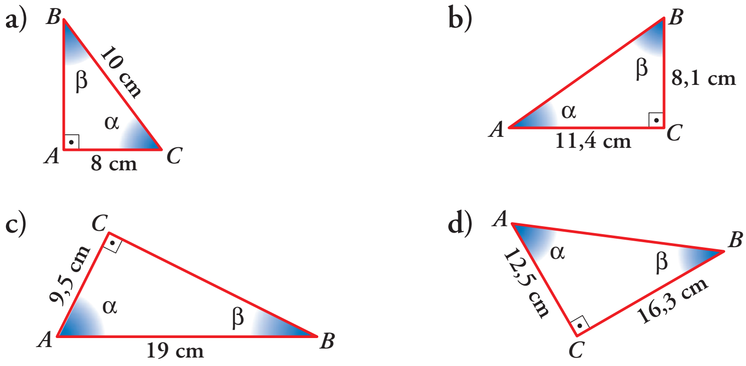
Página 187

PRACTICA

Razones trigonométricas de un ángulo

1 Halla las razones trigonométricas de los ángulos α y β en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos. Previamente, calcula la longitud del lado que falta.



a) $\overline{AB} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

$sen\ \alpha = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$ $\qquad$ $sen\ \beta = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$

$cos\ \alpha = \dfrac{8}{10} = 0{,}8$ $\qquad$ $cos\ \beta = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

$tg\ \alpha = \dfrac{6}{8} = 0{,}75$ $\qquad$ $tg\ \beta = \dfrac{8}{6} = 1{,}\widehat{3}$

b) $\overline{AB} = \sqrt{8{,}1^2 + 11{,}4^2} = \sqrt{195{,}57} \approx 13{,}98$ cm

$sen\ \alpha = \dfrac{8{,}1}{13{,}98} \approx 0{,}58$ $\qquad$ $sen\ \beta = \dfrac{11{,}4}{13{,}98} \approx 0{,}82$

$cos\ \alpha = \dfrac{11{,}4}{13{,}98} \approx 0{,}82$ $\qquad$ $cos\ \beta = \dfrac{8{,}1}{13{,}98} \approx 0{,}58$

$tg\ \alpha = \dfrac{8{,}1}{11{,}4} \approx 0{,}71$ $\qquad$ $tg\ \beta = \dfrac{11{,}4}{8{,}1} \approx 1{,}41$

c) $\overline{BC} = \sqrt{19^2 - 9{,}5^2} = \sqrt{270{,}75} \approx 16{,}45$ cm

$sen\ \alpha = \dfrac{16{,}45}{19} \approx 0{,}87$ $\qquad$ $sen\ \beta = \dfrac{9{,}5}{19} \approx 0{,}5$

$cos\ \alpha = \dfrac{9{,}5}{19} \approx 0{,}5$ $\qquad$ $cos\ \beta = \dfrac{16{,}45}{19} \approx 0{,}87$

$tg\ \alpha = \dfrac{16{,}45}{9{,}5} \approx 1{,}73$ $\qquad$ $tg\ \beta = \dfrac{9{,}5}{16{,}45} \approx 0{,}58$

d) $\overline{AB} = \sqrt{12,5^2 + 16,3^2} = \sqrt{421,94} \approx 20,54$ cm

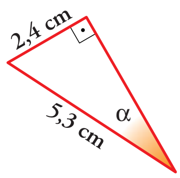
$sen\ \alpha = \dfrac{16,3}{20,54} \approx 0,79 \qquad sen\ \beta = \dfrac{12,5}{20,54} \approx 0,61$

$cos\ \alpha = \dfrac{12,5}{20,54} \approx 0,61 \qquad cos\ \beta = \dfrac{16,3}{20,54} \approx 0,79$

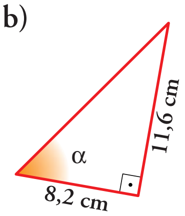
$tg\ \alpha = \dfrac{16,3}{12,5} \approx 1,304 \qquad tg\ \beta = \dfrac{12,5}{16,3} \approx 0,77$

2 **Halla las razones trigonométricas del ángulo α en cada uno de estos triángulos:**

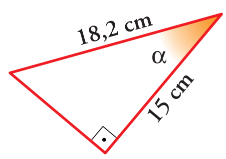
a)



b)



c)



a) $sen\ \alpha = \dfrac{2,4}{5,3} = 0,45 \qquad cos\ \alpha = \sqrt{1 - 0,45^2} = 0,89 \qquad tg\ \alpha = \dfrac{0,45}{0,89} = 0,5$

