

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Aplicar las razones trigonométricas para estudiar las relaciones que existen entre los ángulos y los lados de las figuras planas.
- Calcular el perímetro y el área de las figuras planas aplicando las fórmulas conocidas y las razones trigonométricas cuando sea necesario.
- Aplicar las razones trigonométricas para estudiar las relaciones que existen entre las aristas y los ángulos de los cuerpos geométricos. un cono.
- Calcular el área lateral, el área total y el volumen de los cuerpos geométricos aplicando las fórmulas conocidas y las razones trigonométricas cuando sea necesario.

Antes de empezar

1. Figuras planas pág. 44

Triángulos
Paralelogramos
Trapezoides
Polígonos regulares
Círculos, sectores y segmentos

2. Cuerpos geométricos..... pág. 44

Prismas
Pirámides
Troncos de pirámides
Cilindros
Conos
Troncos de conos
Esferas

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor

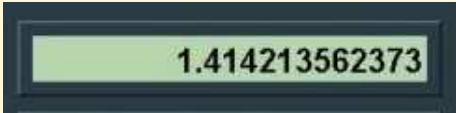
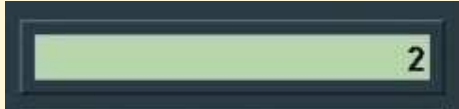
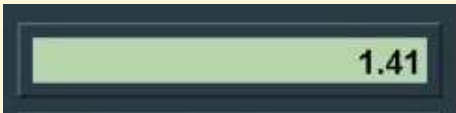
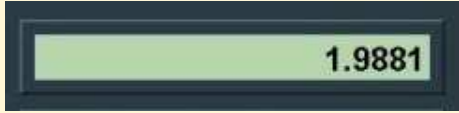
Antes de empezar

Para resolver las actividades de esta unidad, se necesita utilizar la calculadora. Muchas de las operaciones que se van a realizar son raíces y razones trigonométricas.

Al realizar una raíz cuadrada o al calcular una razón trigonométrica, salvo en algunos casos, se va a obtener un número irracional.

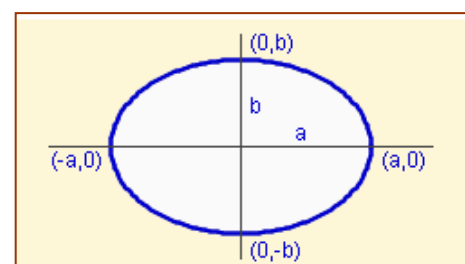
Todos los resultados están expresados con dos cifras decimales, pero si se tiene que volver a utilizar un dato, es conveniente utilizarlo con todas sus cifras decimales y no sólo con las dos con las que se ha expresado.

Observa algunos errores que se comenten al no trabajar con todas las cifras decimales.

Calcula el valor de $\sqrt{2}$  La pantalla de la calculadora se llena de cifras decimales. Es un número irracional (con infinitas cifras decimales), aunque sólo veamos unas pocas. Sin embargo la calculadora almacena el valor exacto en su memoria.	Eleva al cuadrado el resultado  Con una de las teclas de tu calculadora puedes elevar al cuadrado el número que tienes en la pantalla. Búscala y realiza la operación. Observa que se obtiene como resultado 2, como era lógico esperar
¿Qué sucede si se redondea la raíz a dos cifras decimales?  Eleva ahora al cuadrado el número 1,41. ¿Qué se obtiene?	¡No se obtiene 2!  Resulta un número con cuatro cifras decimales, próximo a 2, pero distinto. Si se redondea a dos cifras decimales, se pierde exactitud en los resultados.
Prueba a realizar los mismos cálculos utilizando más cifras decimales. ¿Se obtienen resultados exactos o aproximados? Realiza ahora cálculos similares utilizando las razones trigonométricas	

Investiga: Áreas de otras figuras

¿Se puede calcular el área de figuras planas distintas a las estudiadas en este tema, por ejemplo, una elipse?



Problemas geométricos

1. Figuras planas

Triángulos

La suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180° .

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

El **perímetro** de un triángulo es la suma de las longitudes de los tres lados.

$$P = a + b + c$$

El **área** o la superficie de un triángulo es la mitad del producto de la base por la altura.

$$S = \frac{a \cdot h_A}{2} \quad S = \frac{b \cdot h_B}{2} \quad S = \frac{c \cdot h_C}{2}$$

Si en un triángulo cualquiera se traza una altura, se forman dos triángulos rectángulos. En ellos se puede aplicar el Teorema de Pitágoras y la definición de las razones trigonométricas.

En la figura 3, en el triángulo ADB se verifica:

$$\text{sen} A = \frac{h_B}{c} \Rightarrow h_B = c \cdot \text{sen} A \Rightarrow S = \frac{b \cdot h_B}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen} A}{2}$$

De la misma forma, con los otros vértices, se obtiene:

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen} C}{2} \quad S = \frac{a \cdot c \cdot \text{sen} B}{2} \quad S = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen} A}{2}$$

Otro método para el cálculo del área es la **fórmula de Herón**.

Sea $p = \frac{a+b+c}{2}$ el semiperímetro del triángulo.

