

PÁGINA 91

PRACTICA**Monomios**

1 ■■■ Indica cuál es el grado de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a) $2x^2$

b) $-3x^3$

c) $\frac{1}{2}x^2$

d) $\frac{3}{4}x$

e) $-\frac{1}{3}x$

f) x^3

g) 3

h) $\frac{-4}{5}x^2$

i) $\frac{-1}{5}$

a) Grado 2

b) Grado 3

c) Grado 2

d) Grado 1

e) Grado 1

f) Grado 3

g) Grado 0

h) Grado 2

i) Grado 0

Son semejantes: $2x^2, \frac{1}{2}x^2, \frac{-4}{5}x^2$

$-3x^3, x^3$

$\frac{3}{4}x, -\frac{1}{3}x$

$3, -\frac{1}{5}$

2 ■■■ Calcula el valor numérico de cada uno de estos monomios para $x = -1$, para $x = 2$ y para $x = \frac{1}{2}$:

a) $3x^2$

b) $\frac{2}{5}x^3$

c) $-2x$

d) $-x^2$

e) $\frac{1}{2}x^2$

f) $-\frac{1}{4}x$

a) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow 3(-1)^2 = 3$

$x = 2 \rightarrow 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$

$x = \frac{1}{2} \rightarrow 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow \frac{2}{5}(-1)^3 = -\frac{2}{5}$

$x = 2 \rightarrow \frac{2}{5} \cdot 2^3 = \frac{2}{5} \cdot 8 = \frac{16}{5}$

$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{20}$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 2

c) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow -2 \cdot (-1) = 2$

$$x = 2 \rightarrow -2 \cdot 2 = -4$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

d) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow -(-1)^2 = -1$

$$x = 2 \rightarrow -2^2 = -4$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow -\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$$

e) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2}$

$$x = 2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

f) Valor numérico para: $x = -1 \rightarrow -\frac{1}{4}(-1) = \frac{1}{4}$

$$x = 2 \rightarrow -\frac{1}{4} \cdot 2 = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

3 ■■■ Simplifica.

a) $2x^6 - 3x^6 - x^6$

b) $3x^2 - \frac{2}{3}x^2 + 5x^2$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + x$

d) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{10}x^2 + x^2$

e) $-2x^3 + x^3 - 3x^3$

f) $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2$

a) $2x^6 - 3x^6 - x^6 = (2 - 3 - 1)x^6 = -2x^6$

b) $3x^2 - \frac{2}{3}x^2 + 5x^2 = \left(3 - \frac{2}{3} + 5\right)x^2 = \left(8 - \frac{2}{3}\right)x^2 = \frac{22}{3}x^2$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + x = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 1\right)x = \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4} + \frac{4}{4}\right)x = \frac{3}{4}x$

d) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{10}x^2 + x^2 = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10} + 1\right)x^2 = \left(\frac{4}{10} - \frac{1}{10} + \frac{10}{10}\right)x^2 = \frac{13}{10}x^2$

e) $-2x^3 + x^3 - 3x^3 = (-2 + 1 - 3)x^3 = -4x^3$

f) $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2 = \left(-\frac{5}{2} + \frac{1}{2} + 2\right)x^2 = \left(-\frac{4}{2} + 2\right)x^2 = 0x^2 = 0$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 3

4 ■■■ Dados los monomios $A = -5x^4$, $B = 20x^4$, $C = 2x$, calcula:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------------|
| a) $A + B$ | b) $A - B$ | c) $3A + 2B$ |
| d) A^3 | e) C^2 | f) $A^2 + C^8$ |
| g) $A \cdot B$ | h) $A \cdot C$ | i) $B \cdot C$ |
| j) $B : A$ | k) $A : B$ | l) $(B : C) \cdot A$ |

$$A = -5x^4 \quad B = 20x^4 \quad C = 2x$$

$$a) A + B = -5x^4 + 20x^4 = 15x^4$$

$$b) A - B = -5x^4 - 20x^4 = -25x^4$$

$$c) 3A + 2B = 3 \cdot (-5x^4) + 2 \cdot (20x^4) = -15x^4 + 40x^4 = 25x^4$$

$$d) A^3 = (-5x^4)^3 = -125x^{12}$$

$$e) C^2 = (2x)^2 = 4x^2$$

$$f) A^2 + C^8 = (-5x^4)^2 + (2x)^8 = 25x^8 + 256x^8 = 281x^8$$

$$g) A \cdot B = (-5x^4) \cdot (20x^4) = -100x^8$$

$$h) A \cdot C = (-5x^4) \cdot (2x) = -10x^5$$

$$i) B \cdot C = (20x^4) \cdot (2x) = 40x^5$$

$$j) B : A = (20x^4) : (-5x^4) = -4$$

$$k) A : B = (-5x^4) : (20x^4) = -\frac{5}{20} = -\frac{1}{4}$$

$$l) (B : C) \cdot A = \frac{20x^4}{2x} \cdot (-5x^4) = (10x^3) \cdot (-5x^4) = -50x^7$$

5 ■■■ Efectúa las siguientes operaciones y di cuál es el grado del monomio resultante:

$$a) 2x \cdot (-3x^2) \cdot (-x) \quad b) \frac{3}{4}x^3 \cdot (-2x^2) \cdot 2x$$

$$c) 2x^3 \cdot (-x^2) \cdot 5x \quad d) x \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{3}{5}x$$

$$e) -\frac{1}{3}x \cdot 3x^2 \cdot (-x) \quad f) \frac{2}{5}x^2 \cdot \frac{3}{4}x \cdot \frac{10}{3}x^2$$

$$a) 2x \cdot (-3x^2) \cdot (-x) = 6x^4 \rightarrow \text{Grado } 4$$

$$b) \frac{3}{4}x^3 \cdot (-2x^2) \cdot 2x = \frac{3}{4} \cdot (-4)x^6 = -3x^6 \rightarrow \text{Grado } 6$$

$$c) 2x^3 \cdot (-x^2) \cdot 5x = -10x^6 \rightarrow \text{Grado } 6$$

$$d) x \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{3}{5}x = -\frac{3}{10}x^3 \rightarrow \text{Grado } 3$$

$$e) -\frac{1}{3}x \cdot 3x^2 \cdot (-x) = x^4 \rightarrow \text{Grado } 4$$

$$f) \frac{2}{5}x^2 \cdot \frac{3}{4}x \cdot \frac{10}{3}x^2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{3} \cdot x^5 = x^5 \rightarrow \text{Grado } 5$$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 4