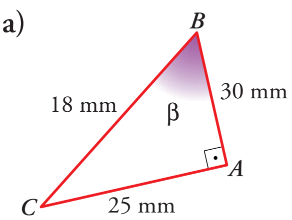
b) $tg\ \alpha = \dfrac{11,6}{8,2} = 1,41$ La hipotenusa h es: $h = \sqrt{11,6^2 + 8,2^2} = 14,2$

$sen\ \alpha = \dfrac{11,6}{14,2} = 0,82 \qquad cos\ \alpha = \dfrac{8,2}{14,2} = 0,58$

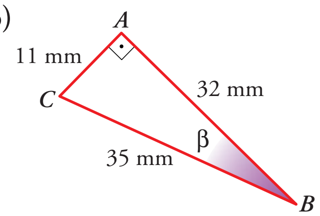
c) $cos\ \alpha = \dfrac{15}{18,2} = 0,82 \qquad sen\ \alpha = \sqrt{1 - (0,82)^2} = 0,57 \qquad tg\ \alpha = \dfrac{0,57}{0,82} = 0,69$

3 **Midiendo, calcula las razones de β:**

a)



b)



a) $sen\ \beta = \dfrac{25}{30} = 0,8\widehat{3}$

$cos\ \beta = \dfrac{18}{30} = 0,6$

$tg\ \beta = \dfrac{28}{18} = 1,3\widehat{8}$

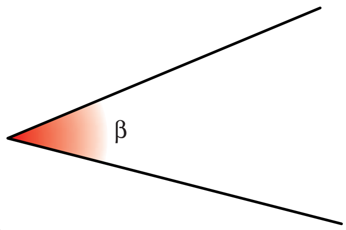
b) $sen\ \beta = \dfrac{11}{35} \approx 0,31$

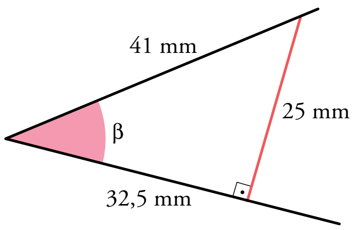
$cos\ \beta = \dfrac{32}{35} \approx 0,91$

$tg\ \beta = \dfrac{11}{32} \approx 0,34$

4 **Calcula las razones trigonométricas de β:**

☛ *Construye un triángulo trazando una perpendicular a uno de los lados.*





$sen\ \beta = \dfrac{25}{41} = 0{,}61$

$cos\ \beta = \dfrac{32{,}5}{41} = 0{,}79$

$tg\ \beta = \dfrac{25}{32{,}5}\ 0{,}77$

5 **Obtén con la calculadora** ***sen, cos*** **y** ***tg*** **de los siguientes ángulos:**

a) 19°	**b) 32°**	**c) 48°**
d) 64,5°	**e) 70° 30'**	**f) 83° 50'**

a) *sen* 19° = 0,325568154

cos 19° = 0,945518575

tg 19° = 0,344327613

b) *sen* 32° = 0,529919264

cos 32° = 0,848048096

tg 32° = 0,624869351

c) *sen* 48° = 0,743144825

cos 48° = 0,669130606

tg 48° = 1,110612515

d) *sen* 64,5° = 0,902585284

cos 64,5° = 0,430511096

tg 64,5° = 2,096543599

e) La forma de introducir 70°30' en la calculadora es con la tecla [°′″] →
70 [°′″] 30 [°′″] y aparecerá 70,5.

sen 70° 30' = 0,942641491

cos 70° 30' = 0,333806859

tg 70° 30' = 2,823912886

f) *sen* 83° 50' = 0,994213627

cos 83° 50' = 0,107420963

tg 83° 50' = 9,255303595

6 **Utiliza la calculadora para hallar el ángulo α en cada caso:**

a) $sen\ \alpha = 0{,}45$ **b)** $cos\ \alpha = 0{,}8$ **c)** $tg\ \alpha = 2{,}5$

a) $sen\ \alpha = 0{,}45 \rightarrow$ INV sin 0,45 26.74368395 INV °'" 26° 44' 37"

Luego α = 26° 44' 37"

b) $cos\ \alpha = 0{,}8 \rightarrow$ INV cos 0,8 36.86989765 INV °'" 36° 52' 11,6"

