

# LOGARITMOS

1. Calcula: a)  $\log_5 625$       b)  $\log_5 (625)^3$       c)  $\log_2 \frac{1}{32}$
2. Calcula: a)  $\log 1000$       b)  $\log 100\,000$       c)  $\log 0.01$       d)  $\log \frac{1}{10}$   
e)  $\log 10^8$       f)  $\log \sqrt{10}$       g)  $\log 10^{-7}$       h)  $\log \sqrt[3]{0.001}$
3. Si  $\log 2 \approx 0.301$ , calcula:  
a)  $\log 25$       b)  $\log 0.64$       c)  $\log \frac{1}{32}$       d)  $\log \sqrt[5]{0.125}$
4. Si  $z = \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}}$  y  $\log a = 1.5$ ,  $\log b = 2.5$  y  $\log c = -1.2$ , ¿cuánto valdrá  $\log z$ ?
5. Si sabemos que  $\log a = -2$ , ¿cuánto valdrá el logaritmo decimal de  $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$ ?
6. Calcula  $b$  en las siguientes igualdades: a)  $\log_b 2 = \frac{1}{2}$       b)  $\log_b 0.04 = -2$
7. Calcula:  
a)  $\log_2 \frac{1}{64} + \log_2 1 + \log_3 81 + \log_{11} 121$   
b)  $\log_2 \sqrt{2} + \log \sqrt{8} - \log \sqrt[3]{2}$
8. Calcula: a)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{128}$       b)  $\log_{\frac{1}{2}} 8$       c)  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$
9. Calcula:  
a)  $\log_2 1024$       b)  $\log 0.001$       c)  $\log_2 \frac{1}{64}$       d)  $\ln 1$   
e)  $\ln e^2$       f)  $\log_2 \sqrt{8}$       g)  $\log_3 3\sqrt{3}$       h)  $\log_3 \frac{\sqrt{3}}{3}$   
i)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}}$       j)  $\ln \frac{1}{e}$
10. Sabiendo que  $\log 2 \approx 0.301$  halla los logaritmos decimales de:  
a)  $\sqrt[3]{0.002}$       b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{16}}$       c)  $0.25$       d)  $\sqrt[4]{\frac{1}{25}}$
11. Sabiendo que  $\log 3 \approx 0.477$ , calcula el logaritmo decimal de 30, 300, 3 000, 0.3, 0.03 y 0.003.

12. Calcula:  $\ln 1 + \ln e + \ln e^2 + \ln \sqrt{e} + \ln \frac{1}{e}$

13. Sabiendo que  $\log k = 14.4$  calcula el valor de las siguientes expresiones:

a)  $\log \frac{k}{100}$       b)  $\log 0.1 k^2$       c)  $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$       d)  $(\log k)^{\frac{1}{2}}$

14. Halla el valor de  $x$  en los siguientes casos:

a)  $\log_7 x = 2$       b)  $\log_2 x = 0$       c)  $\log_8 x = \frac{1}{3}$

15. Halla el valor de  $x$  en los siguientes casos:

a)  $\log_2 64 = x$       b)  $\log_{49} \sqrt{7} = x$       c)  $\log_8 \sqrt[4]{2} = x$

16. Halla el valor de  $x$  en los siguientes casos:

a)  $\log_x 10 = \frac{1}{4}$       b)  $\log_2 \frac{1}{16} = x$       c)  $\log_x 0.000001 = -6$

17. Averigua el valor numérico de las siguientes expresiones:

a)  $\log_a a^2 \sqrt{a}$       e)  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{64}$       i)  $\log_{10} (\log_{10} 10^{10})$   
 b)  $\log_a 1$       f)  $2^{\log_a a^2}$       j)  $\log_{10} (10^{10^{\log_{10} 2}})$   
 c)  $\log_x \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$       g)  $10^{\log_a \sqrt{a}}$   
 d)  $\log_2 \sqrt[3]{64}$       h)  $10^{\log_a \sqrt{a \cdot a^3}}$

18. Calcula:

a)  $\log_{10} \left( \frac{100}{5^2} \right)$       b)  $\log_5 625$       c)  $\log_5 (625)^3$       d)  $\log_2 32$

