^2 - 91x + 105) : (x - 5)$; c) $(x^8 - 1) : (x - 1)$.

Solución:

a) $c(x) = x^2 - 8x + 24$; $r(x) = -65$;

b) $c(x) = 7x^2 + 14x - 21$; $r(x) = 0 \Rightarrow$ exacta;

c) $c(x) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$; $r(x) = 0 \Rightarrow$ exacta.

- 2 Realiza las siguientes divisiones:

Solución:

a) $(x^3 - 3x^2 + 6x - 2) : (x^2 + x - 1)$

a) $c(x) = x - 4$ $r(x) = 11x - 6$

b) $(x^4 - x^3 + 8x + 4) : (x^2 - x + 2)$

b) $c(x) = x^2 - 2$ $r(x) = 6x + 8$

- 3 Dados los polinomios $p(x)$, $q(x)$ y $r(x)$ escritos más abajo, calcula:

Solución:

a) $p(x) + q(x)$;

a) $p(x) + q(x) = 9x^3 - 9x + 11$;

b) $p(x) - q(x)$;

b) $p(x) - q(x) = -x^3 - 9x + 5$;

c) $p(x) + q(x) - r(x)$;

c) $p(x) + q(x) - r(x) = 7x^3 + x^2 - 9x + 10$;

d) $p(x) - q(x) - r(x)$.

d) $p(x) - q(x) - r(x) = -3x^3 + x^2 - 9x + 4$.

$p(x) = 4x^3 - 9x + 8$; $q(x) = 5x^3 + 3$; $r(x) = 2x^3 - x^2 + 1$.

- 4 Dados los polinomios $p(x)$ y $q(x)$ escritos más abajo, calcula:

Solución:

a) $p(x) + q(x)$;

a) $p(x) + q(x) = 8x^3 + 10x$;

b) $q(x) - p(x)$;

b) $q(x) - p(x) = -2x^3 - 6x^2 - 4x - 2$;

c) $p(x) \cdot q(x)$.

c) $p(x) \cdot q(x) = 15x^6 + 6x^5 + 27x^4 + 14x^3 + 15x^2 + 4x - 1$.

$p(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 1$; $q(x) = 3x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

- 5 Dados los polinomios $p(x)$ y $q(x)$ escritos más abajo, calcula:

a) $p(x) + q(x)$;

b) $p(x) - q(x)$;

c) $p(x) \cdot q(x)$.

$p(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$; $q(x) = x^4 - x^2 - 2$.

Solución:

a) $p(x) + q(x) = 6x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x - 1$;

b) $p(x) - q(x) = 4x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 2x + 3$;

c) $p(x) \cdot q(x) = 5x^8 + 4x^7 - 2x^6 - 2x^5 - 12x^4 - 10x^3 - 7x^2 - 4x - 2$.

- 6 Dados los polinomios $p(x)$, $q(x)$ y $r(x)$ escritos más abajo, calcula:

Solución:

a) $p(x) + q(x)$;

a) $p(x) + q(x) = 4x^2 + 2$;

b) $p(x) - q(x)$;

b) $p(x) - q(x) = 2x^2 - 6$;

c) $p(x) - q(x) + r(x)$;

c) $p(x) - q(x) + r(x) = 3x^4 + 2x^2 + 9$;

d) $p(x) + q(x) - r(x)$.

d) $p(x) + q(x) - r(x) = -3x^4 + 4x^2 - 13$.

$p(x) = 2x^4 + x^2 - 2$; $q(x) = 2x^4 - x^2 + 4$; $r(x) = 3x^4 + 15$.

- 7 Efectúa las siguientes divisiones usando la Regla de Ruffini. ¿Cuál es exacta?

a) $(2x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) : (x + 1)$; b) $(x^3 - 18x^2 + 51x + 182) : (x - 13)$; c) $(x^5 + x^2 - 7) : (x + 2)$.

Solución:

a) $c(x) = 2x^4 - x^3 + x - 2$; $r(x) = 3$;

b) $c(x) = x^2 - 5x - 14$; $r(x) = 0 \Rightarrow$ exacta;

c) $c(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 7x + 14$; $r(x) = -35$.