Luego α = 36° 52' 11,6"

c) $tg\ \alpha = 2{,}5 \rightarrow$ INV tan 2,5 68.19859051 INV °'" 68° 11' 55"

Luego α = 68° 11' 55"

Relaciones fundamentales

7 **Si $sen\ 67° = 0{,}92$, halla $cos\ 67°$ y $tg\ 67°$ utilizando las relaciones fundamentales.**

$$(cos\ 67°)^2 + (sen\ 67°)^2 = 1 \rightarrow cos\ 67° = \sqrt{1 - (0{,}92)^2} = \sqrt{0{,}1536} \approx 0{,}39$$

$$tg\ 67° = \frac{sen\ 67°}{cos\ 67°} = \frac{0{,}92}{0{,}36} \approx 2{,}36$$

Luego, $cos\ 67° \approx 0{,}36$ y $tg\ 67° \approx 2{,}36$

8 **Si $sen\ \alpha = 3/5$, calcula $cos\ \alpha$ y $tg\ \alpha$ utilizando las relaciones fundamentales ($\alpha < 90°$).**

$$sen\ \alpha = \frac{3}{5} \quad (\alpha < 90°)$$

$$cos\ \alpha = \sqrt{1 - (sen\ \alpha)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \rightarrow cos\ \alpha = \frac{4}{5}$$

$$tg\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{3}{4}$$

9 **Halla el valor exacto de $sen\ \alpha$ y $cos\ \alpha$ sabiendo que $tg\ \alpha = 2$.**

Llamamos $s = sen\ \alpha$ y $c = cos\ \alpha$

$$\frac{s}{c} = 2 \rightarrow s = 2c$$

$$s^2 + c^2 = 1 \rightarrow (2c)^2 + c^2 = 1 \rightarrow 4c^2 + c^2 = 1 \rightarrow 5c^2 = 1 \rightarrow c^2 = \frac{1}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ y } s = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Luego, $cos\ \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ y $sen\ \alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

10 **Completa esta tabla:**

sen α	**0,92**	0,6	0,99	$\sqrt{5}/3$	**0,2**	$\sqrt{3}/2$
cos α	0,39	0,8	**0,12**	2/3	0,98	**1/2**
tg α	2,35	**0,75**	8,27	$\sqrt{5}$ **/2**	0,2	$\sqrt{3}$

En todos los casos solo tomaremos valores positivos.

- $sen\ \alpha = 0{,}92 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \sqrt{1-(0{,}92)^2} = 0{,}39$

  $tg\ \alpha = \dfrac{0{,}92}{0{,}39} = 2{,}35$

- $tg\ \alpha = 0{,}75$

  $\dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = 0{,}75 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}75 \cdot cos\ \alpha$

  $(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ (0{,}75 \cdot cos\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow$

  $\rightarrow\ (cos\ \alpha)^2 = 0{,}64 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = 0{,}8$

  $sen\ \alpha = 0{,}75 \cdot 0{,}8 = 0{,}6$

- $cos\ \alpha = 0{,}12 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \sqrt{1-(0{,}12)^2} = 0{,}99$

  $tg\ \alpha = \dfrac{0{,}99}{0{,}12} = 8{,}27$

- $tg\ \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

  $\dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \dfrac{\sqrt{5}}{2} \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\ cos\ \alpha$

  $(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1$

  $\dfrac{5}{4}(cos\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ \dfrac{9}{4}(cos\ \alpha)^2 = 1$

  $(cos\ \alpha)^2 = \dfrac{4}{9} \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \dfrac{2}{3}$

  $sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

- $sen\ \alpha = 0{,}2 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \sqrt{1-0{,}2^2} = 0{,}98$

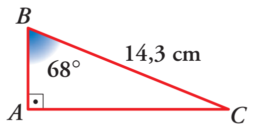
  $tg\ \alpha = \dfrac{0{,}2}{0{,}98} = 0{,}2$

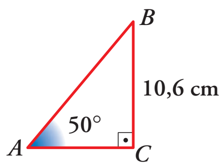
- $cos\ \alpha = \dfrac{1}{2} \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \sqrt{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{3}{4}} \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

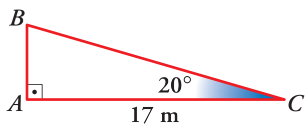
  $tg\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$