19. Calcula:

a)  $\log_{10} 100$       e)  $\log_{10} 10^6$   
 b)  $\log_{10} 1000$       f)  $\log_{10} 0.1$   
 c)  $\log_{10} 10\,000$       g)  $\log_{10} 0.01$   
 d)  $\log_{10} 100\,000$       h)  $\log_{10} 0.0001$

20. Si  $\log_{10} 2 \approx 0.031030$ , calcula:

a)  $\log_{10} 16$       b)  $\log_{10} 25$       c)  $\log_{10} 125$   
 d)  $\log_{10} 0.64$       e)  $\log_{10} \sqrt[5]{\frac{32}{5}}$

21. Aplicando el logaritmo con la base que elijas, simplifica la expresión:  $Z = \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}}$

22. Sabiendo que  $\log_{10} 2 \approx 0.301030$  halla los logaritmos decimales de:

- a)  $\sqrt[3]{0.002}$       b)  $\frac{1}{\sqrt[3]{16}}$       c) 0.25  
 d)  $\sqrt{\frac{0.0025}{16}}$       e)  $\sqrt[4]{\frac{1}{0.008}}$       f) 1 024

23. Si conoces, además, que  $\log_{10} 3 \approx 0.477121$ , calcula los logaritmos decimales de:

- a) 0.00018      b)  $\frac{1}{0.6}$       c) 2.025      d)  $2^3 \cdot 3^2$

24. Calcula los logaritmos que se indican a continuación:

- |                              |                                      |                          |
|------------------------------|--------------------------------------|--------------------------|
| 1) $\log_3 9$                | 7) $\log_2 1$                        | 13) $\log_8 \frac{1}{8}$ |
| 2) $\log_2 1024$             | 8) $\log_2 0.5$                      | 14) $\log_5 125$         |
| 3) $\log_2 8$                | 9) $\log_2 0.25$                     | 15) $\log_{\sqrt{2}} 4$  |
| 4) $\log_{\frac{1}{3}} 9$    | 10) $\log_3 243$                     | 16) $\log_{216} 6$       |
| 5) $\log_{\frac{1}{2}} 1024$ | 11) $\log_3 \frac{1}{9}$             | 17) $\log_9 3$           |
| 6) $\log_{\frac{1}{2}} 8$    | 12) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ | 18) $\log_4 \sqrt{4}$    |

25. Halla la base de los logaritmos en las siguientes igualdades:

- |                     |                       |                          |
|---------------------|-----------------------|--------------------------|
| 1) $\log_a 4 = 2$   | 4) $\log_a 243 = 5$   | 7) $\log_a 0.001 = -3$   |
| 2) $\log_a 9 = 2$   | 5) $\log_a 256 = 8$   | 8) $\log_a 0.015625 = 3$ |
| 3) $\log_a 625 = 4$ | 6) $\log_a 0.125 = 3$ | 9) $\log_a 1 = 0$        |

26. Aplicando la definición de logaritmo resuelve los siguientes ejercicios:

- |                                            |                                             |                               |
|--------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------|
| 1) $2^x = 16$                              | 2) $2^x = 32$                               | 3) $3^{\frac{1}{x}} = 9$      |
| 4) $\log_2 64 = x$                         | 5) $\log_3 81 = x$                          | 6) $\log_{101} 10\,201 = x$   |
| 7) $\log_{16} 0.5 = x$                     | 8) $\log_{10} 10^{-5} = x$                  | 9) $\log_x 125 = \frac{3}{2}$ |
| 10) $\log_x \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$    | 11) $\log_{125} \frac{1}{\sqrt{5}} = x$     | 12) $\log_{343} \sqrt{7} = x$ |
| 13) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16} = x$ | 14) $\log_{\frac{5}{3}} \frac{27}{125} = x$ | 15) $\log_8 \sqrt[4]{2} = x$  |

27. Halla el resultado de las siguientes expresiones:

- 1)  $\log_5 625 - \log_3 243 + \log_4 256$
- 2)  $\log_3 1 + \log_2 64 + \log_3 9 + \log_7 49$
- 3)  $\log_2 4 + \log_3 81 - \log_6 216 + \log_4 64$
- 4)  $\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0.2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0.5$