Entonces:

$$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$

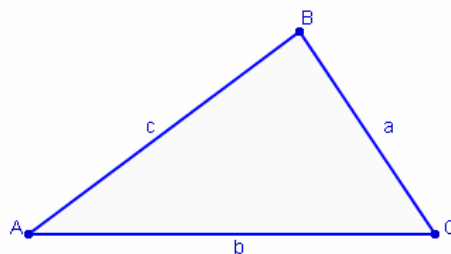


Figura 1. Triángulo.

Los vértices de un triángulo se representan con letras mayúsculas. Los lados con letras minúsculas. Un lado y un vértice opuesto llevan la misma letra.

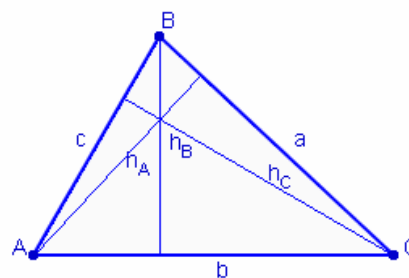


Figura 2. Alturas de un triángulo.

La altura es la línea perpendicular a cada uno de los lados que pasa por el vértice opuesto. Para el cálculo del área, la altura es la distancia de cada vértice al lado opuesto.

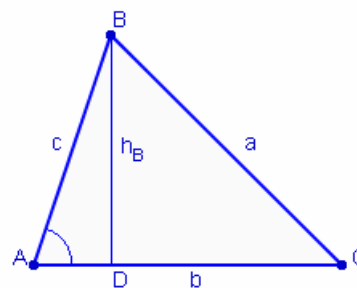
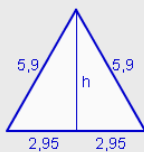


Figura 3. Altura sobre el vértice B.

EJERCICIOS resueltos

1. Calcula el área de un triángulo equilátero de 5,9 centímetros de lado.

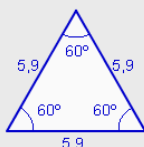


Se aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la altura

$$h = \sqrt{5,9^2 - 2,95^2} = \sqrt{26,1075} = 5,11 \text{ cm}$$

$$S = \frac{5,9 \cdot 5,11}{2} = 15,07 \text{ cm}^2$$

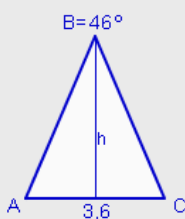
Otro método: $S = \frac{5,9 \cdot 5,9 \cdot \sin 60^\circ}{2} = 15,07 \text{ cm}^2$



Con la fórmula de Herón: $p = \frac{5,9 + 5,9 + 5,9}{2} = 8,85$

$$S = \sqrt{8,85 \cdot (8,85 - 5,9) \cdot (8,85 - 5,9) \cdot (8,85 - 5,9)} = 15,07 \text{ cm}^2$$

2. El lado desigual de un triángulo isósceles mide 3,6 cm y el ángulo distinto mide 46° . Calcula el perímetro y el área.



$$A + B + C = 180^\circ \rightarrow A + C = 134^\circ \rightarrow A = C = 67^\circ$$

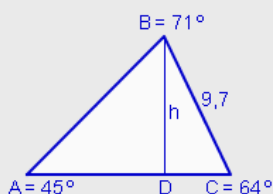
$$\cos 67^\circ = \frac{1,8}{AB} \rightarrow AB = \frac{1,8}{\cos 67^\circ} = 4,61 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} 67^\circ = \frac{h}{1,8} \rightarrow h = 1,8 \cdot \operatorname{tg} 67^\circ = 4,24 \text{ cm}$$

Perímetro: $P = 4,61 + 4,61 + 3,6 = 12,81 \text{ cm}$

$$\text{Área: } S = \frac{3,6 \cdot 4,24}{2} = 7,63 \text{ cm}^2$$

3. Los ángulos de un triángulo escaleno miden 45° , 64° y 71° y el lado menor mide 9,7 cm. Calcula el perímetro.



$$\sin 64^\circ = \frac{h}{9,7} \rightarrow h = 9,7 \cdot \sin 64^\circ = 8,72 \text{ cm}$$

$$\cos 64^\circ = \frac{DC}{9,7} \rightarrow DC = 9,7 \cdot \cos 64^\circ = 4,25 \text{ cm}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{8,72}{AB} \rightarrow AB = \frac{8,72}{\sin 45^\circ} = 12,33 \text{ cm}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{AD}{12,33} \rightarrow AD = 12,33 \cdot \cos 45^\circ = 8,72 \text{ cm}$$

Perímetro: $P = 9,7 + 12,33 + 4,25 + 8,72 = 35 \text{ cm}$

Problemas geométricos

1. Figuras planas

Paralelogramos

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero que tiene los lados opuestos paralelos. La suma de los ángulos interiores de un paralelogramo es igual a 360° .

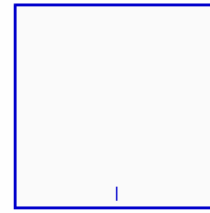
Hay cuatro paralelogramos: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.

El perímetro de un paralelogramo es la suma de las longitudes de los cuatro lados.

El área de cada uno de los paralelogramos es:

Cuadrado.

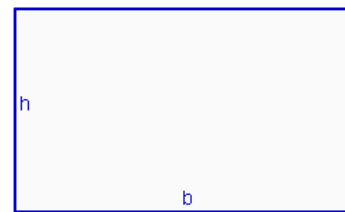
$$S = \text{lado}^2$$



Cuadrado.

Rectángulo.

