

1- Sabiendo que $\operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{\frac{3}{2}}$, con $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Se pide: a) Hallar $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ y $\tan \alpha$

b) Representa sobre la circunferencia y calcula $\sin(180^\circ - \alpha)$; $\cos(-\alpha)$; $\cos(90^\circ - \alpha)$; $\tan(180^\circ + \alpha)$

$$(a) \sin \alpha = -\sqrt{\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{6}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = +\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

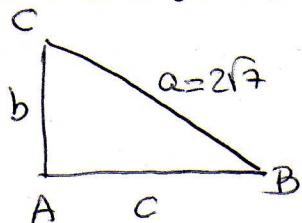
$$(b) \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha = \sqrt{2}$$

2.- En un triángulo rectángulo, recto en A. Se conoce $\tan B = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y $a = 2\sqrt{7}$. Se pide: b , c , $\cos C$



Aplicando

$$1 + \tan^2 B = \frac{1}{\cos^2 B} \Rightarrow 1 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 B} \Rightarrow 1 + \frac{5}{9} = \frac{1}{\cos^2 B} \Rightarrow$$

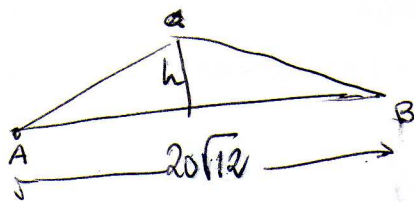
$$\Rightarrow \cos^2 B = \frac{9}{14} \Rightarrow \cos B = \pm \frac{3}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{14}}{14}$$

$$\bullet \cos B = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{3\sqrt{14}}{14} = \frac{c}{2\sqrt{7}} \Rightarrow c = \frac{6 \cdot \sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{14} = \frac{6 \cdot 7\sqrt{2}}{14} \Rightarrow c = 3\sqrt{2}$$

$$\bullet \tan B = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{b}{3\sqrt{2}} \Rightarrow b = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \sqrt{10}$$

$$\bullet \cos^2 C = \frac{c}{a} \Rightarrow \cos^2 C = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{70}}{14}$$

3.- Dos observadores A y B, están situados a distintos lados de la vertical de un objeto volador. Determinar la altura de dicho objeto, simplificada y racionalizada al máximo. Sabiendo que $A = \frac{\pi}{3}$; $\tan B = \frac{5}{2}\sqrt{6}$ y la distancia entre ellos es: $20\sqrt{12}$



$$\left. \begin{aligned} \tan 60^\circ &= \frac{h}{x} \\ \tan B &= \frac{h}{20\sqrt{12} - x} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} b &= \frac{h}{x} \\ \frac{5\sqrt{6}}{2} &= \frac{h}{20\sqrt{12} - x} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{3}x &= h \\ 50\sqrt{6}\sqrt{12} - \frac{5\sqrt{6}x}{2} &= h \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} 300\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{6} \cdot h}{\sqrt{3}} &= h \Rightarrow 300\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}h}{2} = h \Rightarrow \\ 600\sqrt{2} - 5\sqrt{2}h &= 2h \Rightarrow 2h + 5\sqrt{2}h = 600\sqrt{2} \Rightarrow h(2 + 5\sqrt{2}) = 600\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$600\sqrt{2} - 5\sqrt{2}h = 2h \Rightarrow 2h + 5\sqrt{2}h = 600\sqrt{2} \Rightarrow h(2 + 5\sqrt{2}) = 600\sqrt{2}$$

$$h = \frac{600\sqrt{2}(5\sqrt{2}-2)}{50-4} = \frac{600\sqrt{2}(5\sqrt{2}-2)}{46} = \frac{3000\sqrt{2}(5\sqrt{2}-2)}{23} = \frac{1500\sqrt{4} - 600\sqrt{2}}{23}$$

$$h = \frac{3000 - 600\sqrt{2}}{23}$$

4.- Resolver la ecuación trigonométrica $2\tan x \cdot \sin x + \sqrt{3}\tan x = 0$

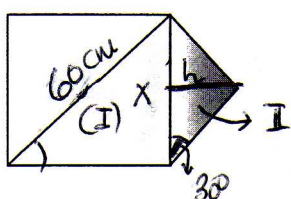
$$\tan x(2\sin x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\bullet \tan x = 0 \Rightarrow \bigoplus X = 0^\circ + 180^\circ k \quad X = 0 + \pi k$$

$$\bullet \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \bigotimes \begin{aligned} X &= 240^\circ + 360^\circ k \Rightarrow X_1 = \pi + \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \\ X &= 300^\circ + 360^\circ k \Rightarrow X_2 = 2\pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{aligned}$$

$$X = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

5.- El lado de un cuadrado de diagonal 60cm, es el lado desigual de un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales valen 30° . Hallar el área del triángulo isósceles. Resolverlo todo usando trigonometría



(I) Hallamos el lado del cuadrado

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{60} \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2} \text{ lado cuadrado}$$

(II) Hallamos la altura.

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{x/2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{15\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{15\sqrt{6}}{3} = 5\sqrt{6}$$

$$(III) A = \frac{1}{2} \times h \times x = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{6} \cdot 30\sqrt{2} = 75\sqrt{12} = 150\sqrt{3}$$

6.- Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 - 3\lambda \\ y = -1 + \lambda \end{cases}$ a) Dar dos puntos, vector director y pendiente. Determinar su ecuación continua, general, explícita y punto pendiente b) Hallar la ecuación explícita de una recta, paralela a r y que pase por el punto de corte de las rectas $s \equiv -x + 2y + 9 = 0$ con la bisectriz del segundo cuadrante

(a) $P(1, -1)$ y otro como $\lambda = 1 \Rightarrow Q(-2, 0) //$ $d_r(-3, 1) //$ $m_r = -1/3$.