8 Realiza las siguientes divisiones:

a) $(x^3 - 5x^2 + x - 1) : (2x - 1)$

b) $(x^6 + x^2 - 3) : (x^2 + 1)$

Solución:

a) $c(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{9x}{4} - \frac{5}{8} \quad r(x) = -\frac{13}{8}$

b) $c(x) = x^4 - x^2 + 2 \quad r(x) = -5$

1 Calcula:

a) $\left(\frac{3}{5}a + \frac{5}{3}b\right)^3$;

b) $\left(-\frac{1}{4}h + \frac{1}{2}m\right)^2$;

c) $(\sqrt{17}m - \sqrt{5}h)(\sqrt{17}m + \sqrt{5}h)$

Solución:

a) $\frac{27}{125}a^3 + \frac{9}{5}a^2b + 5ab^2 + \frac{125}{27}b^3$;

b) $\frac{1}{16}h^2 - \frac{1}{4}hm + \frac{1}{4}m^2$;

c) $17m^2 - 5h^2$.

2 Calcula:

a) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y\right)$;

b) $(\sqrt{7} - 3z)(\sqrt{7} + 3z)$;

c) $(-5h + 3m)(-5h - 3m)$.

Solución:

a) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{16}y^2$;

b) $7 - 9z^2$;

c) $25h^2 - 9m^2$.

3 Calcula:

a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}m - 5h\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}m + 5h\right)$;

b) $\left(\frac{3}{7}x - \frac{4}{5}y\right)^2$;

c) $(5h + 2z)^3$.

Solución:

a) $\frac{3}{4}m^2 - 25h^2$;

b) $\frac{9}{49}x^2 - \frac{24}{35}xy + \frac{16}{25}y^2$;

c) $125h^3 + 150h^2z + 60hz^2 + 8z^3$.

4 Calcula el cuadrado del siguiente trinomio utilizando las identidades notables y con la definición de potencia y comprueba que se obtiene el mismo resultado:

$$(x - y + z)^2$$

Solución:

$$((x - y) + z)^2 = (x - y)^2 + 2(x - y)z + z^2 = x^2 - 2xy + y^2 + 2xz - 2yz + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - 2yz$$

$$(x - y + z)(x - y + z) = x^2 - xy + xz - yx + y^2 - yz + zx - zy + z^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - 2yz$$

5 Calcula:

a) $\left(3a - \frac{2}{3}b\right)^3$;

b) $\left(\frac{3}{7}x + \frac{11}{3}y\right)^2$;

c) $\left(\frac{12}{7}z - 7h\right)\left(-\frac{12}{7}z - 7h\right)$.

Solución:

a) $27a^3 - 18a^2b + 2ab^2 - \frac{8}{27}b^3$;

b) $\frac{9}{49}x^2 + \frac{22}{7}xy + \frac{121}{9}y^2$;

c) $-\frac{144}{49}z^2 + 49h^2$.

6 Calcula:

a) $\left(\frac{2}{9}a - \frac{3}{4}b\right)^2$;

b) $(\sqrt{29}z - 4)(\sqrt{29}z + 4)$;

c) $\left(\frac{1}{3}h - 3\right)^3$.

Solución:

a) $\frac{4}{81}a^2 - \frac{1}{3}ab + \frac{9}{16}b^2$;

b) $29z^2 - 16$;

c) $\frac{1}{27}h^3 - h^2 + 9h - 27$.

7 **Calcula y simplifica:** $(2x^2 - y + z - t)^2 + (3x - y)^3$

Solución:

$$4x^4 + y^2 + z^2 + t^2 - 4x^2y + 4x^2z - 4x^2t - 2yz + 2yt - 2zt + 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3 =$$

$$= 4x^4 + y^2 + z^2 + t^2 - 31x^2y + 4x^2z - 4x^2t - 2yz + 2yt - 2zt + 27x^3 + 9xy^2 - y^3$$

8 **Calcula:**

a) $(6z + 7h)^2$;

b) $(\sqrt{15z} - 8h)(\sqrt{15z} + 8h)$;

c) $\left(\frac{7}{3}x + 3y\right)^3$.

