

FUNCION EXPONENCIAL

1. Halla "x":

a) $2^{x+1} = 4^x$ b) $2^x = 1/16$ c) $3^{x+1} = 9^{x-2}$

d) $25^x = \sqrt{5}$ e) $25^x = \frac{1}{5}$ f) $3^{x^2-2} = 9$ g) $3^{2x-3} = 81$

h) $2^{x^2-3} = \frac{1}{4}$ i) $3^{x-1} = \sqrt[3]{3}$ j) $2^{x+1} = 16^x$ k) $3^{2x-1} = 81^x$

Sol: a) $x = 1$; b) $x = -4$; c) $x = 5$; d) $x = 1/4$; e) $x = -1/2$; f) $x = 2$; g) $7/2$; h) $x = 1$; i) $4/3$; j) $1/3$; k) $-1/2$

2. Halla "x":

a) $27^{1/3} = x$ b) $x^{1/2} = 5$ c) $32^x = 2$ d) $x^{3/2} = 27$

e) $4^x = 32$ f) $x^{3/2} = 8$ g) $3^{2x} = 27$ h) $10^x = 0,001$

i) $\left(\frac{1}{10}\right)^x = 100$ j) $3^x = 9^{x+1}$ k) $9^{2x} = 27$ l) $2^{2x} = 8^2$

m) $10^{3x} = 100$ n) $10^{2x-1} = 0,01$

Sol: a) $x = 3$; b) $x = 25$; c) $x = 1/5$; d) $x = 9$; e) $x = 5/2$; f) $x = 4$; g) $3/2$; h) $x = -3$; i) -2 ; j) -2 ; k) $x = 3/4$; l) $x = 3$; m) $x = 2/3$; n) $x = -1/2$

3. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$ b) $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$ c) $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$

d) $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$ e) $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$ f) $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$

g) $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$ h) $\frac{3^{x+1} \cdot 9^x}{3^x \cdot 3^{x^2+1}}$ i) $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$

Sol: a) 3^{3x+2} ; b) 2^{x^2+1} ; c) 2^{x-1} ; d) $2 \cdot 3^{-x}$; e) $7 \cdot 2^{3-x}$; f) $\left(\frac{1}{e} + e^3\right) e^{-3x}$; g) $\frac{2^4}{3}$; h) 3^{2x-x^2} ; g) $(e^3 - 1) e^{-x-1}$

4. Resuelve:

a) $3^{-x} + 9^{x+1} = 4$ b) $3^{2x+3} = 2187$ c) $3^{\frac{x+1}{x-2}} = \frac{1}{9}$

d) $3^{x^2-3x+3} = 3$ e) $10^{\frac{x^2-1}{x+1}} = 10$ f) $3^{2x-1} - 3^{x+1} = 0$

g) $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{6x-3} = 500$ h) $4^{x-2} - 2^{x+1} = -12$ i) $3^{2(x+2)} - 4 \cdot 3^x - 77 = 0$

Sol: a) $x = -1$; b) $x = 2$; c) $x = 1$; d) $x = 1, x = 2$; e) $x = 2$; f) $x = 2$; g) 1 ; h) $x = 3$; i) $x = 0$

5. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 3^{y-x} = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 20 \\ 2^{y+x} = 64 \end{cases}$

$$\begin{array}{lll} \text{d)} \left\{ \begin{array}{l} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{2x+1} - 3^{2y} = 23 \end{array} \right. & \text{e)} \left\{ \begin{array}{l} 2^{2x-y} = 32 \\ 3^{x-2y} = 3 \end{array} \right. & \text{f)} \left\{ \begin{array}{l} 3^x \cdot 9^y = 3^8 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+1} = 2^6 \end{array} \right. \\ \text{g)} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 3^{x+1} - 3^{y-1} = 15 \\ 5 \cdot 3^{x+2} - 3^{y+1} = 108 \end{array} \right. & \text{h)} \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -42 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 4 \cdot 3^{y-1} = 4 \end{array} \right. & \\ \text{i)} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 5^x - 2 \cdot 3^{y+2} = 32 \\ 5^x + 3^{y+1} = 28 \end{array} \right. & \text{j)} \left\{ \begin{array}{l} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{array} \right. & \end{array}$$

