

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

(2 puntos)

a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}(2x^2 - x)(2x + 5) = 0$

b) $2(x-1)^2 + 3x - (x+1)^2 - x^2 = 2x - 1$

2.- Resuelve las siguientes inecuaciones, dando la solución en forma de intervalos:

a) $\frac{x+1}{2x-6} \leq 0$

b) $\frac{3-x}{4} - \frac{x+1}{6} > 2 - \frac{2-x}{3}$

(2 puntos)

3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones analítica y gráficamente: (1 punto)

$$\begin{cases} 3 + 4x = 2y \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

(2 puntos)

a) $\begin{cases} 2x - y \leq 5 \\ 3x + y \leq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} \geq 1 + \frac{3x-1}{15} \\ 2x-3 > 3x-1 \end{cases}$

5.- Factoriza los siguientes polinomios y halla sus MCD y mcm. (1,5 puntos)

$$P(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 4x$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^2 - 8x - 3$$

6.- Halla dos números impares consecutivos tales que la diferencia de sus

cuadrados sea 8000.

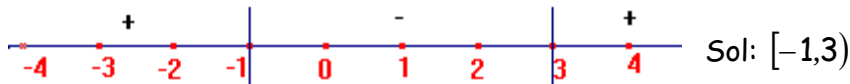
(1,5 puntos)

SOLUCIONES

$$1.- a) -\frac{\sqrt{3}}{2}(2x^2 - x)(2x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \rightarrow x(2x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ 2x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

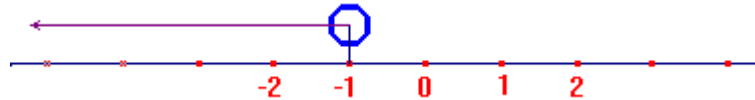
$$\begin{aligned} b) 2(x-1)^2 + 3x - (x+1)^2 - x^2 &= 2x - 1 \\ 2(x^2 - 2x + 1) + 3x - (x^2 + 2x + 1) - x^2 &= 2x - 1 \\ 2x^2 - 4x + 2 + 3x - x^2 - 2x - 1 - x^2 &= 2x - 1 \rightarrow \\ -3x + 1 &= 2x - 1 \rightarrow -5x = -2 \rightarrow x = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$2.- a) \frac{x+1}{2x-6} \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \rightarrow x = -1 \\ 2x-6 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} b) \frac{3-x}{4} - \frac{x+1}{6} &> 2 - \frac{2-x}{3} \rightarrow \frac{3(3-x)}{12} - \frac{2(x+1)}{12} > \frac{24}{12} - \frac{4(2-x)}{12} \\ 9-3x-2x-2 &> 24-8+4x \rightarrow 7-5x > 16+4x \rightarrow -9x > 9 \rightarrow x < -1 \end{aligned}$$

Sol: $(-\infty, -1)$

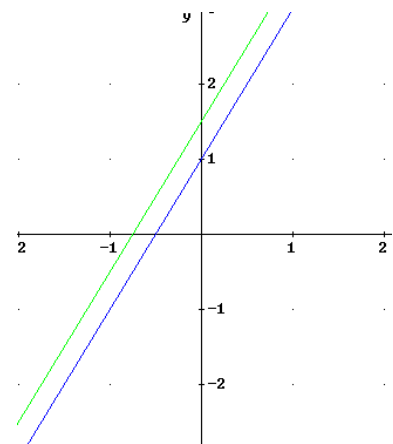


$$3.- \begin{cases} 3+4x=2y \\ 2x-y=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x-2y=-3 \\ 2x-y=-1 \end{cases} \text{ Por reducci3n:}$$

$$\begin{cases} 4x-2y=-3 \\ -4x+2y=2 \end{cases} \rightarrow 0x = -1 \text{ No tiene soluci3n}$$

Gráficamente:

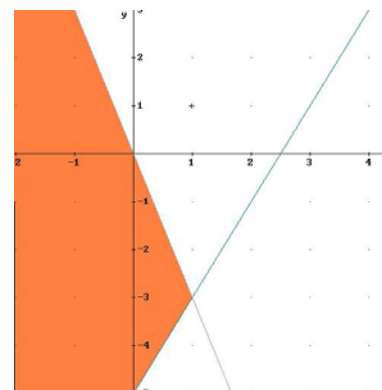
$$\begin{cases} y = \frac{4x+3}{2} \\ y = 2x+1 \end{cases} \text{ rectas paralelas, sistema incompatible}$$



$$4.- a) \begin{cases} 2x-y \leq 5 \\ 3x+y \leq 0 \end{cases} \text{ gráficamente, las rectas son}$$

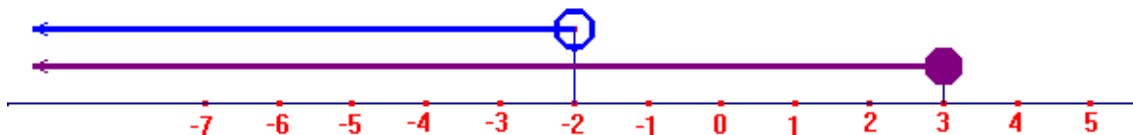
$$(\text{despejando } y): \begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x+y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=2x-5 \\ y=-3x \end{cases}$$

El trozo de plano naranja es la soluci3n, incluidas las dos semirrectas.



$$b) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} \geq 1 + \frac{3x-1}{15} \\ 2x-3 > 3x-1 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{5(x+4)}{15} - \frac{3(x-4)}{15} \geq \frac{30}{15} + \frac{3x-1}{15} \\ 2x-3x > 3-1 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x+20-3x+12 \geq 30+3x-1 \\ -x > 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x \geq -3 \\ x < -2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 3 \\ x < -2 \end{array} \right\} \text{ Solución: } (-\infty, -2)$$



$$5.- P(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 4x = x(x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4)$$

Divisores de 4: 1, -1, 2, -2, 4, -4

$$1 \rightarrow 1 - 2 - 3 + 4 + 4 \text{ no, } -1 \rightarrow 1 + 2 - 3 - 4 + 4 = 0 \text{ si}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -3 & 4 & 4 \\ -1 & & -1 & 3 & 0 & -4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -3 & 0 & 4 & 0 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 & \end{array} \rightarrow x^3 - 3x^2 + 4, \text{ se anula para } x = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -4 & 4 & 0 \\ -1 & & -1 & 4 & -4 \end{array} \rightarrow x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = 2 \text{ (doble)}$$

$$P(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 4x = x(x+1)^2(x-2)^2$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^2 - 8x - 3, \text{ se anula para } x = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & -6 & -8 & -3 \\ -1 & & -1 & 1 & 5 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 & 0 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 & \end{array} \rightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3, \text{ se anula para } x = -1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 \end{array} \rightarrow x^2 - 2x - 3, \text{ las raíces son } -1 \text{ y } 3$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^2 - 8x - 3 = (x+1)^3(x-3)$$

$$\text{MCD} = (x+1)^2$$

$$\text{mcm} = x(x+1)^3(x-2)^2(x-3)$$

6.- Halla dos números impares consecutivos tales que la diferencia de sus cuadrados sea 8000.

Números impares consecutivos: $2x+1, 2x+3$

$$(2x+3)^2 - (2x+1)^2 = 8000 \rightarrow 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 4x + 1) = 8000$$

$$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1 = 8000 \rightarrow 8x + 8 = 8000 \rightarrow x = \frac{7992}{8} = 999$$

Solución: los números son 1999 y 2001