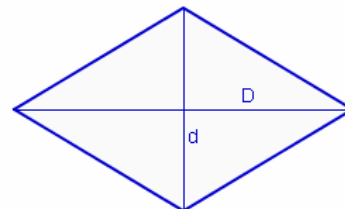
$$S = \text{base} \times \text{altura}$$



Rectángulo.

Rombo.

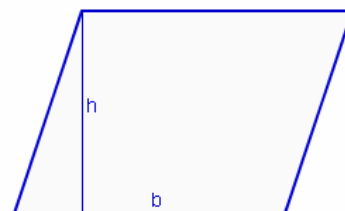
$$S = \frac{\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$



Rombo. Las diagonales dividen al rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales.

Romboide.

$$S = \text{base} \times \text{altura}$$

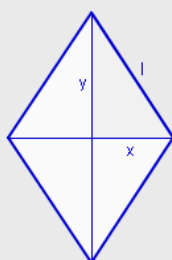


Romboide. Al trazar la altura se forma un triángulo rectángulo.

EJERCICIOS resueltos

4. a) Calcula el área de un cuadrado de 17,2 cm de lado.
 b) Calcula el perímetro de un cuadrado de 5975,29 cm² de área.
 a) $S = 17,2^2 = 295,84 \text{ cm}^2$
 b) $l = \sqrt{5975,29} = 77,3 \text{ cm} \rightarrow P = 4 \cdot 77,3 = 309,2 \text{ cm}.$
5. a) Calcula el área de un rectángulo de 45,6 cm de base y 32,5 cm de altura.
 b) Calcula la base de un rectángulo de 364,5 cm² de área y 24,3 cm de altura.
 a) $S = 45,6 \cdot 32,5 = 1482 \text{ cm}^2$
 b) $b = \frac{364,5}{24,3} = 15 \text{ cm}$
6. Calcula el lado y los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12,7 y 19,6 cm.

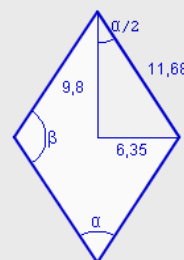
$$x = \frac{12,7}{2} = 6,35 \text{ cm} \quad y = \frac{19,6}{2} = 9,8 \text{ cm}$$



$$l^2 = 6,35^2 + 9,8^2 \rightarrow l = \sqrt{136,36} = 11,68 \text{ cm}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{6,35}{11,68} = 0,5438 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,5749 \text{ rad}$$

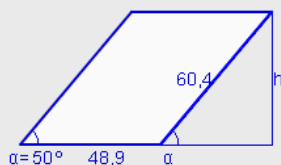
$$\alpha = 1,1499 \text{ rad} = 65^\circ 52' 59,45''$$



$$2\alpha + 2\beta = 360^\circ \rightarrow \beta = 180 - \alpha$$

$$\beta = 114^\circ 7' 0,55''$$

7. Calcula el área del romboide de la figura sabiendo que los lados miden 60,4 y 48,9 cm y el ángulo menor que forman sus lados mide 50°.



$$\sin \alpha = \frac{h}{60,4} \rightarrow h = 60,4 \cdot \sin 50^\circ = 46,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = 48,9 \cdot 46,27 = 2262,56 \text{ cm}^2$$

Problemas geométricos

1. Figuras planas

Trapecios

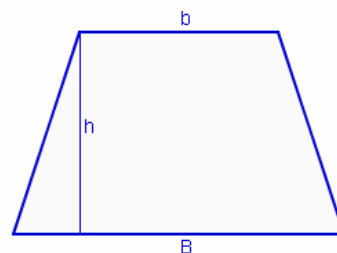
Un **trapecio** es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. La suma de los ángulos interiores de un trapecio es igual a 360° .

El perímetro de un trapecio es la suma de las longitudes de los cuatro lados.

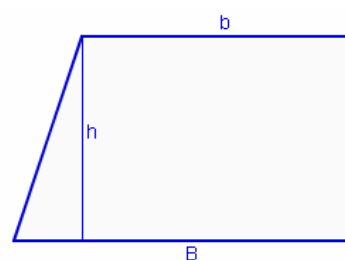
El área de un trapecio es:

$$S = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

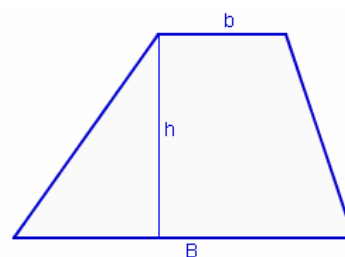
Si en un trapecio se traza la altura por cualquiera de los vértices de la base menor se forma un triángulo rectángulo. En este triángulo se puede aplicar el Teorema de Pitágoras y la definición de las razones trigonométricas.



Trapecio isósceles.



Trapecio rectángulo.



Trapecio escaleno.

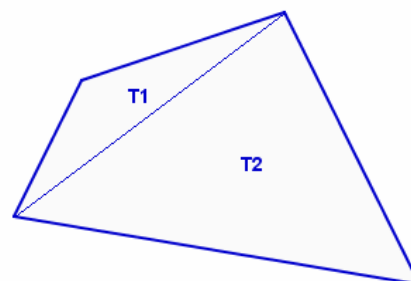
Trapezoides

Un **trapezoide** es un cuadrilátero que no tiene lados paralelos. La suma de los ángulos interiores de un trapezoide es igual a 360° .