Sol: a) $x=1, y=3$; b) $x=2, y=3$; c) $x=4, y=2$; $x=2, y=4$; d) $x=2, y=1$; e) $x=3, y=1$; f) $x=4, y=2$; g) $x=1, y=2$; h) $x=2, y=3$; i) $x=2, y=0$; j) $x=5, y=2$

6. Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} e^{x-2} = e^{2(x-1)} & \text{b)} 4^{x+1} = 2^{2x-3} & \text{c)} 2^{x-1} = 8^{x-3} \\ \text{d)} 3^{2x+1} - 9^{x+2} = -702 & \text{e)} 5^{3x-2} = 625 & \text{f)} 5^{x^2-x-6} = 1 \\ \text{g)} 3^{2x-1} - 3^{2x} = -54 & \text{h)} 4^x - 2^{x+2} = 32 & \text{i)} 5^{x-2} = 25^{x-3} \end{array}$$

Sol: a) $x=0$; b) $x=0$; c) $x=4$; d) $x=1$; e) $x=2$; f) $x=-2, x=3$; g) $x=2$; h) $x=3$; i) $x=4$

7. Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 3^{2x+5} = 27^{x+2} & \text{b)} 3^{x+1} + 3^{x-2} + 3^x + 3^{x-1} = 120 & \text{c)} 4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2} \\ \text{d)} 2^{-x+5} = 8^{x+3} & \text{e)} 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^x = 511 & \\ \text{f)} 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^x = 3280 & \text{g)} 1 + 4 + 16 + 64 + \dots + 4^x = 1365 & \\ \text{h)} 1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^x = 19531 & \text{i)} & \\ 1 + 6 + 36 + 216 + \dots + 6^x = 55987 & & \\ \text{j)} 1 + 7 + 49 + 343 + \dots + 7^x = 19608 & \text{k)} 2^x + 2^{x-1} + 2^{x+1} + 2^{x-3} = 29 & \end{array}$$

Sol: a) $x=-1$; b) $x=3$; c) $x=-1$; d) $x=-1$; e) $x=8$; f) $x=7$; g) $x=5$; h) $x=6$; i) $x=6$; j) $x=5$; k) $x=3$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} 3 \cdot 3^x = 27 & \text{b)} 5 \cdot 3^x = 405 & \text{c)} 2^x/4 = 4 & \text{d)} 4^{2x+1} = 1/4 \end{array}$$

Sol: a) $x=2$; b) $x=4$; c) $x=4$; d) $x=-1$

9. Las siguientes ecuaciones exponenciales tienen soluciones enteras. Hállalas:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} 2^{x^2} = 16 & \text{b)} 3^{x-3} = 81 & \text{c)} \sqrt{3^x} = \frac{1}{9} & \text{d)} \left(\frac{1}{3} \right)^x = \sqrt{3} \end{array}$$

Sol: a) $x=2$; b) $x=7$; c) $x=-4$; d) $x=-1/2$

10. Resuelve mediante un cambio de variable:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0 & \text{b)} 3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 11 & \text{c)} 2^x + 2^{-x} = 65/8 \end{array}$$

Sol: a) $x=2$; b) $x=2$; c) $x=3, x=-3$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} 3^{x+2} = 729 & \text{b)} 2^{3x-2} = 16 & \text{c)} 5^x + 5^{x+1} = 750 & \text{d)} 1000^{2+x} = 1 \end{array}$$

Sol: a) $x=4$; b) $x=2$; c) $x=3$; d) $x=-2$

12. Resuelve:

$$\text{a) } 2^{2x+1} = 8^{x-1} \quad \text{b) } 3^{x-1} = 3^{x^2-1} \quad \text{c) } \frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \frac{4^x}{2^5}$$

Sol: a) $x=4$; b) $x=0, x=1$; c) $x=3, x=-2$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 2^{x+1} = 4^x & \text{b) } 3^{x+2} = 9 & \text{c) } 4^{x-1} = 2^{x+1} & \text{d) } 25^{x+2} = 5^{-x-2} \\ \text{e) } 3^{x-1} + 3^x - 3^{x+1} = -45 & \text{f) } 3^{x+1} - 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 12 & \text{g) } 2^{3x} - 2^{2x} - 4 = 0 & \text{h) } 3^{2x+1} - 12 \cdot 3^x + 3^2 = 0 \end{array}$$

Sol: a) $x=1$; b) $x=0$; c) $x=3$; d) $x=-2$; e) $x=3$; f) $x=2$; g) $x=1$; h) $x=0, x=1$

14. Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^{x-y} = \frac{1}{4} \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3^x + 2^y = 7 \\ 3^x + 2^{2y} = 19 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2^{x-y} = 4 \\ 2^{3x+y} = 4 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} 2^{2x-1} - 3^y = 7 \\ 2^{x+1} + 3^y = 9 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3 \cdot 2^{x+y} = 12 \\ 2 \cdot 2^x - 2^y = 7 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} 3 \cdot 2^{x+1} - 2 \cdot 3^{y+1} = 10 \\ 2^x - 3 \cdot 3^y = 1 \end{cases} \end{array}$$

Sol: a) $x=0, y=2$; b) $x=1, y=2$; c) $x=1, y=-1$; d) $x=2, y=0$; e) $x=2, y=0$; f) $x=1, y=-1$

15. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 2^{x+y} = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3^{x+y} = 2187 \\ 3^{x-y} = 27 \end{cases}$$

Sol: a) $x=2, y=1$; b) $x=1, y=2$; c) $x=5, y=2$

16. Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = -1 \\ 2^{x+y} = \frac{1}{2} \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 3^{x-1} - 3^{-y} = \frac{2}{9} \\ 2x + y = 2 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} 2^{x/2} \cdot 8^y = 2 \\ 2^{x-y} = 4 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3^x + 5^y = 14 \\ 3^x - 5^y = 47 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3^{y-2} = 5 \\ 3^x \cdot 3^y = 27 \end{cases} \end{array}$$

Sol: a) $x=1, y=-2$; b) $x=0, y=2$; c) $x=1, y=1$; d) $x=2, y=0$; e) $x=2, y=1$; f) $x=1, y=2$

17. Halla "x":

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2^{x-1} + 2^x - 2^{x+1} = -4 & \text{b) } 5^x + 5^{x+1} - \frac{1}{5} = 1 & \text{c) } 32^x = \sqrt[3]{2^2} \\ \text{d) } 3^{x+1} \cdot 3^x = \frac{1}{27} & \text{e) } 3^{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{2x-1} & \text{f) } a^{2x-3} = \sqrt[3]{a} \end{array}$$

Sol: a) $x=3$; b) $x=-1$; c) $x=2/15$; d) $x=-2$; e) $x=0$; f) $x=5/3$

18. Simplifica las siguientes expresiones:

$$a) 2^{\frac{x}{2}} \cdot 4^x \cdot 8^{\frac{2x}{3}}$$

$$b) 3^{2x-1} \cdot 3^{x+2} \cdot 3^{\frac{x}{2}}$$

$$c) \frac{2^{x+1} \cdot 2^{-x+1}}{8^x \cdot 4^{-x}}$$

$$d) \frac{5^x \cdot 25^x}{625^x \cdot 125^x}$$

$$e) \frac{81^{x+1} \cdot 9^x}{3^{2x-3} \cdot 3^{4x}}$$

$$f) \frac{(3^{x+1})^2 \cdot 9^{-x}}{81^{-x+1} \cdot 3^{2x}}$$

Sol: a) $2^{\frac{9x}{2}}$; b) $3^{\frac{7x}{2}+1}$; c) 2^{2-x} ; d) 5^{-4x} ; e) 3^{6-x} ; f) 3^{x-1}

19. Resuelve:

$$a) 3^{x+2} + 2 \cdot 3^x - 33 = 0$$

$$b) 2^{x-1} - 3 \cdot 2^x + 2^{-1} = -2$$

$$c) 2^{x+1} - 2^x + 3 \cdot 2^{-2} = 1$$

$$d) 2^{2-x} - 2^{-x} + 2 = 2^3$$

$$e) 2^x \cdot 2^{3-2x} + 2^2 = 2^3$$

$$f) 5^{x-1} \cdot 5^{2x-3} = 3125$$

Sol: a) $x=1$; b) $x=0$; c) $x=-2$; d) $x=-1$; e) $x=1$; f) $x=3$

20. Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2^x - 3^y = 1 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = 21 \\ 3^{y+2} - 2 \cdot 2^{x-1} = 80 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2^{3x-2y} = \frac{1}{2} \\ 3^{y+x} = 27 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 5^x \cdot 25^{2x} = 5^{y+2} \\ 3^{2x} \cdot 3^{2y} = 81^2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3^{x+1} - 2^{y+1} = -3 \\ 2^y - 2 \cdot 3^{x+2} = -4 \end{cases}$$

Sol: a) $x=2, y=1$; b) $x=1, y=0$; c) $x=0, y=2$; d) $x=1, y=2$; e) $x=1, y=3$; f) $x=-1, y=1$

21. Con ayuda de la calculadora, haz una tabla de valores de la función $y = (1/2)^x$. ¿Es creciente o decreciente?. Sol: Decreciente.