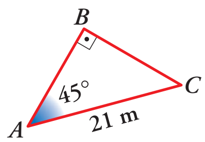
Resolución de triángulos rectángulos

11 **Calcula los lados y el ángulo desconocido en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:**

a) 

b) 

c) 

d) 

a) $\hat{C} = 90° - 68° \rightarrow \hat{C} = 22°$

$sen\ 68° = \dfrac{\overline{AC}}{14,3} \rightarrow \overline{AC} = 14,3 \cdot sen\ 68° \approx 13,26$ cm

$\overline{AC} \approx 13,26$ cm

$cos\ 68° = \dfrac{\overline{BA}}{14,3} \rightarrow \overline{BA} = 14,3 \cdot cos\ 68° \approx 5,36$ m $\rightarrow \overline{BA} \approx 5,36$ m

b) $\hat{B} = 90° - 50° \rightarrow \hat{B} = 40°$

$sen\ 50° = \dfrac{10,6}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \dfrac{10,6}{sen\ 50°} \approx 13,84$ cm

$\overline{AB} \approx 13,84$ cm

$tg\ 50° = \dfrac{10,6}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AC} = \dfrac{10,6}{tg\ 50°} \approx 8,89$ m $\rightarrow \overline{AC} \approx 8,89$ m

c) $\hat{B} = 90° - 20° \rightarrow \hat{B} = 70°$

$cos\ 20° = \dfrac{17}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = \dfrac{17}{cos\ 20°} \approx 18,09$ cm

$\overline{BC} \approx 18,09$ cm

$tg\ 20° = \dfrac{\overline{AB}}{17} \rightarrow \overline{AB} = 17 \cdot tg\ 20° \approx 6,19$ m $\rightarrow \overline{AB} \approx 6,19$ m

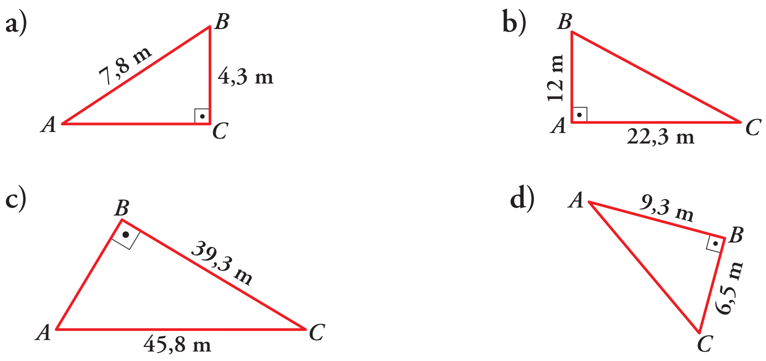
d) $\hat{C} = 90° - 45° \rightarrow \hat{C} = 45°$ (Triángulo isósceles)

$sen\ 45° = \dfrac{\overline{BC}}{21} \rightarrow \overline{BC} = 21 \cdot sen\ 45° \approx 14,85$ cm

$\overline{BC} \approx 14,85$ cm

Por ser isósceles, $\overline{AB} = \overline{BC} \rightarrow \overline{AB} \approx 14,85$ m

12 **Halla los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos:**



a) $sen\ \hat{A} = \dfrac{4,3}{7,8} \approx 0,55 \rightarrow \hat{A} \approx 33,37° \rightarrow \hat{A} \approx 33°\ 22'\ 12''$

$\hat{B} = 90 - \hat{A} = 90° - 33,37° = 56,63° \rightarrow \hat{B} = 56°\ 37'\ 48''$

b) $tg\ \hat{C} = \dfrac{12}{22,3} \approx 0,54 \rightarrow \hat{C} \approx 28,37° \rightarrow \hat{C} \approx 28°\ 22'\ 12''$

$\hat{B} = 90 - \hat{C} = 90° - 28,37° = 61,63° \rightarrow \hat{B} = 61°\ 37'\ 48''$

c) $cos\ \hat{C} = \dfrac{39,3}{45,8} \approx 0,86 \rightarrow \hat{C} \approx 30,68° \rightarrow \hat{C} \approx 30°\ 40'\ 48''$

$\hat{A} = 90 - \hat{C} = 90° - 30,68° = 59,32° \rightarrow \hat{A} = 59°\ 19'\ 12''$

d) $tg\ \hat{C} = \dfrac{9,3}{6,5} \approx 1,43 \rightarrow \hat{C} \approx 55,03° \rightarrow \hat{C} \approx 55°\ 1'\ 48''$

