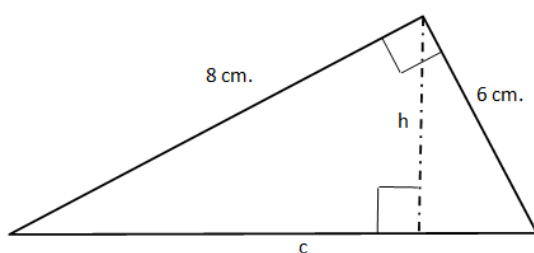


Trigonometría y problemas métricos

- 1) En un triángulo rectángulo, los catetos miden 6 y 8 centímetros. Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa y la distancia desde su pie hasta los extremos.



Resolución:

En este caso nos piden la altura sobre la hipotenusa y las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. Así pues aplicaremos el teorema del cateto.

Lo primero calcular la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow c^2 = 100 \Rightarrow c = 10$$

Aplicando ahora el teorema del cateto a cada uno de ellos tenemos que

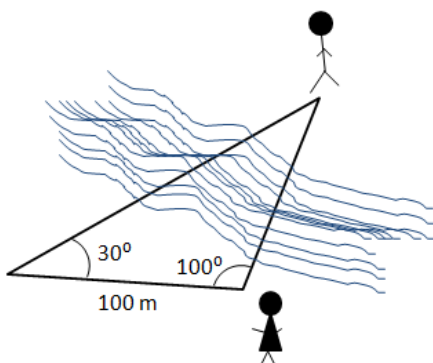
$$a^2 = m \cdot c \Rightarrow 6^2 = m \cdot 10 \Rightarrow m = 36/10 = 3,6 \text{ cm}$$

$$b^2 = n \cdot c \Rightarrow 8^2 = n \cdot 10 \Rightarrow n = 64/10 = 6,4 \text{ cm}$$

Para calcular la altura aplicaremos el teorema de Pitágoras por ejemplo al triángulo AHC

$$6^2 = 3,6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 36 - 12,96 = 23,04 \Rightarrow h = 4,8 \text{ cm}$$

- 2) Ana y Blanca se encuentran a ambos lados de la orilla de un río en los puntos A y B. ¿Qué anchura tiene el río?



Resolución:

Nos piden hallar el lado d de un triángulo no rectángulo. Como nos dan dos ángulos y un lado aplicaremos el teorema del seno.

Lo primero y como conocemos dos de los tres ángulos del triángulo el tercero será:

$$180^\circ = 30^\circ + 100^\circ + \alpha \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

Así pues y aplicando el teorema del seno:

$$\frac{100}{\sin 50^\circ} = \frac{d}{\sin 30^\circ}$$

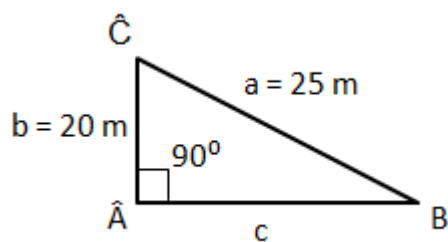
$$d = \frac{100 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 50^\circ} = \frac{100 \cdot 0,5}{0,766044443} = \mathbf{67,2703344666 \text{ m}}$$

3) Resuelve estos triángulos:

Resolución:

a) $a = 25 \text{ m}$, $b = 20 \text{ m}$, $\hat{A} = 90^\circ$

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos lados y un ángulo, siendo un lado y su ángulo opuesto, así pues usaremos el teorema del Seno,

$$\frac{25}{\sin 90^\circ} = \frac{20}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{20 \cdot \sin 90^\circ}{25} = \frac{20}{25} = 0,8 \Rightarrow \mathbf{B = 53,1301023542^\circ \text{ (usando el arc sen B)}}$$

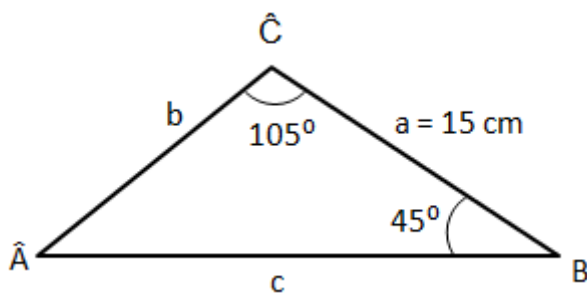
$$\hat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 53,1301023542^\circ = \mathbf{36,869897646^\circ}$$

Para el lado que nos falta usaremos también el teorema del Seno,

$$\frac{25}{\text{sen } 90^0} = \frac{c}{\text{sen } 36,869897646^0} \Rightarrow c = \frac{25 \cdot 0,6}{1} = 15 \text{ m}$$

b) $a = 6 \text{ cm}$, $B = 45^0$, $\hat{C} = 105^0$

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos ángulos y un lado, así pues usaremos el teorema del Seno, aunque primero obtendremos el ángulo que nos falta,

$$\hat{A} = 180^0 - 45^0 - 105^0 = 30^0$$

Así pues ahora tenemos que,

$$\frac{6}{\text{sen } 30^0} = \frac{b}{\text{sen } 45^0}$$

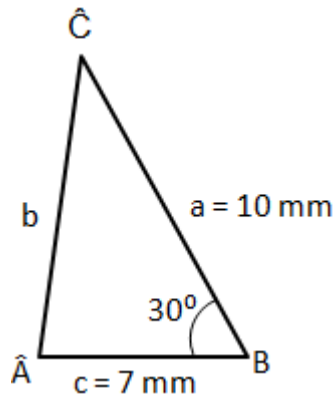
$$b = \frac{6 \cdot \text{sen } 45^0}{\text{sen } 30^0} = 8,485281 \text{ cm}$$