El perímetro de un trapezoide es la suma de las longitudes de los cuatro lados.

No hay fórmula para calcular el área o la superficie de un trapezoide. Para calcular el área se traza una diagonal y se divide la figura en dos triángulos. El área es la suma de las áreas de los triángulos.

$$S = T_1 + T_2$$

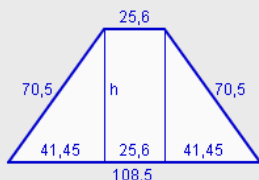


Trapezoide descompuesto en dos triángulos.

EJERCICIOS resueltos

8. Calcula el perímetro y el área de un trapezio isósceles cuyas bases miden 25,6 y 108,5 y los lados no paralelos 70,5 cm.

$$\text{Perímetro: } P = 108,5 + 25,6 + 70,5 + 70,5 = 275,1 \text{ cm}$$



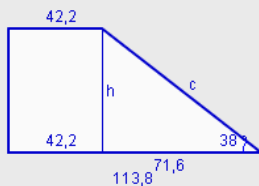
$$\frac{108,5 - 25,6}{2} = 41,45$$

$$h^2 + 45,41^2 = 70,5^2 \rightarrow h = \sqrt{3252,15} = 57,03 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{(108,5 + 25,6) \cdot 57,03}{2} = 3823,7 \text{ cm}^2$$

9. Calcula el perímetro y el área de un trapezio rectángulo cuyas bases miden 42,2 y 113,8 y el ángulo que forma el lado oblicuo con la base mayor mide 38°.

$$113,8 - 42,2 = 71,6 \text{ cm}$$



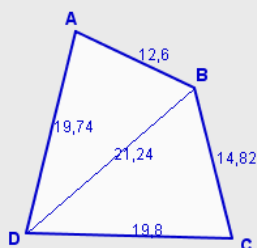
$$\operatorname{tg} 38^\circ = \frac{h}{71,6} \rightarrow h = 71,6 \cdot \operatorname{tg} 38^\circ = 55,94 \text{ cm}$$

$$\cos 38^\circ = \frac{71,6}{c} \rightarrow c = \frac{71,6}{\cos 38^\circ} = 90,86 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro: } P = 113,8 + 42,2 + 55,94 + 90,86 = 302,8 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{(113,8 + 42,2) \cdot 55,94}{2} = 4363,32 \text{ cm}^2$$

10. Calcula el perímetro y el área del trapezoide con los datos que se indican: AB=12,6 cm. BC=14,82 cm. CD=19,8 cm. DA=19,74 cm. DB=21,24 cm.



$$\text{Perímetro: } P = 12,6 + 14,82 + 19,8 + 19,74 = 66,96 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \text{Área del triángulo ABD} + \text{Área del triángulo BCD.}$$

$$\text{Área del triángulo ABD:}$$

$$\text{Fórmula de Herón: } p = \frac{12,6 + 21,24 + 19,74}{2} = 26,79$$

$$S = \sqrt{26,79 \cdot (26,79 - 12,6) \cdot (26,79 - 21,24) \cdot (26,79 - 19,74)} = 121,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del triángulo ABD:}$$

$$\text{Fórmula de Herón: } p = \frac{14,82 + 19,8 + 21,24}{2} = 27,93$$

$$S = \sqrt{27,93 \cdot (27,93 - 14,82) \cdot (27,93 - 19,8) \cdot (27,93 - 21,24)} = 141,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del trapezoide} = 121,96 + 141,12 = 263,08 \text{ cm}^2$$

Problemas geométricos

1. Figuras planas

Polígonos regulares

Un **polígono regular** es una figura que tiene todos los lados y todos los ángulos interiores iguales. Con tres lados sería un triángulo equilátero, con cuatro lados un cuadrado, con cinco lados un pentágono, con seis un hexágono...

El perímetro de un polígono regular es la suma de las longitudes de sus lados.

La **apotema** de un polígono regular es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de cada lado.

El área se obtiene como la mitad del producto del perímetro por la apotema.

$$S = \frac{P \times a}{2}$$

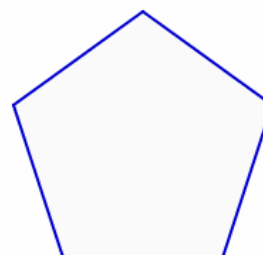
Un polígono regular se puede dividir en triángulos isósceles. La apotema divide a estos triángulos en dos triángulos rectángulos. La apotema coincide con la altura del triángulo.

El ángulo distinto de estos triángulos isósceles se calcula dividiendo 360° entre el número de triángulos.

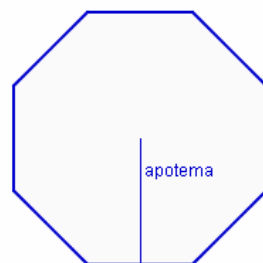
$$\alpha = \frac{360}{n}$$

Los dos ángulos iguales se calculan sabiendo que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180° .