6 ■■■ Efectúa las siguientes divisiones de monomios y di cuál es el grado de cada monomio resultante:

a) $(8x^3) : (2x^2)$

b) $(4x^6) : (2x)$

c) $(3x^3) : (2x^2)$

d) $(18x^3) : (2x^3)$

e) $\frac{20x^3}{2x^2}$

f) $\frac{-15x^6}{3x^2}$

g) $\frac{-7x^3}{2x^2}$

h) $\frac{-2x^2}{x^2}$

a) $(8x^3) : (2x^2) = 4x \rightarrow$ Grado 1

b) $(4x^6) : (2x) = 2x^5 \rightarrow$ Grado 5

c) $(3x^3) : (2x^2) = \frac{3}{2}x \rightarrow$ Grado 1

d) $(18x^3) : (2x^3) = 9 \rightarrow$ Grado 0

e) $\frac{20x^3}{2x^2} = 10x \rightarrow$ Grado 1

f) $\frac{-15x^6}{3x^2} = -5x^4 \rightarrow$ Grado 4

g) $\frac{-7x^3}{2x^2} = -\frac{7}{2}x \rightarrow$ Grado 1

h) $\frac{-2x^2}{x^2} = -2 \rightarrow$ Grado 0

Polinomios

7 ■■■ Indica cuál es el grado de los siguientes polinomios (recuerda que deben estar en forma reducida):

a) $2x^4 - 3x^2 + 4x$

b) $x^2 - 3x^3 + 2x$

c) $x^2 - 3x^2 + 4x^3$

d) $-\frac{1}{2}x^3 + 3x^2$

e) $3x^3 - 2x^2 - 3x^3$

f) $-\frac{1}{4}x^5 - \frac{3}{5}x^2$

g) $2x + 3$

h) $-\frac{1}{3}x + 3x$

a) Grado 4

b) Grado 3

c) Grado 3

d) Grado 3

e) $-2x^2 \rightarrow$ Grado 2

f) Grado 5

g) Grado 1

h) Grado 1

- 8** ■■■ Dados los polinomios $P = 2x^4 - 5x^3 + 3x - 1$ y $Q = 6x^3 + 2x^2 - 7$, calcula $P + Q$ y $P - Q$.

$$P + Q = (2x^4 - 5x^3 + 3x - 1) + (6x^3 + 2x^2 - 7) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 8$$

$$P - Q = (2x^4 - 5x^3 + 3x - 1) - (6x^3 + 2x^2 - 7) = 2x^4 - 5x^3 + 3x - 1 - 6x^3 - 2x^2 + 7 = 2x^4 - 11x^3 - 2x^2 + 3x + 6$$

- 9** ■■■ Sean los polinomios:

$$M = 3x^2 - 5x - 3$$

$$N = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1$$

$$K = x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

Calcula:

- a) $2M + 3K$ b) $M - 4N$ c) $4N - 3K$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2M + 3K &= 2(3x^2 - 5x - 3) + 3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) = 6x^2 - 10x - 6 + 3x^2 - x + 2 = \\ &= 9x^2 - 11x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } M - 4N &= (3x^2 - 5x - 3) - 4\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1\right) = 3x^2 - 5x - 3 - 2x^2 - 3x - 4 = \\ &= x^2 - 8x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 4N - 3K &= 4\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1\right) - 3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right) = 2x^2 + 3x + 4 - 3x^2 + x - 2 = \\ &= -x^2 + 4x + 2 \end{aligned}$$

- 10** ■■■ Efectúa.

a) $3x(2x^2 - 5x + 1)$

b) $7x^3(2x^3 + 3x^2 - 2)$

c) $-5x(x^4 - 3x^2 + 5x)$

d) $-x^2(x^3 + 4x^2 - 6x + 3)$

a) $3x(2x^2 - 5x + 1) = 6x^3 - 15x^2 + 3x$

b) $7x^3(2x^3 + 3x^2 - 2) = 14x^6 + 21x^5 - 14x^3$

c) $-5x(x^4 - 3x^2 + 5x) = -5x^5 + 15x^3 - 25x^2$

d) $-x^2(x^3 + 4x^2 - 6x + 3) = -x^5 - 4x^4 + 6x^3 - 3x^2$

- 11** ■■■ Opera y simplifica:

a) $(5x - 2)(3 - 2x)$

b) $x(x - 3)(2x - 1)$

c) $(3 + 7x)(5 + 2x)$

d) $(x + 1)(3x + 2)(x - 2)$

a) $(5x - 2)(3 - 2x) = 15x - 10x^2 - 6 + 4x = -10x^2 + 19x - 6$

b) $x(x - 3)(2x - 1) = (x^2 - 3x)(2x - 1) = 2x^3 - x^2 - 6x^2 + 3x = 2x^3 - 7x^2 + 3x$

c) $(3 + 7x)(5 + 2x) = 15 + 6x + 35x + 14x^2 = 14x^2 + 41x + 15$

d) $(x + 1)(3x + 2)(x - 2) = (3x^2 + 2x + 3x + 2)(x - 2) = (3x^2 + 5x + 2)(x - 2) = 3x^3 + 5x^2 + 2x - 6x^2 - 10x - 4 = 3x^3 - x^2 - 8x - 4$

12 ■■■ Opera y simplifica:

a) $(3x^3 + 1)(2x^2 - 3x + 5)$

b) $(x^2 - 5x)(x^3 + 2x)$

c) $(x^3 - 2x + 3)(x^2 + 4x - 1)$

d) $(3x^2 - 2x + 2)(x^3 + 3x - 2)$

a) $(3x^3 + 1)(2x^2 - 3x + 5) = 6x^5 - 9x^4 + 15x^3 + 2x^2 - 3x + 5$

b) $(x^2 - 5x) \cdot (x^3 + 2x) = x^5 + 2x^3 - 5x^4 - 10x^2$

c) $(x^3 - 2x + 3) \cdot (x^2 + 4x - 1) =$

$$= x^5 + 4x^4 - x^3 - 2x^3 - 8x^2 + 2x + 3x^2 + 12x - 3 =$$

$$= x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 14x - 3$$

d) $(3x^2 - 2x + 2) \cdot (x^3 + 3x - 2) =$

$$= 3x^5 + 9x^3 - 6x^2 - 2x^4 - 6x^2 + 4x + 2x^3 + 6x - 4 =$$

$$= 3x^5 - 2x^4 + 11x^3 - 12x^2 + 10x - 4$$

PÁGINA 92

13 ■■■ Calcula el cociente y el resto en cada una de estas divisiones:

a) $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : x$

b) $(x^3 - 5x^2 + x) : (x - 2)$

c) $(x^3 - 5x^2 + x) : (x + 3)$

a)
$$\begin{array}{r} x^5 + 7x^3 - 5x + 1 \\ \underline{-x^5} \\ 7x^3 \\ \underline{-7x^3} \\ -5x \\ \underline{5x} \\ +1 \end{array}$$