$\hat{A} = 90 - \hat{C} = 90° - 55,03° = 34,97° \rightarrow \hat{A} = 34°\ 58'\ 12''$

Página 188

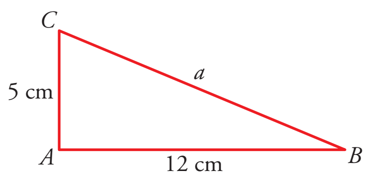
13 **Halla la medida de los lados y ángulos desconocidos en los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90°$):**

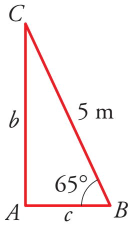
a) $b = 5$ cm	$c = 12$ cm	Calcula a, $\hat{B}$ y $\hat{C}$
b) $c = 43$ m	$\hat{C} = 37°$	Calcula a, b y $\hat{B}$
c) $b = 7$ m	$\hat{C} = 49°$	Calcula a, c y $\hat{B}$
d) $a = 5$ m	$\hat{B} = 65°$	Calcula b, c y $\hat{C}$

a) $a = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ cm

$sen\ \hat{B} = \dfrac{5}{13} = 22,62 \rightarrow \hat{B} = 22°\ 37'\ 11''$

$\hat{C} = 90° - 22,62 = 67,38 = 67°\ 22'\ 48''$



b) 

$\hat{B} = 90° - 37° = 53°$

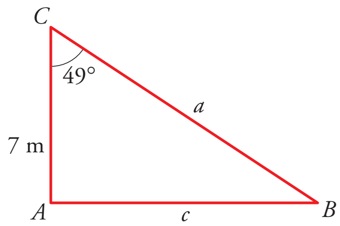
$cos\ \hat{B} = \dfrac{43}{a} \rightarrow cos\ 53° = \dfrac{43}{a} \rightarrow a = \dfrac{43}{cos\ 53°} = 71{,}45$ m

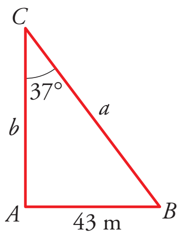
$tg\ \hat{B} = \dfrac{b}{43} \rightarrow b = 43 \cdot tg\ 53° = 57{,}06$ m

c) $\hat{B} = 90 - 49 = 41°$

$cos\ \hat{C} = \dfrac{7}{a} \rightarrow a = \dfrac{7}{cos\ 49°} = 10{,}67$ m

$sen\ \hat{C} = \dfrac{c}{10{,}67} \rightarrow c = 10{,}67 \cdot sen\ \hat{C} = 8{,}05$ m



d) 

$\hat{C} = 90° - 65° = 25°$

$sen\ 65° = \dfrac{b}{5} \rightarrow b = 5\ sen\ 65° = 4{,}53$ m

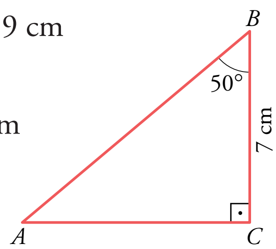
$cos\ 65° = \dfrac{c}{5} \rightarrow c = 5\ cos\ 65° = 2{,}11$ m

14 **En un triángulo rectángulo, *ABC*, con el ángulo recto en *C*, conocemos $\hat{B} = 50°$ y el cateto $\overline{BC} = 7$ cm. Calcula $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\hat{A}$.**

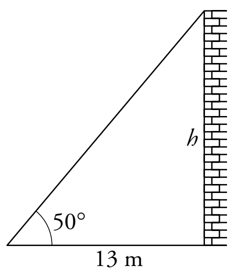
$cos\ \hat{B} = \dfrac{7}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \dfrac{7}{cos\ 50°} = 10{,}89 \rightarrow \overline{AB} = 10{,}89$ cm

$tg\ \hat{B} = \dfrac{\overline{AC}}{7} \rightarrow \overline{AC} = 7 \cdot tg\ \hat{B} = 8{,}34 \rightarrow \overline{AC} = 8{,}34$ cm

$\hat{A} = 180° - 90° - 50° = 40° \rightarrow \hat{A} = 40°$



15 **Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con el suelo.**



$tg\ 50° = \dfrac{h}{13} \rightarrow h = 13 \cdot tg\ 50° \rightarrow h = 15{,}49$ m

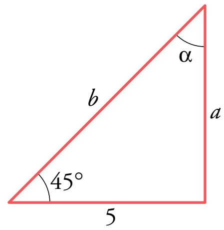
La torre mide 15,49 m de altura.