Para el lado que nos falta usaremos también el teorema del Seno,

$$\frac{6}{\text{sen } 30^0} = \frac{c}{\text{sen } 105^0} \Rightarrow c = \frac{6 \cdot \text{sen } 105^0}{\text{sen } 30^0} = 11,591109 \text{ cm}$$

c) $a = 10 \text{ mm}$, $c = 7 \text{ mm}$, $B = 30^\circ$

Como siempre hagamos un dibujo del ejercicio,



Nos dan dos lados y un ángulo, pero no coinciden, es decir, no nos dan un lado y un ángulo opuesto, lo que nos dan son dos lados y el ángulo comprendido (si lo dibujas lo verás) así pues usaremos el teorema del coseno

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

que sustituyendo,

$$b^2 = 10^2 + 7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7 \cos 30^\circ \Rightarrow b^2 = 100 + 49 - 121,24655653 = 27,75644347$$

Con lo que b será la raíz cuadrada positiva de ese número,

$$b = 5,26843842804 \text{ mm}$$

Ahora para calcular cualquiera de los otros ángulos usaremos el teorema del seno,

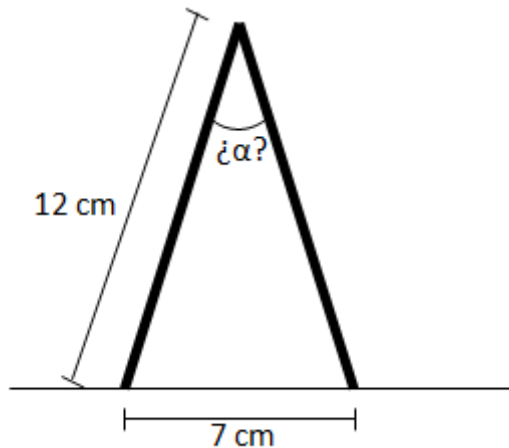
$$\frac{5,26843842804}{\sin 30^\circ} = \frac{7}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{7 \cdot \sin 30^\circ}{5,26843842804} = 41,6312115856^\circ$$

Para el ultimo ángulo, usaremos la fórmula de la suma de ángulos de un triángulo,

$$\hat{C} = 180^\circ - 30^\circ - 41,6312115856^\circ = 108,368788414^\circ$$

- 4) Los brazos de un compás miden 12 cm. ¿Qué ángulo forman cuando se traza un arco de 7 centímetros de radio?

Resolución:



Nos dicen que es un compás con lo que el triángulo que se forma es isósceles. Adicionalmente nos dicen que se traza un arco de 7 cm de radio, eso quiere decir que la amplitud el compás es de 7 cm con lo que el otro lado del triángulo que se forma al abrir el compás es de 7 cm.

Nos los tres lados de un triángulo con lo que usaremos el teorema del coseno.

$7^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cos \alpha$, donde α representa el ángulo de apertura.

$$\cos \alpha = \frac{49 - 144 - 144}{-2 \cdot 12 \cdot 12} = 0,82986111111 \Rightarrow \alpha = 33,9155266^\circ \text{ (usando el arc cos } \alpha)$$

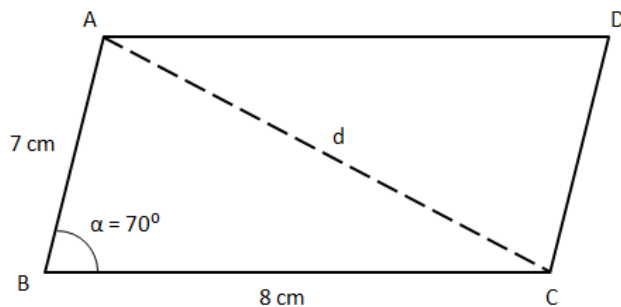
5) Los lados de un paralelogramo forman un ángulo de 70° . Sus medidas son 7 y 8 centímetros.

a) Calcula la longitud de la diagonal menor.

b) Halla el área del paralelogramo.

Resolución:

Como siempre, realizamos un dibujo del enunciado que nos ayudará a entenderlo mejor.



Una vez aquí, vemos que α es el ángulo señalado pues el otro ángulo del paralelogramo es mayor de 90° .

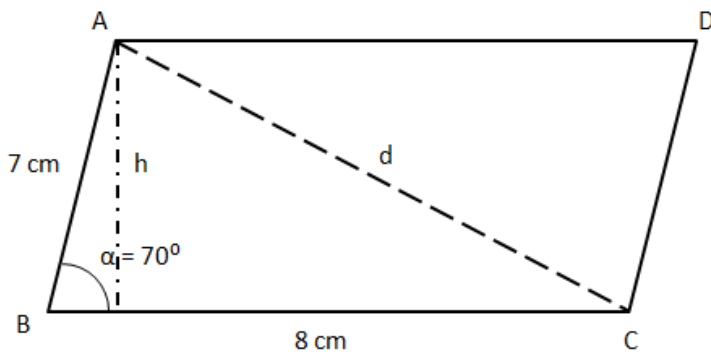
Si nos fijamos se nos ha formado un triángulo ABC, donde nos piden uno de sus lados y nos dan dos lados y ángulo comprendido entre ellos así pues, teorema del coseno,

$$d^2 = 7^2 + 8^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8 \cos 70^\circ \Rightarrow d^2 = 49 + 64 - 38,30625605 = 74,69374394$$

Así pues **$d = 8,64255424$ cm**

Para hallar el área del paralelogramo necesitamos la altura del mismo.

Una vez aquí para el apartado b), trazamos la altura del triángulo ABC que pasa por A, y nos quedaría,



Así tenemos un triángulo rectángulo donde conocemos un ángulo ($\alpha = 70^\circ$), la hipotenusa que vale 7 cm y tenemos que hallar el cateto opuesto, así pues