Cociente = $x^4 + 7x^2 - 5$ Resto = 1

b)
$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + x \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ -3x^2 + x \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ -5x \\ \underline{5x - 10} \\ -10 \end{array}$$

Cociente = $x^2 - 3x - 5$ Resto = -10

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 7

$$\begin{array}{r}
 c) \quad x^3 - 5x^2 + \quad x \quad | \quad x + 3 \\
 \underline{-x^3 - 3x^2} \\
 -8x^2 + \quad x \\
 \underline{8x^2 + 24x} \\
 25x \\
 \underline{-25x - 75} \\
 -75
 \end{array}$$

Cociente = $x^2 - 8x + 25$ Resto = -75

14 ■■■ Halla el cociente y el resto en cada una de estas divisiones:

a) $(3x^2 - 7x + 5) : (3x + 1)$

b) $(4x^3 - x) : (2x + 3)$

c) $(5x^3 - 3x^2 + 8x) : (5x + 2)$

$$\begin{array}{r}
 a) \quad 3x^2 - 7x + 5 \quad | \quad 3x + 1 \\
 \underline{-3x^2 - \quad x} \\
 -8x + 5 \\
 \underline{8x + \frac{8}{3}} \\
 \frac{23}{3}
 \end{array}$$

Cociente = $x - \frac{8}{3}$ Resto = $\frac{23}{3}$

$$\begin{array}{r}
 b) \quad 4x^3 - \quad x \quad | \quad 2x + 3 \\
 \underline{-4x^3 - 6x^2} \\
 -6x^2 - \quad x \\
 \underline{6x^2 + 9x} \\
 8x \\
 \underline{-8x - 12} \\
 -12
 \end{array}$$

Cociente = $2x^2 - 3x + 4$ Resto = -12

$$\begin{array}{r}
 c) \quad 5x^3 - 3x^2 + \quad 8x \quad | \quad 5x + 2 \\
 \underline{-5x^3 - 2x^2} \\
 -5x^2 + \quad 8x \\
 \underline{5x^2 + \quad 2x} \\
 10x \\
 \underline{-10x - 4} \\
 -4
 \end{array}$$

Cociente = $x^2 - x + 2$ Resto = -4

Factorización de polinomios

15 ■■■ Sacar factor común en cada caso:

a) $9x^2 + 6x - 3$

b) $2x^3 - 6x^2 + 4x$

c) $10x^3 - 5x^2$

d) $x^4 - x^3 + x^2 - x$

a) $9x^2 + 6x - 3 = 3(3x^2 + 2x - 1)$

b) $2x^3 - 6x^2 + 4x = 2x(x^2 - 3x + 2)$

c) $10x^3 - 5x^2 = 5x^2(2x - 1)$

d) $x^4 - x^3 + x^2 - x = x(x^3 - x^2 + x - 1)$

16 ■■■ Sacar factor común en cada polinomio:

a) $410x^5 - 620x^3 + 130x$

b) $72x^4 - 64x^3$

c) $5x - 100x^3$

d) $30x^6 - 75x^4 - 45x^2$

a) $410x^5 - 620x^3 + 130x = 10x(41x^4 - 62x^2 + 13)$

b) $72x^4 - 64x^3 = 8x^3(9x - 8)$

c) $5x - 100x^3 = (1 - 20x^2)$

d) $30x^6 - 75x^4 - 45x^2 = 15x^2(2x^4 - 5x^2 - 3)$

17 ■■■ Expresar los polinomios siguientes como cuadrado de un binomio:

a) $x^2 + 12x + 36 = (x + \square)^2$

b) $4x^2 - 20x + 25 = (\square - 5)^2$

c) $49 + 14x + x^2$

d) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

a) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

b) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$

c) $49 + 14x + x^2 = (7 + x)^2$

d) $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

18 ■■■ Expresar como producto de dos binomios los siguientes polinomios:

a) $x^2 - 16 = (x + \square)(x - \square)$

b) $x^2 - 1$

c) $9 - x^2$

d) $4x^2 - 1$

e) $4x^2 - 9$

a) $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

b) $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

c) $9 - x^2 = (3 + x)(3 - x)$

d) $4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$

e) $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

19 ■■■ Expresa como un cuadrado o como producto de dos binomios cada uno de los siguientes polinomios:

a) $25x^2 + 40x + 16$

b) $64x^2 - 160x + 100$

c) $4x^2 - 25$

d) $x^4 - 1$

a) $25x^2 + 40x + 16 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4 + 4^2 = (5x + 4)^2$

b) $64x^2 - 160x + 100 = (8x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 10 + 10^2 = (8x - 10)^2$

c) $4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5)$

d) $x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$ En realidad, se puede poner como producto de tres binomios.

20 ■■■ Sacar factor común y utiliza los productos notables para factorizar los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 6x^2 + 9x$

b) $x^3 - x$

c) $4x^4 - 81x^2$

d) $x^3 + 2x^2 + x$

e) $3x^3 - 27x$

f) $3x^2 + 30x + 75$

a) $x^3 - 6x^2 + 9x = x(x^2 - 6x + 9) = x(x - 3)^2$

b) $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$

c) $4x^4 - 81x^2 = x^2(4x^2 - 81) = x^2(2x + 9)(2x - 9)$

d) $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

e) $3x^3 - 27x = 3x(x^2 - 9) = 3x(x + 3)(x - 3)$

f) $3x^2 + 30x + 75 = 3(x^2 + 10x + 25) = 3(x + 5)^2$

Expresiones de primer grado

21 ■■■ Simplifica.