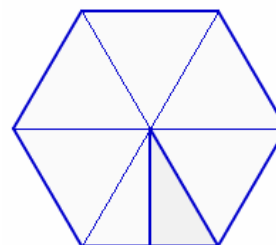
$$\alpha + 2\beta = 180^\circ \rightarrow \beta = \frac{180 - \alpha}{2}$$



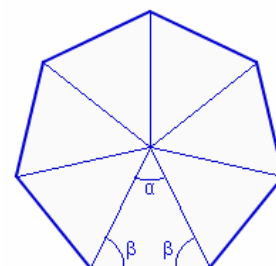
Pentágono regular



Octógono regular.
Apotema



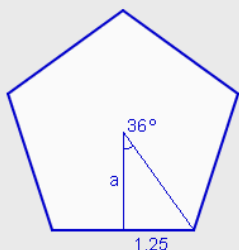
Hexágono regular



Heptágono regular

EJERCICIOS resueltos

11. Calcula el perímetro y el área de un pentágono regular de 2,5 cm de lado.



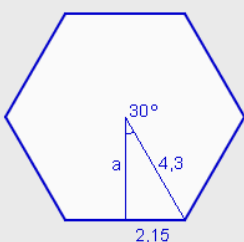
$$\text{Perímetro: } P = 5 \cdot 2,5 = 12,5 \text{ cm}$$

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\text{tg } 36^\circ = \frac{1,25}{a} \rightarrow a = \frac{1,25}{\text{tg } 36^\circ} = 1,72 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{5 \cdot 2,5 \cdot 1,72}{2} = 10,75 \text{ cm}^2$$

12. Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular de 4,3 cm de lado.



$$\text{Perímetro: } P = 6 \cdot 4,3 = 25,8 \text{ cm}$$

$$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \quad \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

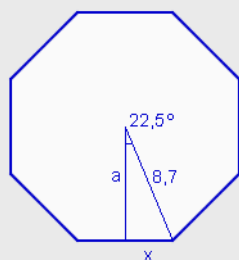
$$\text{tg } 30^\circ = \frac{2,15}{a} \rightarrow a = \frac{2,15}{\text{tg } 30^\circ} = 3,72 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{6 \cdot 4,3 \cdot 3,72}{2} = 48,04 \text{ cm}^2$$

En el hexágono, el lado coincide con el radio de la circunferencia circunscrita. Se puede calcular la apotema utilizando el Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + 2,15^2 = 4,3^2 \rightarrow a = \sqrt{13,87} = 3,72 \text{ cm}$$

13. Calcula el perímetro y el área de un octógono regular inscrito en una circunferencia 8,3 cm de radio.



$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \quad \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

$$\text{sen } 22,5^\circ = \frac{x}{8,7} \rightarrow x = 8,7 \cdot \text{sen } 22,5^\circ = 3,33 \text{ cm}$$

$$\text{cos } 22,5^\circ = \frac{a}{8,7} \rightarrow a = 8,7 \cdot \text{cos } 22,5^\circ = 8,04 \text{ cm}$$

$$\text{Lado} = 2 \cdot 3,33 = 6,66 \text{ cm} \quad \text{Perímetro: } P = 8 \cdot 6,66 = 53,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{8 \cdot 6,66 \cdot 8,04}{2} = 214,08 \text{ cm}^2$$

Problemas geométricos

1. Figuras planas

Círculos, sectores y segmentos circulares

La longitud de la circunferencia y el área del círculo se calculan con las fórmulas:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

Un **sector circular** es la región del círculo limitada por dos radios. Al dividir una circunferencia en 360 partes iguales se obtienen sectores circulares de amplitud 1° . La longitud del arco y el área de un sector se obtienen dividiendo la longitud y el área total por 360 y multiplicando por el número de grados.

Longitud del arco:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n^\circ}{360}$$

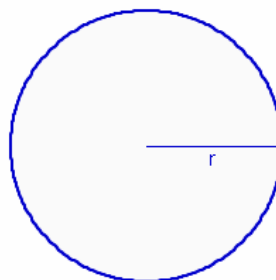
Área:

$$L = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360}$$

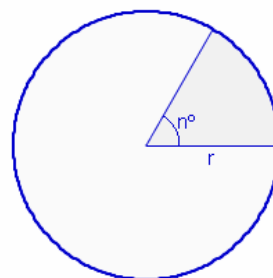
Un **segmento circular** es la región del círculo limitada por una cuerda. Al unir los extremos de la cuerda con el centro se obtiene un sector circular.

El perímetro de un segmento circular es igual a la suma de la longitud del arco y la longitud de la cuerda que lo determinan.

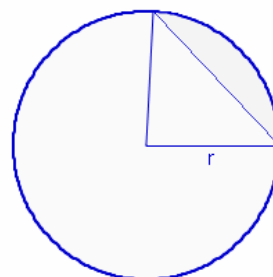
El área de un segmento circular es igual a la diferencia del área del sector circular y el área del triángulo que lo determinan.