22. Representa la función $y = (3/2)^x$. ¿Es creciente o decreciente?. Sol: Creciente

23. Representa las siguientes funciones:

$$a) y = 2^x - 1$$

$$b) y = 2^x + 2$$

24. Representa las siguientes funciones:

$$a) y = 3^{x+1}$$

$$b) y = (1/2)^{x-1}$$

$$c) y = 2 \cdot 2^x$$

$$d) y = 2^{-x}$$

25. Comprueba que las gráficas de $y = 2^x$ e $y = (1/2)^x$ son simétricas respecto al eje OY.

26. La gráfica de una función exponencial del tipo $y = ka^x$ pasa por los puntos (0,3) y (1,6).

a) Calcula k y a

b) Representa la función

Sol: $k=3, a=2$

27. Debido a una enfermedad, el número de pollos de una granja viene dado por $y = 10000(0,9)^t$ (t en días).

a) ¿Cuál es el número de pollos inicial?

b) ¿Qué cantidad de pollos tiene el granjero al cabo de 2 días?

c) ¿Y de tres días?

d) Representa la función

Sol: a) 10000; b) 8100; c) 7290

28. La masa de una muestra radiactiva, sin desintegrar, disminuye según la función $y = 100 \cdot 2^{-4t}$ (y en gramos, t en días)

a) ¿Qué masa había en el momento inicial?

b) ¿Cuánto tiempo tarda en reducirse a la mitad?

Sol: a) 100 grs; b) 1/4 hora

29. De la función exponencial $f(x) = ka^x$ conocemos $f(0) = 3$ y $f(2) = 75$. ¿Cuánto valen k y a? Sol: $k = 3$, $a = 5$

30. Las gráficas de las funciones $y = a^x$ pasan todas por un mismo punto. ¿Cuál es ese punto?

Sol: (0,1)

31. ¿Para qué valores de a la función $y = a^x$ es creciente? ¿Para cuáles es decreciente?

Sol: $a > 1$, $0 < a < 1$

32. Indica para qué valores de x se verifica $1 < 3^x < 81$, siendo $a > 1$.

Sol: $0 < x < 4$

LOGARITMOS

1. Haz una tabla de valores de la función $y = 2^x$. A partir de ella, representa la función $y = \log_2 x$.

2. Representa estas funciones a partir de la gráfica de $y = \ln x$:

a) $y = 2 + \ln x$

b) $y = \ln(x + 1)$

3. ¿Cuál es el dominio de la función $y = \log(1-x)$? Representala. Sol: (-4,1)

4. Halla la función inversa de las siguientes funciones:

a) $y = 3^{x-2}$

b) $y = e^x - 2$

Sol: a) $y = 2 + \log_3 x$; b) $y = \ln(x + 2)$

5. Para cada una de las funciones $y = a^x$ e $y = \log_a x$, contesta:

a) ¿Puede ser negativa la y?

b) ¿Podemos dar a x valores negativos?

Sol: a) No, sí; b) sí, no

6. Calcula los logaritmos que se indican:

a) $\log_2 32$

b) $\log_5 625$

c) $\log 1000$

d) $\log_3 81$

e) $\ln e^3$

f) $\log 10^5$

g) $\ln e^x$

h) $\log_2 64$

i) $\log_3 729$

j) $\log_2 128$

Sol: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3; f) 5; g) x; h) 6; i) 6; j) 7

7. Halla los logaritmos siguientes:

- a) $\log^2(1/8)$ b) $\log^2(1/2)$; c) $\log^2(1/32)$
 d) $\log^3(1/3)$ e) $\log^3(1/9)$ f) $\log^3(1/81)$
 g) $\log^5(1/5)$ h) $\log^5 125$ i) $\log^5 25$

Sol: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1; e) -2; f) -4; g) -1; h) 3; i) 2

8. Empleando la calculadora halla:

- a) $\log 8$ b) $\log 3$ c) $\log 121$ d) $\log(5,74)$ e) $\log(3,15)$
 f) $\log(102,31)$ g) $\ln(4,15)$ h) $\ln(3,19)$ i) $\ln 103$

9. Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

- a) $\log_x 32 = 5$ b) $\log_x 36 = 2$ c) $\log_x 81 = 2$
 d) $\log_x 49 = 2$ e) $\log_x 5 = \frac{1}{2}$ f) $\log_x \frac{1}{16} = -4$
 g) $\log_x 5 = -\frac{1}{2}$ h) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ i) $\log_x 0,01 = -2$
 j) $\log_x 4 = -\frac{1}{2}$ k) $\log_x 216 = 3$ l) $\log_x 64 = 3$

Sol: a) $x=2$; b) $x=6$; c) $x=9$; d) $x=7$; e) $x=25$; f) $x=2$; g) $x=1/25$; h) $x=4$; i) $x=10$; j) $x=1/16$; k) $x=6$; l) $x=4$

10. Calcula x en las siguientes ecuaciones:

- a) $\log x = \log 5 - \log 2$ b) $\ln x = 2 \ln 3$
 c) $1 + 2 \log x = 3$ d) $3 \log^3 x = -9$

Sol: a) $x=5/2$; b) $x=9$; c) $x=10$; d) $x=1/27$

11. Resuelve:

- a) $\log^2 16 = x$ b) $\log(10000) = x$ c) $\log^3 27 = x$
 d) $\log_a x = 0$ e) $\log^9 x = 2$ f) $\log^{16} 4 = x$
 g) $\log_9 \sqrt[3]{3} = x$ %

Sol: a) $x=4$; b) $x=4$; c) $x=3$; d) $x=1$; e) $x=81$; f) $x=1/4$; g) $x=1/6$

12. Resuelve:

- a) $\log_x 0,0001 = -4$ b) $\log_2 \frac{1}{32} = x$ c) $\log_x 10 = \frac{1}{3}$
 d) $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$ e) $\log 1 = x$ f) $\log_3 \sqrt{81} = x$
 g) $\log_2 (\log_2 2^8) = x$ h) $\log_5 \sqrt{5} = x$ i) $\log_5 625 = x$

Sol: a) $x=10$; b) $x=-5$; c) $x=10^3$; d) $x=5/2$; e) $x=0$; f) $x=2$; g) $x=3$; h) $x=1/2$; i) $x=4$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $\log x + \log 30 = 1$ b) $\log(2x) = \log 32 - \log x$
 Sol: a) $x=1/3$; b) $x=4$

14. Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log x = \log 2 & \text{b) } \log x = 3 & \text{c) } \log x = 5 \\ \text{d) } \log_2 (32^2) = x & \text{e) } \log x = 2 \log 3 & \text{f) } \log x - \log 10 = 2 \\ \text{g) } 4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81 & \text{h) } \log_2 (x^2 + x + 2) = 2 & \\ \text{i) } \log_2 \left(\frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3 & & \end{array}$$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 1000$; c) $x = 100000$; d) $x = 10$; e) $x = 9$; f) $x = 1000$; g) $x = 4$; h) $x = 1$, $x = -2$; i) $x = 1$, $x = 13/3$

15. Resuelve:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log (3x + 25) = 2 & \text{b) } \frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1 & \text{c) } \log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2 \\ \text{d) } 3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8 & \text{e) } \log 3 + \log (x - 1) = \log (2x) & \\ \text{f) } \log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x & \text{g) } \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases} & \end{array}$$

Sol: a) $x = 25$; b) $x = 3/2$; c) $x = -5/3$; d) $x = 3$; e) $x = 3$; f) $x = 1000$; g) $x = 100$, $y = 10$

16. Expresa los siguientes logaritmos en función de $\log 2$:

$$\text{a) } \log 64 \quad \text{b) } \log \frac{1}{16} \quad \text{c) } \log 5 \quad \text{d) } \log 0,32 \quad \text{e) } \log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$$

Sol: a) $6 \log 2$; b) $-4 \log 2$; c) $1 - \log 2$; d) $5 \log 2 - 2$; e) $2 \log 2 - 1/3$

17. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \log 4 & \text{b) } \log 5 & \text{c) } \log 6 & \text{d) } \log 9 & \text{e) } \log 18 \\ \text{f) } \log 30 & \text{g) } \log 48 & \text{h) } \log 72 & \text{i) } \log 16 & \text{j) } \log 40 \\ \text{k) } \log 20 & \text{l) } \log 32 & & & \end{array}$$

18. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,47712$, calcula:

$$\begin{array}{lllll} \text{a) } \log 0,3 & \text{b) } \log 0,48 & \text{c) } \log \sqrt[3]{40} & \text{d) } \log \frac{48}{9} & \text{e) } \log \frac{18}{5} \\ \text{f) } \log 0,072 & \text{g) } \log \frac{30}{4,8} & \text{h) } \log (1,8)^3 & \text{i) } \log \sqrt[4]{\frac{9}{32}} & \\ \text{j) } \log \sqrt{\frac{9}{5}} & \text{k) } \log \left(\frac{8}{3} \right)^2 & \text{l) } \log \left(\frac{5}{4} \right)^3 & & \end{array}$$

19. Halla:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right) & \text{b) } \log_3 \left(\frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^1}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right) \\ \text{c) } \log \left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right) & \text{d) } \log_5 \left(\frac{5^{-2} \cdot \sqrt{625}}{25 \cdot \sqrt{125}} \right) \end{array}$$

Sol: a) $-5/2$; b) $-9/2$; c) $2/3$; d) $-7/2$

20. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

a) $\log 3$ b) $\log^2 e$ c) $\log^3 5$ d) $\log_5 e$ e) $\log^5 25$

Sol: a) $\ln 3 / \ln 10$; b) $1 / \ln 2$; c) $\ln 5 / \ln 3$; d) $\ln 5 / \ln 10$; e) $\ln 25 / \ln 5 = 2$

21. Determina los intervalos en los que puede variar x para que se verifique:

a) $0 \leq \log^3 x \leq 1$ b) $1 \leq \log^2 x \leq 4$ c) $2 \leq \ln x \leq 3$ d) $-1 \leq \log^2 x \leq 0$

e) $-2 \leq \ln x \leq 1$ f) $0 < \log x < 2$ g) $1 \leq \ln x^2 < 2$ h) $0 < \log^2 x \leq 3$

Sol: a) $1 \leq x \leq 3$; b) $2 \leq x \leq 16$; c) $e^2 \leq x \leq e^3$; d) $1/2 \leq x \leq 1$; e) $e^{-2} \leq x \leq e$; f) $1 < x < 100$;

g) $\sqrt{e} \leq x < e$; h) $1 < x \leq 8$

22. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5? Sol: $x < 1$

23. Prueba que $\ln 10 \cdot \log e = 1$

24. Si la base de un sistema de logaritmos es $1/3$. ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1? Sol: negativos

25. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2? Sol: se le suma 3

26. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -3x + y = 70 \\ \log y - \log x^2 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 12 \\ \log_2 x - \log_2 y^3 = -3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \log_2(x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \log x + \log y = 4 \\ y - 4x = 0 \end{cases}$

Sol: a) $x=100$, $y=10$; b) $x=27$, $y=9$; c) $x=10$, $y=100$; d) $x=8$, $y=4$; e) $x=8$, $y=4$; f) $x=50$, $y=200$

27. Resuelve:

a) $\begin{cases} \log(x/y) = 1 \\ 3 \log x + \log y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \log x - \log y = -1 \\ \log x + \log y = 1 - \log 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 16 \\ 2^x \cdot 2^y = 2^8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \log x + \log y = -1 \\ \log x - \log y = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - 5y = 50 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$

Sol: a) $x=10$, $y=1$; b) $x=1/2$, $y=5$; c) $x=5$, $y=3$; d) $x=10$, $y=10$; e) $x=10$, $y=1/100$; f) $x=100$, $y=10$

28. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 30 \\ \log_3 x - \log_3 y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \ln x + \ln y = \ln 8 \\ e^{x-y} = e^2 \end{cases}$

Sol: a) $x = 10$, $y = 10$; b) $x = 27$, $y = 3$; c) $x = 1000$, $y = 100$; d) $x = 4$, $y = 2$