a) $6(x + 3) - 2(x - 5)$

b) $3(2x + 1) + 7(x - 3) - 4x$

c) $5(3 - 2x) - (x + 7) - 8$

d) $4(1 - x) + 6x - 10 - 3(x - 5)$

e) $2x - 3 + 3(x - 1) - 2(3 - x) + 5$

f) $2(x + 3) - (x + 1) - 1 + 3(5x - 4)$

a) $6(x + 3) - 2(x - 5) = 6x + 18 - 2x + 10 = 4x + 28$

b) $3(2x + 1) + 7(x - 3) - 4x = 6x + 3 + 7x - 21 - 4x = 9x - 18$

c) $5(3 - 2x) - (x + 7) - 8 = 15 - 10x - x - 7 - 8 = -11x$

d) $4(1 - x) + 6x - 10 - 3(x - 5) = 4 - 4x + 6x - 10 - 3x + 15 = -x + 9$

e) $2x - 3 + 3(x - 1) - 2(3 - x) + 5 = 2x - 3 + 3x - 3 - 6 + 2x + 5 = 7x - 7$

f) $2(x + 3) - (x + 1) - 1 + 3(5x - 4) = 2x + 6 - x - 1 - 1 + 15x - 12 = 16x - 8$

22 ■■■ Multiplica por el número indicado y simplifica.

a) $\frac{1-2x}{9} - 1 + \frac{x+4}{6}$ por 18

b) $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} - \frac{x+1}{4}$ por 40

c) $\frac{x-3}{2} - \frac{5x+1}{3} - \frac{1-9x}{6}$ por 6

d) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{5} - 2x + 6 - \frac{x-8}{5}$ por 10

e) $\frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} - \frac{3(x+1)-(1-x)}{8}$ por 8

f) $\frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} + \frac{2}{15} + \frac{2(x-3)}{4}$ por 60

$$\begin{aligned} \text{a) } 18\left(\frac{1-2x}{9} - 1 + \frac{x+4}{6}\right) &= 2(1-2x) - 18 + 3(x+4) = 2 - 4x - 18 + 3x + 12 = \\ &= -x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 40\left(\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} - \frac{x+1}{4}\right) &= \\ &= 8(3x+2) - 4(4x-1) + 5(5x-2) - 10(x+1) = \\ &= 24x + 16 - 16x + 4 + 25x - 10 - 10x - 10 = 23x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 6\left(\frac{x-3}{2} - \frac{5x+1}{3} - \frac{1-9x}{6}\right) &= 3(x-3) - 2(5x+1) - (1-9x) = \\ &= 3x - 9 - 10x - 2 - 1 + 9x = 2x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 10\left(\frac{x+1}{2} + \frac{x-3}{5} - 2x + 6 - \frac{x-8}{5}\right) &= 5(x+1) + 2(x-3) - 20x + 6 - 2(x-8) = \\ &= 5x + 5 + 2x - 6 - 20x + 60 - 2x + 16 = \\ &= -15x + 75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 8\left(\frac{1+12x}{4} + \frac{x-4}{2} - \frac{3(x+1)-(1-x)}{8}\right) &= \\ &= 2(1+12x) + 4(x-4) - 3(x+1) + (1-x) = \\ &= 2 + 24x + 4x - 16 - 3x - 3 + 1 - x = 24x - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 60\left(\frac{3x-2}{6} - \frac{4x+1}{10} + \frac{2}{15} + \frac{2(x-3)}{4}\right) &= \\ &= 10(3x-2) - 6(4x+1) + 4 \cdot 2 + 15 \cdot 2(x-3) = \\ &= 30x - 20 - 24x - 6 + 8 + 30x - 90 = 36x - 108 \end{aligned}$$

Expresiones de segundo grado

23 ■■■ Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(x-3)(x+3) + (x-4)(x+4) - 25$

b) $(x+1)(x-3) + (x-2)(x-3) - (x^2 - 3x - 1)$

c) $2x(x+3) - 2(3x+5) + x$

d) $(x+1)^2 - 3x - 3$

e) $(2x+1)^2 - 1 - (x-1)(x+1)$

f) $x(x-3) + (x+4)(x-4) - (2-3x)$

a) $(x-3)(x+3) + (x-4)(x+4) - 25 = x^2 - 9 + x^2 - 16 - 25 = 2x^2 - 50$

b) $(x+1)(x-3) + (x-2)(x-3) - (x^2 - 3x - 1) =$
 $= x^2 - 3x + x - 3 + x^2 - 3x - 2x + 6 - x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4$

c) $2x(x+3) - 2(3x+5) + x = 2x^2 + 6x - 6x - 10 + x = 2x^2 + x - 10$

d) $(x+1)^2 - 3x - 3 = x^2 + 2x + 1 - 3x - 3 = x^2 - x - 2$

e) $(2x+1)^2 - 1 - (x-1)(x+1) = 4x^2 + 4x + 1 - 1 - (x^2 - 1) =$
 $= 4x^2 + 4x - x^2 + 1 = 3x^2 + 4x + 1$

f) $x(x-3) + (x+4)(x-4) - (2-3x) = x^2 - 3x + x^2 - 16 - 2 + 3x = 2x^2 - 18$

PÁGINA 93

24 ■■■ Multiplica por el número indicado y simplifica.

a) $(3x+1)(3x-1) + \frac{(x-2)^2}{2} - 1 + 2x$ por 2

b) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} - \frac{x+5}{12}$ por 12

c) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{3} - \frac{3x-2}{6} - \frac{x^2}{3}$ por 6

d) $\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x - \frac{x}{4}$ por 4

e) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - x^2 + 2$ por 6

f) $\frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12}$ por 12

a) $2\left((3x+1)(3x-1) + \frac{(x-2)^2}{2} - 1 + 2x\right) = 2(3x+1)(3x-1) + (x-2)^2 - 2 + 4x =$
 $= 2(9x^2 - 1) + x^2 - 4x + 4 - 2 + 4x =$
 $= 18x^2 - 2 + x^2 + 2 = 19x^2$

$$b) 12 \left(\frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} - \frac{x + 5}{12} \right) = 4(x^2 + 2) - 3(x^2 + 1) - (x + 5) =$$

$$= 4x^2 + 8 - 3x^2 - 3 - x - 5 = x^2 - x$$

$$c) 6 \left(\frac{(2x-1)(2x+1)}{3} - \frac{3x-2}{6} - \frac{x^2}{3} \right) = 2(2x-1)(2x+1) - (3x-2) - 2x^2 =$$

$$= 2(4x^2 - 1) - 3x + 2 - 2x^2 =$$

$$= 8x^2 - 2 - 3x + 2 - 2x^2 = 6x^2 - 3x$$

$$d) 4 \left(\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x - \frac{x}{4} \right) = 2(x+1)(x-3) + 4x - x = (2x+2)(x-3) + 3x =$$