Solución:

a) $36z^2 + 84zh + 49h^2$;

b) $15z^2 - 64h^2$;

c) $\frac{243}{27}x^3 + 7x^2y + 63xy^2 + 27y^3$.

1 **Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:**

a) $x^3 + 4x^2 - 20x - 48$;

b) $7x^3 - 15x^2 + 58x - 8$;

c) $x^3 - 6x^2 - 61x + 210$.

Solución:

a) $(x+2)(x-4)(x+6)$; b) $(7x-1)(x^2-2x+8)$; c) $(x-3)(x+7)(x-10)$.

Raíces: a) -6, -2, 4 b) $\frac{1}{7}$ c) -7, 3, 10

2 **Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:**

a) $x^3 - 5x^2 + 11x - 28$;

b) $3x^4 + 16x^3 - 37x^2 - 14x$;

c) $3x^3 - 22x^2 - 47x + 18$.

Solución:

a) $(x-4)(x^2-x+7)$; b) $x(3x+1)(x-2)(x+7)$; c) $(3x-1)(x-9)(x+2)$.

Raíces: a) 4 b) -7, $-\frac{1}{3}$, 0, 2 c) -2, $\frac{1}{3}$, 9

3 **Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:**

a) $x^3 - 4x^2 - 103x - 182$;

b) $x^3 - 7x^2 - 16x + 112$;

c) $x^3 - 4x^2 + 9x - 10$.

Solución:

a) $(x+7)(x+2)(x-13)$; b) $(x-4)(x+4)(x-7)$; c) $(x-2)(x^2-2x+5)$.

Raíces: a) -7, -2, 13 b) -4, 4, 7 c) 2

4 **Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:**

a) $2x^3 + 5x^2 - 28x - 15$;

b) $x^3 + 5x^2 - 29x - 105$;

c) $x^3 - 7x^2 - 7x + 8$.

Solución:

a) $(2x+1)(x-3)(x+5)$; b) $(x+7)(x-5)(x+3)$; c) $(x+8)(x^2-x+1)$.

Raíces: a) -5, $-\frac{1}{2}$, 3 b) -7, -3, 5 c) -8

5 **Factoriza los siguientes polinomios e indica sus raíces:**

a) $x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$

b) $x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 1$

c) $x^6 + 6x^5 + 14x^4 + 18x^3 + 17x^2 + 12x + 4$

Solución:

a) $(x^2+x+1)(x-2)^2$ b) $(x^2+1)(x+1)^3$ c) $(x^2+1)(x+1)^2(x+2)^2$

Raíces: a) 2 (doble) b) -1 (triple) c) -1 (doble), -2 (doble)

- 6 **Obtén un polinomio cuyas raíces sean:**
a) 1 (raíz doble), -1 (raíz triple)
b) -3 (raíz simple), 0 (raíz triple), 1 (raíz doble)

Solución:

$$a) (x-1)^2(x+1)^3 = x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1$$

$$b) x^3(x+3)(x-1)^2 = x^6 + x^5 - 5x^4 + 3x^3$$

- 7 **Obtén un polinomio cuyas raíces sean:**
a) 0 (raíz doble), -1 (raíz triple)
b) 0 (raíz simple), 1 (raíz triple), 2 (raíz doble)

Solución:

$$a) x^2(x+1)^3 = x^5 + 3x^4 + 3x^3 + x^2$$

$$b) x(x-1)^3(x-2)^2 = x^6 - 7x^5 + 19x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 4x$$

- 8 **Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:**
a) $x^4 - 4x^3 - 20x^2 + 48x$;
b) $8x^3 + 17x^2 + 18x + 2$;
c) $x^3 + 5x^2 - 138x - 792$.

Solución:

$$a) x(x-2)(x+4)(x-6); \quad b) (8x+1)(x^2+2x+2); \quad c) (x+11)(x-12)(x+6)$$

$$\text{Raíces: a) } -4, 0, 2, 6 \quad b) -\frac{1}{8} \quad c) -11, -6, 12$$