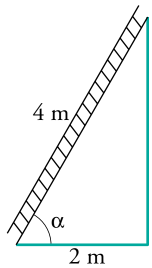
16 **De un triángulo rectángulo se sabe que un ángulo mide 45° y uno de sus catetos 5 cm. ¿Cuánto miden el otro cateto, la hipotenusa y el otro ángulo agudo?**

$tg\ 45° = \dfrac{a}{5} \ \rightarrow\ 1 = \dfrac{a}{5} \ \rightarrow\ a = 5$ cm

$b = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \approx 7,1$ cm; $\ \alpha = 90° - 45° = 45°$

El otro cateto mide 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el ángulo 45°.



17 

Una escalera de 4 m está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 m de la pared?

$cos\ \alpha = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \ \rightarrow\ \alpha = 60°$

La inclinación de la escalera es de 60° respecto del suelo.

18 **Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 8 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide el lado del rombo?**

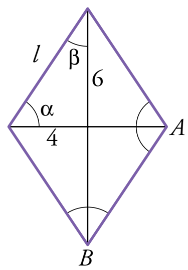
$tg\ \alpha = \dfrac{6}{4} \ \rightarrow\ \alpha = 56,3° \ \rightarrow\ \beta = 90 - 56,3 = 33,7°$

Los ángulos del rombo son:

$\hat{A} = 56,3 \cdot 2 = 112,6°$; $\ \hat{B} = 33,7 \cdot 2 = 67,4°$

$l = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = 7,21$ cm

El lado del rombo mide 7,21 cm.

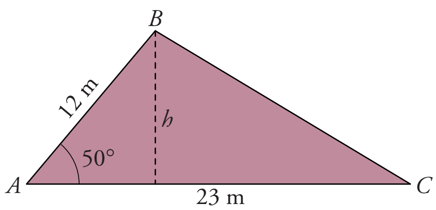


19 **En el triángulo *ABC*:**

a) Traza la altura sobre *AC* y halla su longitud.

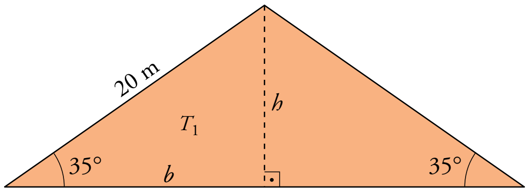
b) Calcula el área del triángulo.

a) $sen\ 50° = \dfrac{h}{12} \ \rightarrow\ h = 12 \cdot sen\ 50° = 9,19$ m



b) $\text{Área} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{23 \cdot 9,19}{2} = 105,68\ \text{m}^2$

20 **Calcula el área de este triángulo:**



☛ *Al trazar la altura se forman dos triángulos rectángulos. Halla sus catetos.*

$sen\ 35° = \dfrac{h}{20} \rightarrow h = 20 \cdot sen\ 35° = 11{,}47$ m

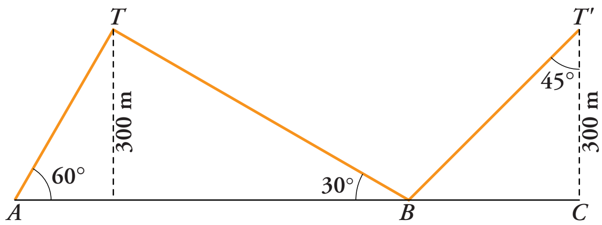
$cos\ 35° = \dfrac{b}{20} \rightarrow b = 20 \cdot cos\ 35° = 16{,}38$ m

Área de $T_1 = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{16{,}38 \cdot 11{,}47}{2} = 93{,}94$ m^2

Área total $= 2 \cdot 93{,}94 = 187{,}88$ m^2

PIENSA Y RESUELVE

21 **Una línea de alta tensión pasa por dos transformadores, T y T'. Este es un plano de la línea:**



Calcula las longitudes de los tres tramos de cable.