$$= 2x^2 - 6x + 2x - 6 + 3x = 2x^2 - x - 6$$

$$e) 6 \left(x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} - x^2 + 2 \right) = 6x + 3(3x+1) - 2(x-2) - 6x^2 + 12 =$$

$$= 6x + 9x + 3 - 2x + 4 - 6x^2 + 12 =$$

$$= -6x^2 + 13x + 19$$

$$f) 12 \left(\frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} \right) = 4x(x-1) - 3x(x+1) + 3x + 4 =$$

$$= 4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 =$$

$$= x^2 - 4x + 4$$

Expresiones no polinómicas

25 ■■■ Desarrolla $A^2 - B^2$ y simplifica en cada uno de los siguientes casos:

a) $A = \sqrt{x}$, $B = x - 2$

b) $A = \sqrt{25 - x^2}$, $B = x - 1$

c) $A = \sqrt{169 - x^2}$, $B = x - 17$

d) $A = \sqrt{5x + 10}$, $B = 8 - x$

e) $A = \sqrt{2x^2 + 7}$, $B = \sqrt{5 - 4x}$

f) $A = \sqrt{x + 2}$, $B = x - 4$

a) $A = \sqrt{x}$, $B = x - 2$

$$(\sqrt{x})^2 - (x - 2)^2 = x - (x^2 - 4x + 4) = x - x^2 + 4x - 4 = -x^2 + 5x - 4$$

b) $A = \sqrt{25 - x^2}$, $B = x - 1$

$$(\sqrt{25 - x^2})^2 - (x - 1)^2 = 25 - x^2 - (x^2 - 2x + 1) = 25 - x^2 - x^2 + 2x - 1 =$$

$$= -2x^2 + 2x + 24$$

c) $A = \sqrt{169 - x^2}$, $B = x - 17$

$$(\sqrt{169 - x^2})^2 - (x - 17)^2 = 169 - x^2 - (x^2 - 34x + 289) =$$

$$= 169 - x^2 - x^2 + 34x - 289 = -2x^2 + 34x - 120$$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 13

d) $A = \sqrt{5x+10}$, $B = 8-x$
 $(\sqrt{5x+10})^2 - (8-x)^2 = 5x+10 - (64-16x+x^2) = 5x+10-64+16x-x^2 =$
 $= -x^2 + 21x - 54$

e) $A = \sqrt{2x^2+7}$, $B = \sqrt{5-4x}$
 $(\sqrt{2x^2+7})^2 - (\sqrt{5-4x})^2 = 2x^2+7 - (5-4x) = 2x^2+7-5+4x = 2x^2+4x+2$

f) $A = \sqrt{x+2}$, $B = x-4$
 $(\sqrt{x+2})^2 - (x-4)^2 = x+2 - (x^2-8x+16) = x+2-x^2+8x-16 =$
 $= -x^2 + 9x - 14$

26 ■■■ Multiplica por la expresión indicada y simplifica.

a) $\frac{2}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{3x}{2}$ por $2x$

b) $\frac{800}{x} - 50 - \frac{600}{x+4}$ por $x(x+4)$

c) $\frac{1}{x^2} - 2 - \frac{3-x}{3x^2}$ por $3x^2$

d) $\frac{x}{2} - 1 - \frac{2x-4}{x+4}$ por $2(x+4)$

e) $\frac{100}{x} + 5 - \frac{90}{x-4}$ por $x(x-4)$

f) $\frac{250}{x+1} - 5 - 3(4x-1)$ por $x+1$

g) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{9}$ por $9x^2$

h) $\frac{2-x}{2} + \frac{4}{2+x} - 1$ por $2(2+x)$

a) $2x\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{3x}{2}\right) = 4 - 1 - 3x^2 = -3x^2 + 3$

b) $x(x+4)\left(\frac{800}{x} - 50 - \frac{600}{x+4}\right) = 800(x+4) - 50x(x+4) - 600x =$
 $= 800x + 3200 - 50x^2 - 200x - 600x = -50x^2 + 3200$

c) $3x^2\left(\frac{1}{x^2} - 2 - \frac{3-x}{3x^2}\right) = 3 - 6x^2 - 3 + x = -6x^2 + x$

d) $2(x+4)\left(\frac{x}{2} - 1 - \frac{2x-4}{x+4}\right) = x(x+4) - 2(x+4) - 2(2x-4) =$
 $= x^2 + 4x - 2x - 8 - 4x + 8 = x^2 - 2x$

e) $x(x-4)\left(\frac{100}{x} + 5 - \frac{90}{x-4}\right) = 100(x-4) + 5x(x-4) - 90x =$
 $= 100x - 400 + 5x^2 - 20x - 90x = 5x^2 - 10x - 400$

$$\begin{aligned}
 \text{f) } (x+1) \left(\frac{250}{x+1} - 5 - 3(4x-1) \right) &= 250 - 5(x+1) - 3(x+1)(4x-1) = \\
 &= 250 - 5x - 5 - (3x+3)(4x-1) = 250 - 5x - 5 - (12x^2 - 3x + 12x - 3) = \\
 &= 250 - 5x - 5 - 12x^2 + 3x - 12x + 3 = -12x^2 - 14x + 248 \\
 \text{g) } 9x^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{9} \right) &= 9x + 18 - 5x^2 = -5x^2 + 9x + 18 \\
 \text{h) } 2(2+x) \left(\frac{2-x}{2} + \frac{4}{2+x} - 1 \right) &= (2+x)(2-x) + 4 \cdot 2 - 2(2+x) = \\
 &= 4 - x^2 + 8 - 4 - 2x = -x^2 - 2x + 8
 \end{aligned}$$

PIENSA Y RESUELVE

Monomios, polinomios, factorización

27 ■■■ Al multiplicar $P(x)$ por $3x^2$ hemos obtenido $-15x^4$. ¿Cuánto vale $P(x)$?

$$\text{Si } P(x) \cdot 3x^2 = -15x^4 \rightarrow P(x) = \frac{-15x^4}{3x^2} = -5x^2$$

28 ■■■ Al dividir $M(x)$ entre $2x^3$ hemos obtenido $5x^2$. ¿Cuánto vale $M(x)$?