28. Siendo  $a$  y  $b$  números enteros, halla el valor de  $\log_{\frac{1}{a}} a + \log_b \frac{1}{b}$ .
29. Si  $\log b = \log a + \log 3$ , entonces  $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ . Razónalo.
30. ¿Qué relación existe entre los números  $a$  y  $b$  si se verifica la relación  $\log a + \log b = 0$ ?
31. Si  $\log x = \frac{1}{2} \log a + 3 \log b - \frac{1}{3} (\log c + 2 \log d)$  expresa el valor de  $x$  en función de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .
32. Sabiendo que  $\log 2 \approx 0.301030$  y  $\log 3 \approx 0.477121$  hallar los logaritmos de los siguientes números:
- |                  |                 |        |                     |
|------------------|-----------------|--------|---------------------|
| 1) $\frac{1}{3}$ | 2) 6            | 3) 30  | 4) $0.25\sqrt{144}$ |
| 5) 2.025         | 6) $\sqrt{0.3}$ | 7) 324 | 8) 0.0018           |
33. Si en el sistema de logaritmos de base 7 se verifica la relación  $\log_7 \frac{A}{B} + \log_7 B = 2$ , obtener razonadamente el valor de  $A$ .
34. Si  $\log_a N = 2$  y  $\log_a 32N = 5$ , ¿cuánto vale  $a$ ?
35. ¿Cuál es la relación que existe entre  $a$  y  $b$  si  $\log_{10} b = \log_{10} a + \log_{10} 5$ ?
36. Si  $\log_5 N = t$ , expresa en función de  $t$ :
- |                  |                          |                   |                         |
|------------------|--------------------------|-------------------|-------------------------|
| a) $\log_5 125N$ | b) $\log_5 \frac{N}{25}$ | c) $\log_5 5^5 N$ | d) $\log_5 \sqrt[4]{N}$ |
|------------------|--------------------------|-------------------|-------------------------|
37. Si el logaritmo de  $A$  en base 3 es  $x$ , expresar en función de  $x$  los siguientes logaritmos:
- |                          |                          |                   |
|--------------------------|--------------------------|-------------------|
| 1) $\log_3 27A$          | 2) $\log_3 \frac{A}{81}$ | 3) $\log_3 3^6 A$ |
| 4) $\log_3 \frac{27}{A}$ | 5) $\log_3 \sqrt{A}$     |                   |

# LOGARITMOS:

## SOLUCIONES

Cipri Santiago Zaragoza  
Departamento de Matemáticas  
Mayo de 2011

### Ejercicio 1:

$$a) \log_5 625 = 4 \quad b) \log_5 (625)^3 = 12 \quad c) \log_2 \frac{1}{32} = -5$$

### Ejercicio 2:

$$a) \log_{10} 1000 = 3 \quad b) \log_{10} 100000 = 5 \quad c) \log_{10} \frac{1}{10} = -1 \quad d) \log_{10} 0,01 = -2$$

$$e) \log_{10} 10^8 = 8 \quad f) \log_{10} \sqrt{10} = \frac{1}{2} \quad g) \log_{10} 10^{-7} = -7 \quad h) \log_{10} \sqrt[3]{0,001} = -1$$

### Ejercicio 3:

$$a) \log_{10} 25 = 1,3979 \quad b) \log_{10} 0,64 = -0,19382 \quad c) \log_{10} \sqrt[5]{0,125} = -0,18062$$

### Ejercicio 4:

$$z = \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}}$$

Tomamos logaritmos decimales en ambos miembros de la igualdad anterior:

$$\log_{10} z = \log \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}}$$

Aplicamos las “conocidas” propiedades de los logaritmos y de las potencias:

$$\begin{aligned} \log_{10} z &= \log_{10} \left( \frac{a^3 b}{c^2} \right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_{10} \frac{a^3 b}{c^2} = \frac{1}{5} (\log_{10} (a^3 b) - \log_{10} c^2) = \\ &= \frac{1}{5} (\log a^3 + \log_{10} b - 2 \log_{10} c) = \\ &= \frac{1}{5} (3 \log_{10} a + \log_{10} b - 2 \log_{10} c) \end{aligned}$$

y sustituimos los valores que nos dan:

$$\log_{10} z = \frac{1}{5} (3 \cdot 1,5 + 2,5 - 2(-1,2)) = 1,88$$

### Ejercicio 5:

Llamamos  $x = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$  y procedemos como en el ejercicio anterior:

Tomamos logaritmos decimales en los dos miembros de la igualdad anterior:

$$\log x = \log \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

Aplicamos las “conocidas” propiedades de los logaritmos y de las potencias:

$$\begin{aligned}\log x &= \log(a\sqrt{a}) - \log \sqrt[3]{a^2} = \log a + \log \sqrt{a} - \log(a)^{\frac{2}{3}} = \\ &= \log a + \log a^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{3} \log a = \log a + \frac{1}{2} \log a - \frac{2}{3} \log a\end{aligned}$$

y sustituimos los valores que nos dan:

$$\log x = -2 + \frac{1}{2}(-2) - \frac{2}{3}(-2) = -\frac{5}{3}$$

**Ejercicio 6:**

$$a) \log_b 2 = \frac{1}{2}. \text{ La solución es } b = 4 \quad b) \log_b 0,04 = -2. \text{ La solución es } b = 5$$

**Ejercicio 7:**

a)

$$\log_2 \frac{1}{64} + \log_2 1 + \log_3 81 + \log_{11} 121 = 0$$

b)

$$\log_2 \sqrt{2} + \log_{10} \sqrt{8} - \log_{10} \sqrt[3]{2} = 0,8512$$

Veamos cómo se hace, por ejemplo, el apartado b):

$$\begin{aligned}\log_2 \sqrt{2} + \log_{10} \sqrt{8} - \log_{10} \sqrt[3]{2} &= \log_2 2^{\frac{1}{2}} + \log_{10} 8^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{2} \log_{10} 2^3 - \\ &= -\frac{1}{3} \log_{10} 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log_{10} 2 - \frac{1}{3} \log_{10} 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} (0,301) - \frac{1}{3} (0,301) = 0,8512\end{aligned}$$

donde hemos tenido en cuenta que  $\log_{10} 2 = 0,301$  por el ejercicio nº3.

**Ejercicio 8:**

$$a) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{128} = 7 \quad b) \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \quad c) \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} = -\frac{1}{2}$$

**Ejercicio 9:**

$$a) \log_2 1024 = 10 \quad b) \log_{10} 0,001 = -3 \quad c) \log_2 \frac{1}{64} = -6 \quad d) \ln 1 = 0$$

$$f) \log_2 \sqrt{8} = \frac{3}{2} \quad g) \log_3 (3\sqrt{3}) = \frac{3}{2} \quad h) \log_3 \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{1}{2} \quad i) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$j) \ln \frac{1}{e} = -1$$

**Ejercicio 10:**

$$a) \log_{10} \sqrt[3]{0,002} = -0,89966 \quad b) \log_{10} \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = -0,40137 \quad c) \log_{10} 0,25 = -0,60206$$

$$d) \log_{10} \sqrt[4]{\frac{1}{25}} = -0,34949 \quad e) \log_{10} \sqrt[5]{80^4} = 1,5225$$

**Ejercicio 11:**

- a)  $\log_{10} 30 = 1,4771$       b)  $\log_{10} 300 = 2,4771$       c)  $\log_{10} 3000 = 3,4771$   
d)  $\log_{10} 0,3 = -0,52288$       e)  $\log_{10} 0,03 = -1,5229$       f)  $\log_{10} 0,0003 = -3,5229$

**Ejercicio 12:**

$$\ln 1 + \ln e + \ln e^2 + \ln \sqrt{e} + \ln \frac{1}{e} = \frac{5}{2}$$

**Ejercicio 13:**

a)

$$\log \frac{k}{100} = \log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$$

b)

$$\begin{aligned} \log (0,1k^2) &= \log 0,1 + \log k^2 = \log 0,1 + 2 \log k = \\ &= \log_{10} 0,1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{\frac{1}{k}} &= \log \left( \frac{1}{k} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log \frac{1}{k} = \frac{1}{3} \log k^{-1} = -\frac{1}{3} \log k = \\ &= -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8 \end{aligned}$$

d)

$$(\log k)^{\frac{1}{2}} = 14,4^{\frac{1}{2}} = 3,7947$$

**Ejercicio 14:**

- a)  $\log_7 x = 2$ . La solución es  $x = 49$       b)  $\log_2 x = 0$ . La solución es  $x = 1$