$\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{1}$ Continua $\Rightarrow x-1 = -3y-3 \Rightarrow x+3y+2=0$, general

$y+1 = \frac{1}{-3}(x-1)$ ec. pto-pto $\Rightarrow 3y = -x-2 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$, ec. explícita

b) Punto corte $s \equiv -x + 2y + 9 = 0$
bisectriz $\rightarrow \boxed{y = -x}$ $-x - 2x + 9 = 0 \Rightarrow -3x + 9 = 0 \Rightarrow x = 3$
 $P(3, -3)$ Punto de corte

$// \equiv x + 2y + k = 0$ para $P(3, -3)$

$3 - 6 + k = 0 \Rightarrow k = 3$

$// \equiv x + 2y + 3 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, explícita

7.- Dada la recta $r \equiv y = -2kx + 3$ y $s \equiv \frac{x-t}{-5} = \frac{y-3}{2}$. Hallar k para cada uno de los siguientes casos:

- Hallar k para que las dos rectas sean paralelas
- Hallar t para que la recta s pase por el punto $P(-1, 5)$
- Determina un vector director de r de módulo 2

(a) $m_r = -2k$,
 $d_s(-5, 2) \Rightarrow m_s = -\frac{2}{5}$ $\left\{ \begin{array}{l} -2k = -\frac{2}{5} \Rightarrow k = \frac{1}{5} \end{array} \right.$

(b) $\frac{-1-t}{-5} = \frac{5-3}{2} \Rightarrow \frac{-1-t}{-5} = \frac{2}{2} \Rightarrow -1-t = -5 \Rightarrow t = 4$

(c) $d_r(-1, 2k) \Rightarrow |d_r| = 2 \Rightarrow \sqrt{1+4k^2} = 2 \Rightarrow 1+4k^2 = 4 \Rightarrow 4k^2 = 3 \Rightarrow k = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, válidas

Comprobación:

Si $k = +\sqrt{3}/2 \Rightarrow \sqrt{1+4 \cdot \frac{3}{4}} = 2$

Si $k = -\sqrt{3}/2 \Rightarrow \sqrt{1+4 \cdot \frac{3}{4}} = 2$

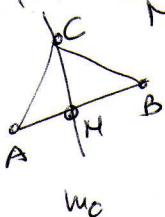
8.- Dados los puntos A(3,-1), B(1,1), C(-2,-3). Se pide:

- Determina la ecuación general del lado BC y demuestra analíticamente que ABC forman triángulo
- Determinar la ecuación general de la mediana trazada desde el punto C
- Determinar las coordenadas del cuarto punto de la división en "siete";) partes iguales del segmento AC.

(a) $r_{BC} = \frac{x-1}{-3} = \frac{y-1}{-4} \Rightarrow r_{BC} = -4x + 4 = -3y + 3 \Rightarrow r_{BC} = 4x - 3y - 1 = 0$
 $\vec{d} = \vec{BC} = (-2, -2)$

Veremos $A(3, -1) \in r_{BC}$? $\Rightarrow$ sustituyendo $4 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) - 3 = 0 \Rightarrow 12 + 3 - 3 = 12 \neq 0$
 $\Rightarrow A \notin r_{BC} \Rightarrow A, B, C$ forman triángulo.

(b) $M = \text{Medio} = \frac{A+B}{2} = (2, 0)$ $\vec{d} = \vec{CM} = M - C = (4, 3)$
 $m_C = \frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{3} \Rightarrow 3x + 6 = 4y + 12 \Rightarrow$
 $m_C = 3x - 4y - 6 = 0$



(c) $\frac{4}{7} \vec{AC} = \vec{AP} \Rightarrow 4\vec{AC} = 7\vec{AP}$

$\Rightarrow 4(-5, -2) = 7(x-3, y+1) \Rightarrow (-20, -8) = (7x-21, 7y+7)$

$7x - 21 = -20 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$

$7y + 7 = -8 \Rightarrow y = -\frac{15}{7}$

$7y + 7 = -8 \Rightarrow y = -\frac{15}{7}$

9.- Dadas las rectas $r \equiv 3x - (b+1)y = 0$ y $s \equiv x + 2ay + 1 = 0$ Determinar el valor de a y b para que: la recta r forme un ángulo de $\frac{2\pi}{3}$ con el eje positivo de abscisa y además las dos rectas sean paralelas

$r \equiv 3x - (b+1)y = 0 \Rightarrow \vec{d}_r(b+1, 3) \Rightarrow m_r = \frac{3}{b+1} = \tan \frac{2\pi}{3} \Rightarrow$
 $\frac{3}{b+1} = \tan 120^\circ \Rightarrow \frac{3}{b+1} = -\tan 60^\circ \Rightarrow \frac{3}{b+1} = -\sqrt{3} \Rightarrow 3 = -\sqrt{3}b - \sqrt{3} \Rightarrow$
 $b\sqrt{3} = -3 - \sqrt{3} \Rightarrow b = \frac{-3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3} - 3}{3} = -\sqrt{3} - 1$

$m_r = \frac{3}{-\sqrt{3}-1+1} = \frac{3}{-\sqrt{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}$ (comprobado que es $\tan \frac{2\pi}{3}$)
 $m_s = \frac{1}{-2a}$
 $m_r = m_s$ paralelas $\Rightarrow -\sqrt{3} = \frac{1}{-2a}$
 $2a = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$