

- 1) Factorizar: $2x^3 + x^2 - 13x + 6$ Sol: $2(x-2)(x+3)(x-1/2)$
- 2) Factorizar: $6x^4 - 29x^3 + 39x^2 - 19x + 3$ Sol: $6(x-1)(x-3)(x-1/2)(x-1/3)$
- 3) Factorizar: $12x^3 + x^2 - 9x + 2$ Sol: $12(x+1)(x-1/4)(x-2/3)$
- 4) Factorizar: $2x^3 - 18x$ Sol: $2x(x-3)(x+3)$
- 5) Factorizar: $2x^3 - 2$ Sol: $2(x-1)(x^2+x+1)$
- 6) Factorizar: $-8x^2 + 6x - 1$ Sol: $-8(x-1/2)(x-1/4)$
- 7) Factorizar: $-4x^2 + 4x - 1$ Sol: $-4(x-1/2)^2$
- 8) Factorizar: $2x^2 + 4x + 2$ Sol: $2(x+1)^2$
- 9) Factorizar: $2x^3 - 4x^2 - 5x - 3$ Sol: $(x-3)(2x^2+2x+1)$
- 10) Simplificar: $\frac{x^5 - 32}{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16}$ Sol: $x-2$
- 11) Efectuar y simplificar el resultado: $\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$ Sol: 0 , si $x \neq 1 \wedge x \neq 2$
- 12) Efectuar y simplificar el resultado: $\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} - \frac{x^2}{1-x^2} + 1$ Sol: $3/(1-x^2)$, si $x \neq -1 \wedge x \neq 1$
- 13) Efectuar y simplificar: $\frac{x^3 - 9x}{x^3 - x^2 - 9x + 9} + \frac{2x}{x^2 - 4x + 3} - \frac{15}{x-3}$ Sol: $(x-15)/(x-3)$, si $x \neq 1 \wedge x \neq 3 \wedge x \neq -3$
- 14) Efectuar y simplificar el resultado:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{x^3 - 9x^2 + 29x - 6}{x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 32x + 32} + \frac{5}{x^3 - 7x^2 + 8x + 16}$$
 Sol: $2/(x+1)$, si $x \neq -1 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 4$
- 15) Efectuar y simplificar el resultado:

$$\frac{15x^2 - 28x - 6}{3x^2 - 15x + 18} - \frac{2x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2} - \frac{3x^2 - 4x}{x^2 - 5x + 6}$$
 Sol: $2/(3x-6)$, si $x \neq 1 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq 3$
- 16) Sin efectuar la división, hallar el valor que debe tomar m para que sea exacta la división de $P(x) = mx^4 - 2x - 5$ entre $x + 2$. Sol: $m=1/16$
- 17) Sin efectuar la división, hallar el valor de a para que sea exacta la división del polinomio $P(x) = x^4 - ax^2 + 1$ entre $x - 2$. Efectuar la división factorizando, como consecuencia de la misma, $P(x)$. Sol: $a = 17/4$, $P(x)=(x-2)(x^3+2x^2-x/4-1/2)$
- 18) Hallar el valor de m para que el resto de efectuar la división del polinomio $P(x) = 3x^4 + mx^3 - x^2 + m$ entre $x + 3$ valga 2. Sol: $m=116/13$
- 19) Resolver la ecuación: $x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 32x + 32 = 0$ Sol: $-1, -2, 4$ (sol. doble)
- 20) Resolver la ecuación: $8x^3 - 42x^2 = 21 - 55x$ Sol: $1, 3/4, 7/2$
- 21) Resolver la ecuación: $3x(x-2)(x+1) = 0$ Sol: $-1, 0, 2$
- 22) Resolver la ecuación: $\frac{x-3}{x^2-x-2} - \frac{2}{2x+2} = \frac{4}{x+1}$ Sol: $7/4$
- 23) Resolver la ecuación: $\frac{1}{2x+2} - \frac{5}{x^2+4x+3} = \frac{4x}{x+3} - \frac{8}{2x^2+8x+6}$ Sol: $1/8$
- 24) Resolver la ecuación: $e^x(x+2)(2x-1) = 0$ Sol: $-2, 1/2$
- 25) Resolver la ecuación: $3(x - \sqrt{2})\log(x+1) = 0$ Sol: $\sqrt{2}, 0$
- 26) Resolver la ecuación: $4(x - \pi)(x+3)\ln x = 0$ Sol: $\pi, -3, 1$