$sen\ 60° = \dfrac{300}{b} \rightarrow b = \dfrac{600}{\sqrt{3}} = 200\sqrt{3} \approx 346{,}4$ m

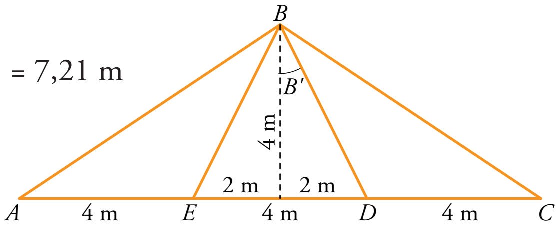
$sen\ 30° = \dfrac{300}{a} \rightarrow a = 600$ m

$cos\ 45° = \dfrac{300}{c} \rightarrow c = \dfrac{300}{cos\ 45°} = \dfrac{600}{\sqrt{2}} = 300\sqrt{2} \approx 424{,}3$ m

Longitud total: $a + b + c = 200\sqrt{3} + 600 + 300\sqrt{2} = 1\,370{,}7$ m

22 **Una estructura metálica tiene la forma y dimensiones de la figura. Halla la longitud de los postes AB y BE y la medida de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\widehat{EBD}$ y $\widehat{ABC}$**

Por el teorema de Pitágoras:



$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + (4 + 2)^2} = \sqrt{16 + 36} = 7{,}21$ m

$\overline{BE} = \sqrt{2^2 + 4^2} =$

$= \sqrt{4 + 16} = 4{,}47$ m

$tg\,\hat{A} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \rightarrow \hat{A} = 0{,}\widehat{6}$ INV tan $67{,}38° = 33°\ 41'\ 24''$

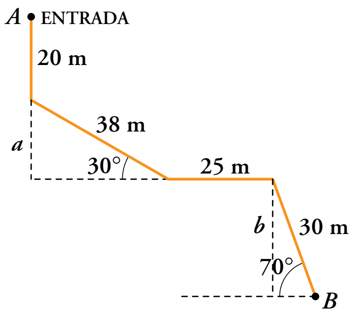
$\hat{C} = \hat{A} = 33°\ 41'\ 24''$

$\widehat{ABC} = 180° - \hat{A} - \hat{C} = 180° - 33{,}69° = 112{,}62° = 112°\ 37'\ 12''$

$tg\,\hat{B}' = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \rightarrow \hat{B}' = 26{,}57° \rightarrow \hat{B}' = 26°\ 34'\ 12''$

$\widehat{EBD} = 2\hat{B}' = 53{,}14° = 53°\ 8'\ 24''$

23 **Los espeleólogos utilizan un carrete para medir la profundidad. Sueltan hilo del carrete y miden la longitud y el ángulo que forma con la horizontal. Halla la profundidad del punto *B*.**



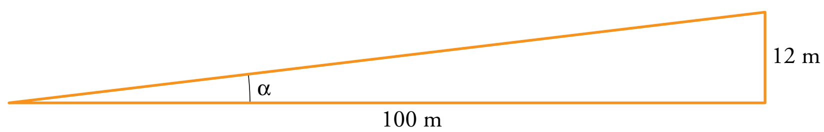
$sen\ 30° = \dfrac{a}{38} \rightarrow a = 38 \cdot sen\ 30° = 19$ m

$sen\ 70° = \dfrac{b}{30} \rightarrow b = 30 \cdot sen\ 70° = 28{,}19$ m

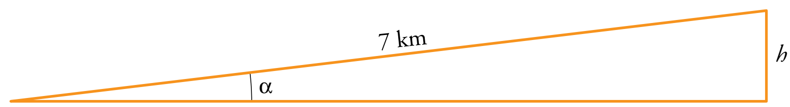
La profundidad es:

$20 + a + b = 20 + 19 + 28{,}19 = 67{,}19$ m

24 **Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿Qué ángulo forma ese tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km por esa carretera?**



$tg\,\alpha = \dfrac{12}{100} = 0{,}12 \rightarrow \alpha = 6{,}84° = 6°\ 50'\ 34''$

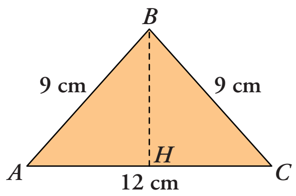


Si h son los metros que hemos descendido: $sen\ \alpha = \dfrac{h}{7\,000}$

$h = 7\,000\ sen\ (6°\ 50'\ 34'') = 834$ m $\rightarrow$ Hemos descendido 834 m.