- c)  $\log_8 x = \frac{1}{3}$ . La solución es  $x = 2$

**Ejercicio 15:**

- a)  $\log_2 64 = x \Rightarrow x = 6$       b)  $\log_{49} \sqrt{7} = x \Rightarrow x = \frac{1}{4}$       c)  $\log_8 \sqrt[4]{2} = x \Rightarrow x = \frac{1}{12}$

**Ejercicio 16:**

- a)  $\log_x 10 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 10000$       b)  $\log_2 \frac{1}{16} = x \Rightarrow x = -4$       c)  $\log_x 0.000001 = -6 \Rightarrow x = 10$

**Ejercicio 17:**

a)

$$\log_a a^2 \sqrt{a} = \log_a a^2 a^{\frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \log_a a = \frac{5}{2}$$

b)

$$\log_a 1 = 0 \text{ ya que } a^x = 1 \text{ si, y sólo si, } x = 0$$

c)

$$\log_x \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \log_x \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = \log_x x^{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = \log_x x^{-\frac{1}{6}} = -\frac{1}{6} \log_x x = -\frac{1}{6}$$

d)

$$\log_2 \sqrt[3]{64} = 2$$

e)

$$\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{64} = -2$$

f)

$$2^{\log_a a^2} = 2^{2 \log_a a} = 2^2 = 4$$

g)

$$10^{\log_a \sqrt{a}} = 10^{\frac{1}{2} \log_a a} = 10^{\frac{1}{2}} = 3,1623$$

h)

$$10^{\log_a \sqrt{a} a^3} = 10^{\log_a a^{\frac{7}{2}}} = 10^{\frac{7}{2}} = 3162,3$$

i)

$$\log_{10} (\log_{10} 10^{10}) = 1$$

j)

$$\log_{10} (10^{10^{\log_{10} 2}}) = 2$$

**Ejercicio 18:**

$$a) \log_{10} \left( \frac{100}{5^2} \right) = 0,60206 \quad b) \log_5 625 = 4 \quad c) \log_5 (625)^3 = 12 \quad d) \log_2 32 = 5$$

**Ejercicio 19:**

$$a) \log_{10} 100 = 2 \quad b) \log_{10} 1000 = 3 \quad c) \log_{10} 10000 = 4 \quad d) \log_{10} 100000 = 5$$

$$e) \log_{10} 10^6 = 6 \quad f) \log_{10} 0,1 = -1 \quad g) \log_{10} 0,01 = -2 \quad h) \log_{10} 0,0001 = -4$$

**Ejercicio 20:**

a)

$$\log_{10} 16 = \log_{10} 2^4 = 4 \log_{10} 2 = 4 \cdot 0,301030 = 1,2041$$

b)

$$\log_{10} 25 = 1,3979$$

c)

$$\log_{10} 125 = 2,0969$$

d)

$$\log_{10} \sqrt[5]{\frac{32}{5}} = 0,16124$$

**Ejercicio 21:**

$$z = \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}}$$

En principio tomamos logaritmos decimales, y vemos que forma tiene la igualdad:

$$\log z = \log \sqrt[5]{\frac{a^3 b}{c^2}} = \log \left( \frac{a^3 b}{c^2} \right)^{\frac{1}{5}}$$

Elegimos como base  $\left(\frac{a^3b}{c^2}\right)$  :

$$\log_{\frac{a^3b}{c^2}} z = \log_{\frac{a^3b}{c^2}} \left(\frac{a^3b}{c^2}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_{\frac{a^3b}{c^2}} \left(\frac{a^3b}{c^2}\right) = \frac{1}{5}$$

es decir,

$$\log_{\frac{a^3b}{c^2}} z = \frac{1}{5}$$

### Ejercicio 22:

a)

$$\begin{aligned} \log_{10} \sqrt[3]{0,002} &= \log_{10} (0,002)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_{10} 0,002 = \frac{1}{3} \log_{10} \frac{2}{1000} = \\ &= \frac{1}{3} (\log_{10} 2 - \log_{10} 1000) = \frac{1}{3} (0,301030 - 3) = -0,89966 \end{aligned}$$

b)

$$\log_{10} \frac{1}{\sqrt[3]{16}} = -0,40137$$

c)

$$\log_{10} 0,25 = -0,60206$$

d)