29. Resuelve:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \log^3 9 = x & \text{b) } \log^x(1/8) = -3 & \text{c) } \log^2 x = 5 & \text{d) } \log^3(\sqrt{3}/9) = x \\ \text{e) } \log^x 5 = -2 & \text{f) } \ln(1/e^2) = x & \text{g) } \log^9(\sqrt{3}/3) = x & \text{h) } \log^{(1/2)} 8 = x \\ \text{i) } \log^3 x^4 = 8 & \text{j) } \log x + \log 2 = \log 5 & \text{k) } \log^{1/2} 2^3 = x & \text{l) } \log x - 1 = 2 \end{array}$$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 2$; c) $x = 32$; d) $x = -3/2$; e) $x = 1/\sqrt{5}$; f) $x = -2$; g) $x = -1/4$; h) $x = -3$; i) $x = 9$; j) $x = 5/2$; k) $x = -3$; l) $x = 1000$

30. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3 & \text{b) } \ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3 \\ \text{c) } \log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x) & \text{d) } 2 \log x - \log(2x) = \log(x-1) \\ \text{e) } \ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x) & \text{f) } 3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2 \end{array}$$

Sol: a) $x = 12$; b) $x = 3$; c) $x = 3$; d) $x = 2$; e) $x = 0$; f) $x = 2$

31. Determina los intervalos en los que puede variar x :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 0 < \log^3 x < 2 & \text{b) } 1 < \log^2 x < 3 & \text{c) } 0 < \log x < 1/2 \\ \text{d) } 1/2 < \log^4 x < 1 & \text{e) } -1 < \log^3 x < 2 & \text{f) } -2 < \log^2 x < 3/2 \end{array}$$

Sol: a) $1 < x < 9$; b) $2 < x < 8$; c) $1 < x < \sqrt{10}$; d) $2 < x < 4$; e) $1/3 < x < 9$; f) $1/4 < x < \sqrt{8}$

32. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 2 \log_2 \left(\frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right) & \text{b) } \log_3 \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}} & \text{c) } \ln \left(\frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right) \\ \text{d) } \log_3 \left(\frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right) & \text{e) } \log_5 \left(\frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right) & \text{f) } \log_4 \left(\frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right) \end{array}$$

Sol a) -1 ; b) -1 ; c) $13/2$; d) 0 ; e) -1 ; f) $3/4$

33. Resuelve los sistemas:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 5y = 5 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2 \log_2 x - \log_3 y = 2 \\ \log_2 x + \log_3 y = 4 \end{cases} \\ \text{c) } \begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = \log \sqrt{10} \\ \log_2 x^2 + \log_2 y = 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 2x - y = -3 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases} \\ \text{e) } \begin{cases} \log_2 x^3 - \log_2 y = 3 \\ \log_2 2x + \log_2 y^2 = 2 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} \log x^2 + \log y = 4 \\ \frac{\log x}{\log y} = \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}$$

Sol: a) $x = 25$, $y = 4$; b) $x = 4$, $y = 9$; c) $x = 2$, $y = 1$; d) $x = 3$, $y = 9$; e) $x = 2$, $y = 1$; f) $x = 10$, $y = 100$

34. Resuelve:

$$\begin{array}{lll}
\text{a) } \log_{27} 3 = x & \text{b) } \log_2 \sqrt[3]{32} = x & \text{c) } \log_x 7 = \frac{1}{2} \\
\text{d) } \log_3 \frac{81}{x} = 3 & \text{e) } \log_x 32 = \frac{5}{2} & \text{f) } \log_{\sqrt{1000}} x = 0 \\
\text{g) } \log_{49} \sqrt{7} = x & \text{h) } \log_2 \frac{x}{4} = -2 & \text{i) } \log_x \sqrt{81} = 2 \\
\text{j) } \log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1 & \text{k) } \log_5 \frac{100}{x} = 2 & \text{l) } \log_{\sqrt{x}} 9 = 2
\end{array}$$

Sol: a) $x = 1/3$; b) $x = 5/3$; c) $x = 49$; d) $x = 3$; e) $x = 4$; f) $x = 1$; g) $x = 1/4$; h) $x = 1$; i) $x = 3$; j) $x = 9$; k) $x = 4$; l) $x = 9$

35. Resuelve las ecuaciones:

$$\begin{array}{ll}
\text{a) } \ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) & \text{b) } \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3) \\
\text{c) } \log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x) & \text{d) } 2 \log(x-1) = 2 \log 2 \\
\text{e) } \log(x+1) - \log \sqrt{x-1} = \log(x-2) & \text{f) } \log x + \log(x+2) = \log(4x-1)
\end{array}$$

Sol: a) $x = 2$; b) $x = 1$; c) $x = -1, x = 2$; d) $x = -1, x = 3$; e) $x = 5$; f) $x = 1$