Página 189

25 **En el triángulo isósceles ABC, halla:**



a) La altura $\overline{BH}$.

b) Los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$.

a) Por ser isósceles, $\overline{AH} = \overline{HC} = \dfrac{12}{2} = 6$ cm

Calculamos la altura $\overline{BH}$ aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo $\widehat{AHB}$:

$$9^2 = 6^2 + \overline{BH}^2 \rightarrow 81 = 36 + \overline{BH}^2 \rightarrow \overline{BH} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45} \approx 6{,}71$$

La altura BH mide 6,71 cm.

b) $cos\ \hat{A} = \dfrac{6}{9} = 0{,}\widehat{6} \rightarrow \hat{A} = 48{,}19° \rightarrow \hat{A} = 48°\ 11'\ 24''$

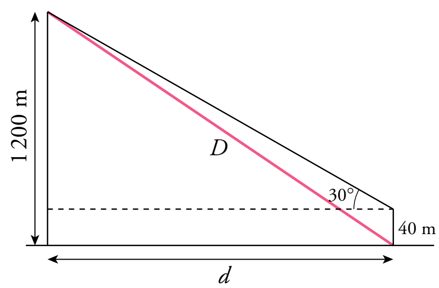
Por ser $\widehat{ABC}$ un triángulo isósceles, se cumple que $\hat{A} = \hat{C}$.

Luego: $\hat{C} = 48°\ 11'\ 24''$

$\hat{B} = 180° - \hat{A} - \hat{C} = 180° - 2 \cdot 48{,}19° = 83{,}62° \rightarrow \hat{B} = 83°\ 37'\ 12''$

26 **Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1 200 metros y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de 30°.**

¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si esta mide 40 m de altura?



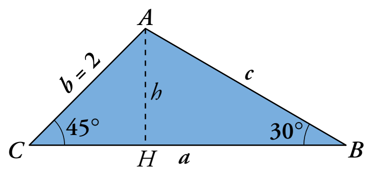
$$tg\ 30° = \frac{1\,200 - 40}{d} \rightarrow d = \frac{1\,160}{tg\ 30°} = 2\,009{,}2 \text{ m}$$

Utilizando el teorema de Pitágoras:

$$D = \sqrt{(1\,200)^2 + (2\,009{,}2)^2} = 2\,340{,}3 \text{ m}$$

La distancia del avión al pie de la torre es de 2 340,3 m.

27 **Resuelve el siguiente triángulo ABC; es decir, averigua las medidas de sus elementos desconocidos. Empieza por trazar la altura AH.**



$$\hat{A} = 180° - 45° - 30° = 105°$$

$$\cos \hat{C} = \frac{\overline{CH}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{CH}}{2} \rightarrow \overline{CH} = \sqrt{2}$$

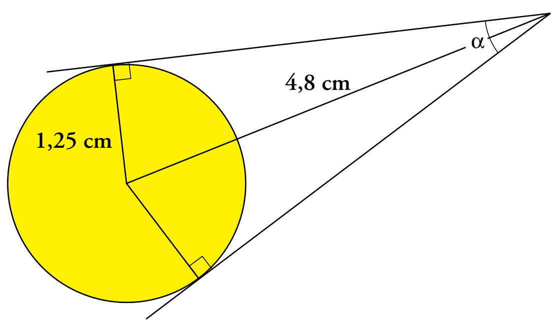
$$tg\ 45° = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} \rightarrow 1 = \frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} \rightarrow \overline{AH} = \sqrt{2}$$

$$sen\ 30° = \frac{\overline{AH}}{c} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{c} \rightarrow c = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 30° = \frac{\overline{HB}}{c} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{HB}}{2\sqrt{2}} \rightarrow \overline{HB} = \sqrt{6}$$

$$\begin{cases} \text{Ángulos:} \begin{cases} \hat{A} = 105° \\ \hat{B} = 30° \\ \hat{C} = 45° \end{cases} \\ \text{Lados:} \begin{cases} a = \sqrt{6} + \sqrt{2} \approx 3{,}9 \\ b = 2 \\ c = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8 \end{cases} \end{cases}$$

28 **El diámetro de una moneda de 2 € mide 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro, como indica la figura.**



$$sen\ \frac{\alpha}{2} = \frac{1{,}25}{4{,}8} \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15{,}09° = 15°\ 5'\ 41''$$

$$\alpha = 30{,}19° = 30°\ 11'\ 22''$$