$$\log_{10} \sqrt{\frac{0,0025}{16}} = -1,9031$$

e)

$$\log_{10} \sqrt[4]{\frac{1}{0,008}} = 0,52423$$

f)

$$\log_{10} 1024 = 3,0103$$

### Ejercicio 23:

a)

$$\begin{aligned} \log_{10} 0,00018 &= \log_{10} \frac{18}{10000} = \log_{10} 18 - \log_{10} 10000 = \log_{10} (2 \cdot 3^2) - 5 = \\ &= \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 - 5 = 0,301030 + 2 \cdot 0,477121 - 5 = -3,7447 \end{aligned}$$

b)

$$\log_{10} \frac{1}{0,6} = 0,22185$$

c)

$$\log_{10} 2,025 = 0,30643$$

d)

$$\log_{10} (2^3 3^2) = 1,8573$$

### Ejercicio 24:

- 1)  $\log_3 9 = 2$       2)  $\log_2 1024 = 10$       3)  $\log_2 8 = 3$       4)  $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$   
5)  $\log_{\frac{1}{2}} 1024 = -10$       6)  $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$       7)  $\log_2 1 = 0$       8)  $\log_2 0,5 = -1$   
9)  $\log_2 0,25 = -2$       10)  $\log_3 243 = 5$       11)  $\log_3 \frac{1}{9} = -2$       12)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$   
13)  $\log_8 \frac{1}{8} = -1$       14)  $\log_5 125 = 3$       15)  $\log_{\sqrt{2}} 4 = 4$       16)  $\log_{216} 6 = \frac{1}{3}$   
17)  $\log_9 3 = \frac{1}{2}$       18)  $\log_4 \sqrt{2} = \frac{1}{4}$

**Ejercicio 25:**

1)

$$\log_a 4 = 2 \Rightarrow a = 2$$

2)

$$\log_a 9 = 2 \Rightarrow a = 3$$

3)

$$\log_a 625 = 4 \Rightarrow a = 5$$

4)

$$\log_a 243 = 5 \Rightarrow a = 3$$

5)

$$\log_a 256 = 8 \Rightarrow a = 2$$

6)

$$\log_a 0,125 = 3 \Rightarrow a = 0,5$$

7)

$$\log_a 0,001 = -3 \Rightarrow a = 10$$

8)

$$\log_a 0,015625 = 3 \Rightarrow a = 0,25$$

9)

$$\log_a 1 = 0 \Rightarrow a = a \in \mathbb{R}$$

**Ejercicio 26:**

- 1)  $2^x = 16 \Rightarrow x = \frac{\ln 16}{\ln 2} = 4$       2)  $2^x = 32 \Rightarrow x = \frac{\ln 32}{\ln 2} = 5$       3)  $3^{\frac{1}{x}} = 9 \Rightarrow x = \frac{\ln 3}{\ln 9} = \frac{1}{2}$   
4)  $\log_2 64 = x \Rightarrow x = 6$       5)  $\log_3 81 = x \Rightarrow x = 4$       6)  $\log_{101} 10201 = x \Rightarrow x = 2$   
7)  $\log_{16} 0,5 = x \Rightarrow x = -0,25$       8)  $\log_{10} 0,00001 = x \Rightarrow x = -5$       9)  $\log_x 125 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 25$   
10)  $\log_x \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 9$       11)  $\log_{125} \frac{1}{\sqrt{5}} = x \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$       12)  $\log_{343} \sqrt{7} = x \Rightarrow x = \frac{1}{6}$   
13)  $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16} = x \Rightarrow x = -4$       14)  $\log_{\frac{5}{3}} \frac{27}{125} = x \Rightarrow x = -3$       15)  $\log_8 \sqrt[4]{2} = x \Rightarrow x = \frac{1}{12}$