$$\text{Si } M(x): 2x^3 = 5x^2 \rightarrow M(x) = 5x^2 \cdot 2x^3 = 10x^5$$

29 ■■■ Calcula un polinomio $P(x)$ tal que:

$$A(x) + P(x) = 2x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 1$$

$$\text{siendo: } A(x) = x^3 + 3x^2 - 5x - 1$$

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (2x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 1) - A(x) = \\
 &= (2x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 1) - (x^3 + 3x^2 - 5x - 1) = \\
 &= 2x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 1 - x^3 - 3x^2 + 5x + 1 = 2x^4 - 2x^2 + 3x
 \end{aligned}$$

30 ■■■ Calcula un polinomio $P(x)$ tal que:

$$3A(x) - P(x) = -5x^3 + 3x^2 - 2x + 5$$

$$\text{siendo: } A(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 3A(x) - (-5x^3 + 3x^2 - 2x + 5) = 3(x^2 - 2x + 1) + 5x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = \\
 &= 3x^2 - 6x + 3 + 5x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 5x^3 - 4x - 2
 \end{aligned}$$

31 ■■■ Calcula un polinomio $P(x)$ tal que: $A(x) - 2B(x) + P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

siendo:

$$A(x) = 2x^4 - 3x^2 - 4x + 5 \quad B(x) = x^3 - 5x^2 - 5x + 9$$

Despejamos $P(x)$ de la expresión dada; así:

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - A(x) + 2B(x)$$

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - (2x^4 - 3x^2 - 4x + 5) + 2(x^3 - 5x^2 - 5x + 9)$$

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - 2x^4 + 3x^2 + 4x - 5 + 2x^3 - 10x^2 - 10x + 18$$

$$P(x) = -x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 5x + 14$$

32 ■■■ Efectúa las siguientes divisiones y expresa el resultado de la forma

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x):$$

a) $(x^2 - 3x + 2) : (x + 4)$

b) $(x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 1)$

c) $(3x^2 - 2x + 7) : (x - 2)$

d) $(x^2 + x - 12) : (x + 3)$

a) $(x^2 - 3x + 2) : (x + 4)$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \quad | x + 4 \\ -x^2 - 4x \quad \quad \quad x - 7 \quad C(x) = x - 7 \\ \hline -7x + 2 \\ \quad 7x + 28 \\ \hline 30 \end{array} \quad R(x) = 30$$

Por tanto:

$$x^2 - 3x + 2 = (x + 4)(x - 7) + 30$$

b) $(x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 1)$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x + 3 \quad | x^2 - 1 \\ -x^3 + x \quad \quad \quad x \quad C(x) = x \\ \hline -x + 3 \end{array} \quad R(x) = -x + 3$$

Así:

$$x^3 - 2x + 3 = (x^2 - 1)x - x + 3$$

c) $(3x^2 - 2x + 7) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 2x + 7 \quad | x - 2 \\ -3x^2 + 6x \quad \quad \quad 3x + 4 \quad C(x) = 3x + 4 \\ \hline 4x + 7 \\ \quad -4x + 8 \\ \hline 15 \end{array} \quad R(x) = 15$$

Por tanto:

$$3x^2 - 2x + 7 = (x - 2)(3x + 4) + 15$$

d) $(x^2 + x - 12) : (x + 3)$

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 12 \quad | x + 3 \\ -x^2 - 3x \quad \quad \quad x - 2 \quad C(x) = x - 2 \\ \hline -2x - 12 \\ \quad 2x + 6 \\ \hline -6 \end{array} \quad R(x) = -6$$

Por tanto:

$$x^2 + x - 12 = (x + 3)(x - 2) - 6$$

33 Las siguientes divisiones son exactas. Efectúalas y expresa el dividendo como producto de dos factores:

a) $(x^5 + 2x^4 + x + 2) : (x + 2)$

b) $(3x^3 + 7x^2 + 7x + 4) : (3x + 4)$

c) $(x^3 - x^2 + 9x - 9) : (x - 1)$

d) $(2x^3 - 3x^2 + 10x - 15) : (2x - 3)$

a) $(x^5 + 2x^4 + x + 2) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r} x^5 + 2x^4 + x + 2 \quad | x + 2 \\ -x^5 - 2x^4 \quad \quad \quad x^4 + 1 \\ \hline \quad \quad \quad x + 2 \\ \quad \quad \quad -x - 2 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Por tanto: $x^5 + 2x^4 + x + 2 = (x + 2)(x^4 + 1)$

b) $(3x^3 + 7x^2 + 7x + 4) : (3x + 4)$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 7x^2 + 7x + 4 \quad | 3x + 4 \\ -3x^3 - 4x^2 \quad \quad \quad x^2 + x + 1 \\ \hline \quad \quad \quad 3x^2 + 7x \\ \quad \quad \quad -3x^2 - 4x \\ \hline \quad \quad \quad \quad 3x + 4 \\ \quad \quad \quad \quad -3x - 4 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Por tanto: $3x^3 + 7x^2 + 7x + 4 = (3x + 4)(x^2 + x + 1)$

c) $(x^3 - x^2 + 9x - 9) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 + 9x - 9 \quad | x - 1 \\ -x^3 + x^2 \quad \quad \quad x^2 + 9 \\ \hline \quad \quad \quad 9x - 9 \\ \quad \quad \quad -9x + 9 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Por tanto: $x^3 - x^2 + 9x - 9 = (x - 1)(x^2 + 9)$

d) $(2x^3 - 3x^2 + 10x - 15) : (2x - 3)$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 10x - 15 \quad | 2x - 3 \\ -2x^3 + 3x^2 \quad \quad \quad x^2 + 5 \\ \hline \quad \quad \quad 10x - 15 \\ \quad \quad \quad -10x + 15 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Por tanto: $2x^3 - 3x^2 + 10x - 15 = (2x - 3)(x^2 + 5)$

34 ■■■ Completa estas expresiones:

a) $(x-3)^2 = x^2 - \square x + 9$

b) $(2x+1)^2 = 4x^2 + \square x + 1$

c) $(x+\square)^2 = x^2 + \square x + 16$

d) $(3x-\square)^2 = \square x^2 - \square x + 4$

a) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

b) $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

c) $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

d) $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

PÁGINA 94

Enunciados: primer grado

35 ■■■ Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión obtenida:

a) La suma de las edades de Alicia y María, sabiendo que esta tiene 7 años más que Alicia.

b) La edad de Alberto dentro de 22 años.

c) La cantidad que se obtiene al invertir x euros y ganar el 11%.