Problema resuelto:

1) Resolver la ecuación:
$$\frac{23x-31}{-18x^2+42x-12} + \frac{2x^2-5x+3}{2x^2-6x+4} = \frac{x^2-4x-5}{3x^2-12x-15}$$

Factorizamos los denominadores. Y comprobamos si las raíces de cada denominador lo son también del numerador correspondiente, para simplificar factores, en su caso. Si hacemos alguna de estas simplificaciones, explicitaremos que x no puede ser igual a la raíz obtenida, porque los denominadores no pueden valer 0 en ningún caso.

- Primera fracción:

$$\begin{aligned} -18x^2 + 42x - 12 = 0 &\Rightarrow -6(3x^2 - 7x + 2) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{6} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{7 \pm 5}{6} = \begin{cases} \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{7+5}{6} = 2 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{-18x^2 + 42x - 12 = -18(x - 1/3)(x - 2)} \end{aligned}$$

Para $x = 1/3$, el valor numérico del numerador no se anula. Tampoco para $x = 2$. Por ello, la primera fracción no es reducible.

- Segunda fracción:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 6x + 4 = 0 &\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{2x^2 - 6x + 4 = 2(x-1)(x-2)} \end{aligned}$$

Para $x = 1$ el valor numérico del numerador es: $2 - 5 + 3 = 0$, por lo que sí es raíz. Como la conocemos, nos es más fácil factorizarlo por Ruffini:

1	2	-5	3	
	2	-3	-3	
	2	-3	0	
3/2		3		
	2	0		

Por tanto: $\boxed{2x^2 - 5x + 3 = 2(x-1)(x-3/2)}$

- Tercera fracción:

$\boxed{3x^2 - 12x - 15 = 3(x^2 - 4x - 5)}$, es decir, 3 veces el denominador. Por tanto, también es reducible. Hallamos las raíces del denominador, porque hay que excluirlas de las soluciones, pues el denominador nunca puede anularse. Y si simplificamos, sin más, no nos vamos a dar cuenta de cuáles eran los valores con los que hemos de tener cuidado:

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} -1 \\ 5 \end{cases}$$

De esta forma, la ecuación se transforma en:

$$\begin{aligned} &\frac{23x-31}{-18(x-1/3)(x-2)} + \frac{2(x-1)(x-3/2)}{2(x-1)(x-2)} = \frac{x^2-4x-5}{3(x^2-4x-5)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow &\frac{23x-31}{-18(x-1/3)(x-2)} + \frac{2(x-3/2)}{2(x-2)} = \frac{1}{3}, \text{ si } x \neq -1, x \neq 5, x \neq 2, x \neq 1/3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow &\frac{-23x+31}{18(x-1/3)(x-2)} + \frac{9 \cdot 2(x-3/2)(x-1/3)}{9 \cdot 2(x-2)(x-1/3)} = \frac{6(x-2)(x-1/3)}{3 \cdot 6(x-2)(x-1/3)} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{-23x+31}{18(x-1/3)(x-2)} + \frac{(18x-27)(x-1/3)}{18(x-2)(x-1/3)} - \frac{(x-2)(6x-2)}{18(x-2)(x-1/3)} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{-23x+31+18x^2-6x-27x+9-(6x^2-2x-12x+4)}{18(x-1/3)(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow \frac{18x^2-56x+40-6x^2+14x-4}{18(x-1/3)(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{12x^2-42x+36}{18(x-1/3)(x-2)} = 0
\end{aligned}$$

Una fracción se anula si lo hace el numerador pero no el denominador. Así que igualamos el numerador a 0 y excluimos, de las soluciones que obtengamos, los valores que anulan los denominadores, y que indicamos antes (aunque no hemos ido arrastrándolos a cada paso):

$$12x^2 - 42x + 36 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49-48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$x = 2$ no es válida, pues anula denominadores. De modo que la solución única es:

$$\boxed{x = 3/2}$$