Círculo de radio r



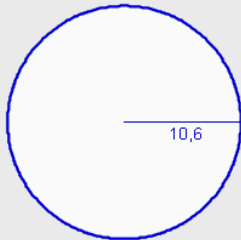
Sector circular



Segmento circular

EJERCICIOS resueltos

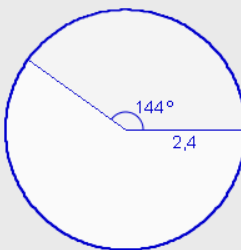
14. Calcula la longitud y el área de un círculo 10,6 cm de radio.



$$\text{Longitud: } L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 10,6 = 66,6 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10,6^2 = 352,99 \text{ cm}^2$$

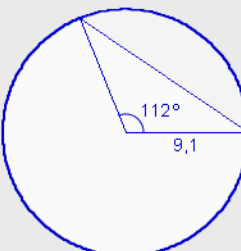
15. Calcula la longitud de arco y el área de un sector circular de 144° comprendido en un círculo de 2,4 cm de radio.



$$\text{Longitud: } L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 144}{360} = 6,03 \text{ cm}$$

$$\text{Área: } S = \frac{\pi \cdot 2,4^2 \cdot 144}{360} = 7,24 \text{ cm}^2$$

16. Calcula el área de un segmento circular de un círculo de 9,1 cm, sabiendo que el ángulo que forman los radios que pasan por sus extremos mide 112° .



$$\text{Área del sector: } S_1 = \frac{\pi \cdot 9,1^2 \cdot 112}{360} = 80,94 \text{ cm}^2$$

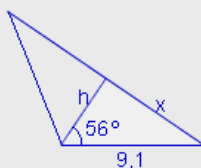
$$\text{sen } 56^\circ = \frac{x}{9,1} \rightarrow x = 9,1 \cdot \text{sen } 56^\circ = 7,54 \text{ cm}$$

$$\text{cos } 56^\circ = \frac{h}{9,1} \rightarrow h = 9,1 \cdot \text{cos } 56^\circ = 5,09 \text{ cm}$$

$$\text{Lado} = 2 \cdot 7,54 = 15,096 \text{ cm}$$

$$\text{Área del triángulo: } S_2 = \frac{15,09 \cdot 5,09}{2} = 38,39 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del segmento circular: } S = 80,94 - 38,39 = 42,55 \text{ cm}^2$$



Problemas geométricos

2. Cuerpos geométricos

Prismas

Un prisma es un poliedro formado por dos bases paralelas, que son dos polígonos iguales y tantas caras laterales, que son rectángulos, como lados tengan las bases.

El **área** de un prisma o de cualquier poliedro, es la suma de las áreas de cada una de sus caras.

Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales. En el prisma las caras laterales son rectángulos.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

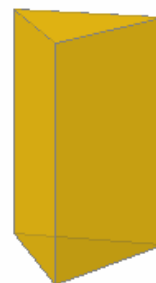
Área total: Es la suma del área lateral y el área de las dos bases. Las bases son dos polígonos iguales.

$$AT = AL + 2 \cdot A_b$$

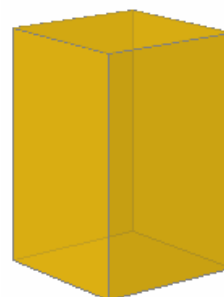
El **volumen** de un prisma es igual al área de la base por la altura.

$$V = A_b \times h$$

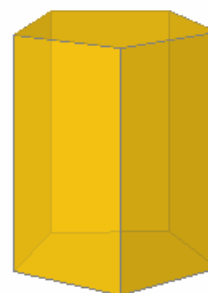
Un **ortopedro** es un prisma rectangular recto, es decir un prisma cuyas dos bases son rectángulos. El volumen de un ortopedro se calcula multiplicando las tres aristas distintas.



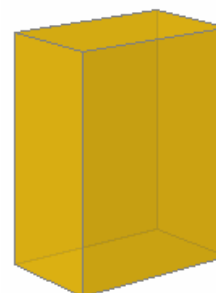
Prisma triangular



Prisma cuadrangular



Prisma pentagonal



Ortopedro

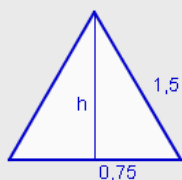
EJERCICIOS resueltos

17. Calcula el área total y el volumen de un ortoedro de 4,8 cm de alto, 2,5 cm de ancho y 7,6 cm de largo.

$$\text{Área total: } AT = 2 \cdot 4,8 \cdot 2,5 + 2 \cdot 4,8 \cdot 7,6 + 2 \cdot 2,5 \cdot 7,6 = 134,96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = 4,8 \cdot 2,5 \cdot 7,6 = 91,2 \text{ cm}^3$$

18. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma triangular de 7,9 cm de alto y 1,5 cm de arista de la base.



$$\text{Área lateral: } AL = 3 \cdot 1,5 \cdot 7,9 = 35,55 \text{ cm}^2$$

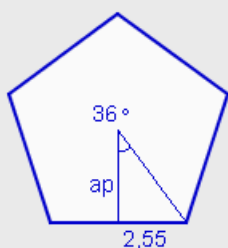
$$h^2 + 0,75^2 = 1,5^2 \rightarrow h = \sqrt{1,6875} = 1,3 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la base: } A_b = \frac{1,5 \cdot 1,3}{2} = 0,97 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 35,55 + 2 \cdot 0,97 = 37,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = 0,97 \cdot 7,9 = 7,7 \text{ cm}^3$$

19. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma pentagonal de 4,3 cm de alto y 5,1 cm de arista de la base.



$$\text{Área lateral: } AL = 5 \cdot 5,1 \cdot 4,3 = 109,65 \text{ cm}^2$$

$$\text{tg } 36^\circ = \frac{2,55}{ap} \rightarrow ap = \frac{2,55}{\text{tg } 36^\circ} = 3,51 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la base: } A_b = \frac{5 \cdot 5,1 \cdot 3,51}{2} = 44,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 109,65 + 2 \cdot 44,75 = 199,15 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = 44,75 \cdot 4,3 = 192,42 \text{ cm}^3$$

Problemas geométricos

2. Cuerpos geométricos

Pirámides

Una pirámide es un poliedro formado por una base que es un polígono y tantas caras laterales, que son triángulos, como lados tenga la base.