d) Entre un ordenador y un equipo de música se pagan 2 500 €. Si el ordenador cuesta x euros, ¿cuánto cuesta el equipo de música?

e) Comprar un artículo por x euros y perder el 15% de su valor. ¿Cuánto costaría ahora?

f) El precio de una cena a la que acuden x personas pagando cada una 18 €.

g) Los lados de un triángulo rectángulo en el cual uno de los catetos mide los $\frac{3}{5}$ de la hipotenusa, y el otro cateto, 5 cm menos que esta.

h) Los lados de un triángulo rectángulo isósceles de 24 cm de perímetro.

a) $\left. \begin{array}{l} \text{Alicia} = x \text{ años} \\ \text{María} = x + 7 \text{ años} \end{array} \right\} \text{ Suma de sus edades} = x + x + 7 = 2x + 7$

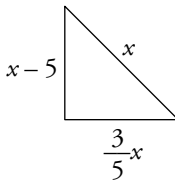
b) $x = \text{"Edad actual de Alberto"}$. Dentro de 22 años tendrá $x + 22$

c) $\left. \begin{array}{l} \text{Inversión} = x \\ \text{Ganancia de un 11\%} \rightarrow \text{I.V. es } 1,11 \end{array} \right\} \text{ Cantidad obtenida} = 1,11x$

d) $\text{Ordenador} = x \text{ €}$
 $\text{Equipo de música} = 2\,500 - x \text{ €}$

e) $\left. \begin{array}{l} x = \text{"precio de compra"} \\ \text{Pérdida del 15\%} \rightarrow \text{I.V. es } 0,85 \end{array} \right\} \text{ Precio final} = 0,85x$

f) 18 personas pagan x euros cada una por la cena $\rightarrow$ precio de la cena: $18x$

g)  Los lados son: Hipotenusa = x
 Catetos = $x - 5$ y $\frac{3}{5}x$

h) $x = \text{"longitud de cada uno de los lados iguales"}$
 Por tanto: $24 - 2x$ medirá el lado desigual.

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 18

36 ■■■ En la expresión $\frac{x}{4} + \frac{y-1}{5} - 1$ sustituye x por $1-3y$ y simplifica.

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} + \frac{y-1}{5} - 1 &\xrightarrow{x=1-3y} \frac{1-3y}{4} + \frac{y-1}{5} - 1 = \frac{5(1-3y) + 4(y-1) - 20}{20} = \\ &= \frac{5 - 15y + 4y - 4 - 20}{20} = \frac{-11y - 19}{20} \end{aligned}$$

37 ■■■ En cada caso, desarrolla $A + B$ y simplifica:

a) $A = 4(x-3) + y$ $B = 3(x+3) - y - 18$

b) $A = \frac{x+4}{5} - y + 1$ $B = \frac{x-6}{5} + y + 1$

c) $A = -2\left(\frac{x+1}{3} + y - 1\right)$ $B = \frac{x-3}{4} + 2y - 1$

d) $A = 6(x+2) - 2(y+7)$ $B = x + 2(y+1)$

a) $A = 4(x-3) + y$ $B = 3(x+3) - y - 18$
 $A + B = 4(x-3) + y + 3(x+3) - y - 18 = 4x - 12 + y + 3x + 9 - y - 18 =$
 $= 7x - 21$

b) $A = \frac{x+4}{5} - y + 1$ $B = \frac{x-6}{5} + y + 1$
 $A + B = \frac{x+4}{5} - y + 1 + \frac{x-6}{5} + y + 1 = \frac{2x-2}{5} + 2 = \frac{2x-2+10}{5} = \frac{2x+8}{5}$

c) $A = -2\left(\frac{x+1}{3} + y - 1\right)$ $B = \frac{x-3}{4} + 2y - 1$
 $A + B = -2\left(\frac{x+1}{3} + y - 1\right) + \frac{x-3}{4} + 2y - 1 = \frac{-2x-2}{3} - 2y + 2 + \frac{x-3}{4} + 2y - 1 =$
 $= \frac{-2x-2}{3} + \frac{x-3}{4} + 1 = \frac{4(-2x-2) + 3(x-3) + 12}{12} =$
 $= \frac{-8x-8+3x-9+12}{12} = \frac{-5x-5}{12}$

d) $A = 6(x+2) - 2(y+7)$ $B = x + 2(y+1)$
 $A + B = 6(x+2) - 2(y+7) + x + 2(y+1) = 6x + 12 - 2y - 14 + x + 2y + 2 = 7x$

Enunciados: segundo grado

38 ■■■ Expresa algebraicamente y simplifica cada expresión obtenida:

- El área de una lámina de bronce cuya base mide $5/3$ de su altura.
- El cuadrado de un número menos su triple.
- El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden $16-x$ y $9-x$.
- El área de un cuadrado de lado $x+3$.
- La diferencia de áreas de dos cuadrados de lados x y $x+3$, respectivamente.
- La superficie de un jardín rectangular de base x y perímetro 70 m.

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

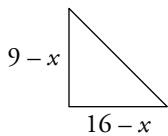
Pág. 19

g) El cuadrado de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles de 24 cm de perímetro.

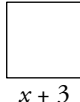
h) El área de un rombo sabiendo que la longitud de una diagonal es el triple de la otra.

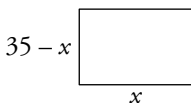
a) Base = $\frac{5}{3}x$ Altura = $x \rightarrow \text{Área} = \frac{5}{3}x \cdot x = \frac{5}{3}x^2$

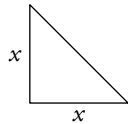
b) $x = \text{número} \rightarrow x^2 - 3x$

c)  Cuadrado de la hipotenusa = $(9-x)^2 + (16-x)^2 = 81 - 18x + x^2 + 256 - 32x + x^2 = 2x^2 - 50x + 337$

d)  Área = $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$

e)  $\rightarrow \text{Área} = x^2$
 $\rightarrow \text{Área} = (x+3)^2$ } Diferencia de áreas = $(x+3)^2 - x^2 = x^2 + 6x + 9 - x^2 = 6x + 9$

f)  Perímetro = 70 m $\rightarrow$ Semiperímetro = 35 m $\rightarrow$ Altura = 35 - x
 Área = $x(35-x) = 35x - x^2$

g)  Llamamos x a los lados iguales $\rightarrow$ hipotenusa = $24 - 2x$
 Cuadrado de la hipotenusa = $(24 - 2x)^2 = 576 - 96x + 4x^2$

h) Diagonal menor = x } $\rightarrow \text{Área} = \frac{x - 3x}{2} = \frac{3x^2}{2}$
 Diagonal mayor = $3x$