**Ejercicio 27:**

1)

$$\log_5 625 - \log_3 243 + \log_4 256 = 3$$

2)

$$\log_3 1 + \log_2 64 + \log_3 9 + \log_7 49 = 10$$

3)

$$\log_2 4 + \log_3 81 - \log_6 216 + \log_4 64 = 6$$

4)

$$\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5 = -2$$

**Ejercicio 28:**

Sea  $z = \log_{\frac{1}{a}} a + \log_b \frac{1}{b}$ . Aplicamos la definición de logaritmo a cada sumando:

$$\log_{\frac{1}{a}} a = y \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^y = a \Leftrightarrow a^{-y} = a \Leftrightarrow -y = 1 \Leftrightarrow y = -1$$

$$\log_b \frac{1}{b} = z \Leftrightarrow b^z = \frac{1}{b} \Leftrightarrow b^z = b^{-1} \Leftrightarrow z = -1$$

y sustituyendo tenemos:

$$z = -1 - 1 = -2$$

**Ejercicio 29:**

Si

$$\log b = \log a + \log 3 \Rightarrow \log b = \log (3a)$$

entonces, aplicando la definición de logaritmo, se tiene que

$$b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$

**Ejercicio 30:**

Si

$$\log a + \log b = 0 \Rightarrow \log (ab) = 0$$

entonces, aplicando la definición de logaritmo, se tiene que

$$10^0 = ab \Rightarrow 1 = ab$$

que es la relación que nos piden.

**Ejercicio 31:**

Si

$$\begin{aligned} \log x &= \frac{1}{2} \log a + 3 \log b - \frac{1}{3} (\log c + 2 \log d) \Rightarrow \log x = \log a^{\frac{1}{2}} + \log b^3 - \\ &- \frac{1}{3} (\log c + \log d^2) = \log (b^3 \sqrt{a}) - \frac{1}{3} \log (cd^2) = \log (b^3 \sqrt{a}) - \log (cd^2)^{\frac{1}{3}} = \\ &= \log \frac{b^3 \sqrt{a}}{\sqrt[3]{c} \sqrt[3]{d^2}} \Rightarrow x = \frac{b^3 \sqrt{a}}{\sqrt[3]{c} \sqrt[3]{d^2}} \end{aligned}$$

que es la relación que nos piden.

**Ejercicio 32:**

- 1)  $\log_{10} \frac{1}{3} = -0,47712$       2)  $\log_{10} 6 = 0,77815$       3)  $\log_{10} 30 = 1,4771$   
4)  $\log_{10} 0,25\sqrt{144} = 0,47712$       5)  $\log_{10} 2,025 = 0,30643$       6)  $\log_{10} \sqrt{0,3} = -0,26144$   
7)  $\log_{10} 324 = 2,5105$       8)  $\log_{10} 0,0018 = -2,7447$

**Ejercicio 33:**

Si

$$\log_7 \frac{A}{B} + \log_7 B = 2$$

entonces, aplicando la propiedad del logaritmo de un cociente:

$$\log_7 A - \log_7 B + \log_7 B = 2 \Rightarrow \log_7 A = 2 \Rightarrow 7^2 = A \Rightarrow A = 49$$

**Ejercicio 34:**

$$\left. \begin{array}{l} \log_a N = 2 \Rightarrow a^2 = N \\ \log_a 32N = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_a 32a^2 = 5 \Rightarrow \log_a 32 + \log_a a^2 = 5 \Rightarrow \log_a 32 + 2 = 5$$

$$\Rightarrow \log_a 32 = 3 \Rightarrow a^3 = 32 \Rightarrow a = \sqrt[3]{32} = 3,1748$$

**Ejercicio 35:**

$$\log_{10} b = \log_{10} a + \log_{10} 5 \Rightarrow \log_{10} b = \log_{10} 5a \Rightarrow b = 5a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

**Ejercicio 36:**

a)

$$\log_5 125N = \log_5 5^3 + \log_5 N = 3 + t$$

b)

$$\log_5 \frac{N}{25} = \log_5 N - \log_5 25 = t - 2$$

c)

$$\log_5 5^5 N = \log_5 5^5 + \log_5 N = 5 + N$$

d)

$$\log_5 \sqrt[4]{N} = \log_5 N^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}t$$

**Ejercicio 37:**

1)

$$\log_3 27A = \log_3 27 + \log_3 A = 3 + x$$

2)

$$\log_3 \frac{A}{81} = \log_3 A - \log_3 81 = x - 4$$

3)

$$\log_3 3^6 A = \log_3 3^6 + \log_3 A = 6 + x$$

4)

$$\log_3 \frac{27}{A} = \log_3 27 - \log_3 A = 3 - x$$

5)

$$\log_3 \sqrt{A} = \frac{1}{2} \log_3 A = \frac{1}{2}x$$