El **área** de una pirámide es la suma de las áreas de cada una de sus caras.

Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales. En la pirámide las caras laterales son triángulos.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

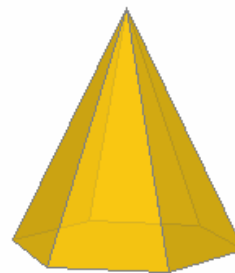
Área total: Es la suma del área lateral y el área de la base. Las bases es un polígono regular o no.

$$AT = AL + A_b$$

El **volumen** de una pirámide es igual al área de la base por la altura dividido por tres.

$$V = \frac{A_b \times h}{3}$$

En las pirámides de la derecha se puede observar las relaciones que existen entre las aristas, la altura de una cara y la altura de la pirámide.



Pirámide hexagonal



El triángulo formado por una arista lateral, la altura de una cara y la mitad de la arista de la base, es un triángulo rectángulo.



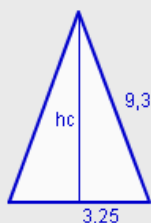
El triángulo formado por la altura de la pirámide, la altura de una cara y la apotema de la base, es un triángulo rectángulo.



El triángulo formado por una arista lateral, la altura de la pirámide y la distancia de un vértice al centro de la base, es un triángulo rectángulo.

EJERCICIOS resueltos

20. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide cuadrangular de 9,3 cm de arista lateral y 6,5 cm de arista de la base.



$$hc^2 + 3,25^2 = 9,3^2 \rightarrow hc = \sqrt{75,9275} = 8,71 \text{ cm}$$

$$\text{Área de una cara: } A_c = \frac{6,5 \cdot 8,71}{2} = 28,32 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 4 \cdot 28,32 = 113,28 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base: } A_b = 6,5^2 = 42,25 \text{ cm}^2$$

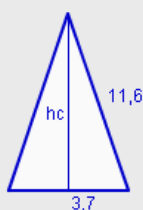
$$\text{Área total: } AT = 113,28 + 42,25 = 155,53 \text{ cm}^2$$

$$h^2 + 3,25^2 = 8,71^2 \rightarrow h = \sqrt{65,365} = 8,08 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{42,25 \cdot 8,08}{3} = 113,86 \text{ cm}^3$$



21. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide hexagonal de 11,6 cm de arista lateral y 7,4 cm de arista de la base.



$$hc^2 + 3,7^2 = 11,6^2 \rightarrow h = \sqrt{120,987} = 10,99 \text{ cm}$$

$$\text{Área de una cara: } A_c = \frac{7,4 \cdot 10,99}{2} = 40,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 6 \cdot 40,68 = 244,07 \text{ cm}^2$$

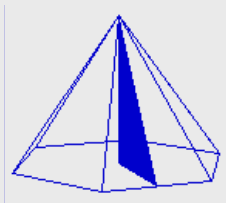
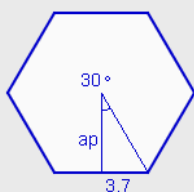
$$\text{tg } 30^\circ = \frac{3,7}{ap} \rightarrow ap = \frac{3,7}{\text{tg } 30^\circ} = 6,41 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la base: } A_b = \frac{6 \cdot 7,4 \cdot 6,41}{2} = 142,27 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 244,07 + 142,27 = 386,34 \text{ cm}^2$$

$$h^2 + 6,41^2 = 10,99^2 \rightarrow h = \sqrt{79,8} = 8,93 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{142,27 \cdot 8,93}{3} = 423,64 \text{ cm}^3$$



Problemas geométricos

2. Cuerpos geométricos

Troncos de pirámides

Al cortar una pirámide por un plano paralelo a su base se obtienen dos cuerpos geométricos. Uno es una pirámide más pequeña que la inicial. Al otro cuerpo geométrico se le conoce como **tronco de pirámide**.

El **área** de un tronco de pirámide es la suma de las áreas de cada una de sus caras.

Área lateral: Suma de las áreas de las caras laterales. En el tronco de pirámide las caras laterales son trapecios.

$$AL = n^{\circ} \text{ caras} \times A_c$$

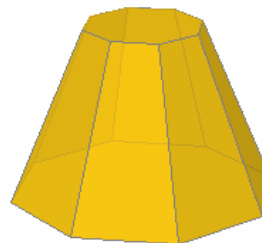
Área total: Es la suma del área lateral y el área de las bases. Las bases son dos polígonos regulares o no.

$$AT = AL + 2 \cdot A_b$$

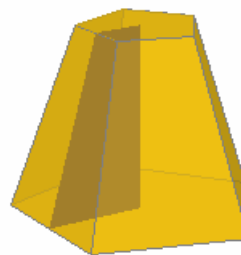
El **volumen** de un tronco de pirámide se puede obtener como la diferencia entre el volumen de las dos pirámides de las que se obtiene. También se puede calcular con la fórmula:

$$V = \frac{h \cdot (Ab + AB + \sqrt{Ab \cdot AB})}{3}$$

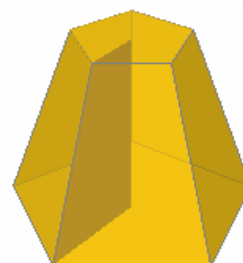
En los troncos de pirámides de la derecha se puede observar las figuras planas que se obtienen con los elementos de las bases y las caras laterales.