39 ■■■ En cada una de las siguientes expresiones, sustituye y por lo que se indica y simplifica:

a) $xy + 2y - 2$ y por $1 - x$ b) $xy - y^2$ y por $3 - 2x$

c) $2x^2 + y^2 - 9$ y por $3x - 3$ d) $x^2 + y^2 - 2$ y por $3 - 2x$

a) $xy + 2y - 2 \xrightarrow{y=1-x} x(1-x) + 2(1-x) - 2 = x - x^2 + 2 - 2x - 2 = -x^2 - x$

b) $xy - y^2 \xrightarrow{y=3-2x} x(3-2x) - (3-2x)^2 = 3x - 2x^2 - (9 - 12x + 4x^2) = 3x - 2x^2 - 9 + 12x - 4x^2 = -6x^2 + 15x - 9$

c) $2x^2 + y^2 - 9 \xrightarrow{y=3x-3} 2x^2 + (3x-3)^2 - 9 = 2x^2 + 9x^2 - 18x + 9 - 9 = 11x^2 - 18x$

d) $x^2 + y^2 - 2 \xrightarrow{y=3-2x} x^2 + (3-2x)^2 - 2 = x^2 + 9 - 12x + 4x^2 - 2 = 5x^2 - 12x + 7$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 20

40 ■■■ En cada una de las siguientes expresiones, sustituye x por lo que se indica y simplifica:

a) $x(x - y) - 2(y^2 - 4)$ x por $-\frac{2y}{3}$

b) $xy - 2$ x por $\frac{25}{2}y$

c) $2xy - 3$ x por $4 - 2y$

$$\begin{aligned} \text{a) } x(x - y) - 2(y^2 - 4) &\xrightarrow{x = -\frac{2y}{3}} -\frac{2y}{3} \cdot \left(-\frac{2y}{3} - y\right) - 2y^2 + 8 = \frac{4y^2}{9} + \frac{2y^2}{3} - 2y^2 + 8 = \\ &= \frac{4y^2 + 6y^2 - 18y^2 + 72}{9} = \frac{-8y^2 + 72}{9} \end{aligned}$$

$$\text{b) } xy - 2 \xrightarrow{x = \frac{25}{2}y} \frac{25}{2}y \cdot y - 2 = \frac{25}{2}y^2 - 2 = \frac{25y^2 - 4}{2}$$

$$\text{c) } 2xy - 3 \xrightarrow{x = 4 - 2y} 2(4 - 2y)y - 3 = 8y - 4y^2 - 3 = -4y^2 + 8y - 3$$

41 ■■■ Si $A = x^2 + y^2 - 74$ y $B = 2x^2 - 3y^2 - 23$, calcula $3A + B$ y simplifica.

$$\begin{aligned} 3A + B &= 3(x^2 + y^2 - 74) + 2x^2 - 3y^2 - 23 = 3x^2 + 3y^2 - 222 + 2x^2 - 3y^2 - 23 = \\ &= 5x^2 - 245 \end{aligned}$$

42 ■■■ Si $A = 3x^2 - 5y^2 - 7$ y $B = 11y^2 - 3 - 2x^2$, calcula $2A + 3B$ y simplifica.

$$\begin{aligned} 2A + 3B &= 2(3x^2 - 5y^2 - 7) + 3(11y^2 - 3 - 2x^2) = 6x^2 - 10y^2 - 14 + 33y^2 - 9 - 6x^2 = \\ &= 23y^2 - 23 \end{aligned}$$

Enunciados: expresiones no polinómicas

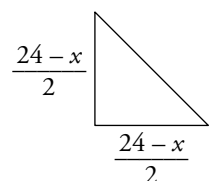
43 ■■■ Dos números suman 40. Expresa algebraicamente la suma del menor más la raíz cuadrada del mayor.

Si un número es x , el otro es $40 - x$.

Consideramos, por ejemplo: $x = \text{mayor}$, $40 - x = \text{menor}$

Suma del menor más la raíz cuadrada del mayor $= 40 - x + \sqrt{x}$

44 ■■■ El cateto de un triángulo rectángulo isósceles es $\frac{24 - x}{2}$. Expresa algebraicamente la longitud de la hipotenusa y simplifica.



$$\begin{aligned} \text{hipotenusa} &= \sqrt{\left(\frac{24 - x}{2}\right)^2 + \left(\frac{24 - x}{2}\right)^2} = \sqrt{2\left(\frac{24 - x}{2}\right)^2} = \\ &= \frac{24 - x}{2} \sqrt{2} \end{aligned}$$

5 Soluciones a los ejercicios y problemas

45 ■■■ Un grupo de x estudiantes alquilan un piso por 700 € al mes. Se apuntan 2 más para alquilarlo. Expresa algebraicamente la diferencia de precio en ambos casos (con todos ellos o con 2 más).

• x estudiantes alquilan un piso por 700 € al mes $\rightarrow$ cada uno paga $\frac{700}{x}$ €.

• Si fueran $x + 2$ estudiantes, cada uno pagaría $\frac{700}{x + 2}$ €.

$$\begin{aligned}\text{Diferencia de precio} &= \frac{700}{x} - \frac{700}{x + 2} = \frac{700(x + 2) - 700x}{x(x + 2)} = \\ &= \frac{700x + 1\,400 - 700x}{x(x + 2)} = \frac{1\,400}{x(x + 2)}\end{aligned}$$

46 ■■■ Un grupo de x amigos compran un regalo por 75,60 €. Tres de ellos no tienen dinero. Expresa algebraicamente la diferencia de precio en ambos casos (con todos ellos o con 3 menos).

• x amigos pagan por un regalo 75,60 € $\rightarrow$ cada uno pone $\frac{75,60}{x}$ €.

• Si fueran 3 menos ($x - 3$), cada uno pondría $\frac{75,60}{x - 3}$ €.

$$\begin{aligned}\text{Diferencia de precio} &= \frac{75,60}{x - 3} - \frac{75,60}{x} = \frac{75,60x - 75,60(x - 3)}{x(x - 3)} = \\ &= \frac{75,60x - 75,60x + 226,8}{x(x - 3)} = \frac{226,8}{x(x - 3)}\end{aligned}$$