Tronco de pirámide octogonal. Las caras laterales de un tronco de pirámide son trapecios isósceles.



La altura del tronco de pirámide, la altura de una cara y las apotemas de las dos bases forman un trapecio rectángulo.



La altura del tronco de pirámide, la arista lateral y los segmentos que unen un vértice de cada base con su centro forman un trapecio rectángulo.

EJERCICIOS resueltos

22. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de pirámide decagonal de 1,5 cm de lado de la base menor, 5,2 cm de lado de la base mayor y 9,2 cm de arista lateral.



$$\frac{5,2 - 1,5}{2} = 1,85$$

$$hc^2 + 1,85^2 = 9,2^2 \rightarrow hc = \sqrt{81,2175} = 9,01 \text{ cm}$$

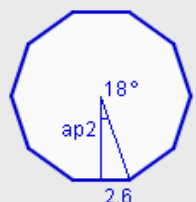
$$\text{Área de una cara: } A_c = \frac{(5,2 + 1,5) \cdot 9,01}{2} = 30,19 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área lateral: } 10 \cdot 30,19 = 301,91 \text{ cm}^2$$



$$\operatorname{tg} 18^\circ = \frac{0,75}{ap1} \rightarrow ap1 = \frac{0,75}{\operatorname{tg} 18^\circ} = 2,31 \text{ cm}$$

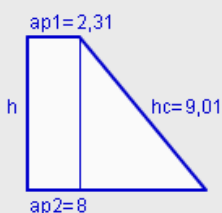
$$\text{Área de la base menor: } A_b = \frac{10 \cdot 1,5 \cdot 2,31}{2} = 17,31 \text{ cm}^2$$



$$\operatorname{tg} 18^\circ = \frac{2,6}{ap2} \rightarrow ap2 = \frac{2,6}{\operatorname{tg} 18^\circ} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Área de la base mayor: } A_B = \frac{10 \cdot 5,2 \cdot 8}{2} = 208,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 301,91 + 17,1 + 208,05 = 527,27 \text{ cm}^2$$



$$8 - 2,31 = 5,69$$

$$h^2 + 5,69^2 = 9,01^2 \rightarrow h = \sqrt{48,8} = 6,99 \text{ cm}$$

Volumen:

$$V = \frac{6,99 \cdot (17,31 + 208,05 + \sqrt{17,31 \cdot 208,05})}{3} = 664,52 \text{ cm}^3$$

Problemas geométricos

2. Cuerpos geométricos

Cilindros

El desarrollo de un cilindro está formado por los dos círculos de las bases y un rectángulo de base, la longitud de la circunferencia y de altura, la altura del cilindro.

Área lateral: Área del rectángulo que se obtiene en su desarrollo.

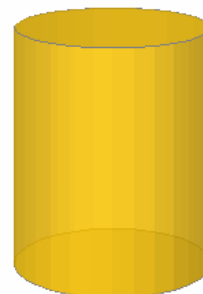
$$AL = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Área total: Es la suma del área lateral y el área de las dos bases. Las bases son dos círculos iguales.

$$AT = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

El **volumen** de un cilindro es igual al área de la base por la altura.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Cilindro

Conos

El desarrollo de un cono está formado por el círculo de la base y un sector circular cuya longitud de arco es igual a la longitud de la circunferencia y cuyo radio es igual a la generatriz del cono.

Área lateral: Área del sector circular que se obtiene en su desarrollo.

$$AL = \pi \cdot r \cdot g$$

Área total: Es la suma del área lateral y el área del círculo de la base.

$$AT = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

El **volumen** de un cono es igual al área de la base por la altura dividido por tres.

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$



Cono



La altura del cono, el radio de la base y la generatriz forman un triángulo rectángulo

EJERCICIOS resueltos

23. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro de 8,1 cm de alto y 2,4 cm de radio de la base.

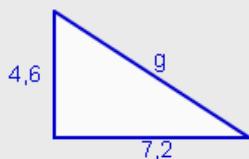
Área lateral: $AL = 2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 8,1 = 122,15 \text{ cm}^2$

Área de la base: $Ab = \pi \cdot 2,4^2 = 18,1 \text{ cm}^2$

Área total: $AT = 2 \cdot \pi \cdot 2,4 \cdot 8,1 + 2 \cdot 18,1 = 158,34 \text{ cm}^2$

Volumen: $V = \pi \cdot 2,4^2 \cdot 8,1 = 146,57 \text{ cm}^3$

24. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cono de 4,6 cm de alto y 7,2 cm de radio de la base. Calcula el ángulo que forma la generatriz con el radio.



$$4,6^2 + 7,2^2 = g^2 \rightarrow g = \sqrt{73} = 8,54 \text{ cm}$$

Área lateral: $AL = \pi \cdot 7,2 \cdot 8,54 = 193,26 \text{ cm}^2$

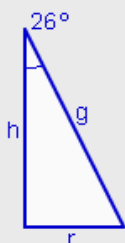
Área de la base: $Ab = \pi \cdot 7,2^2 = 162,86 \text{ cm}^2$

Área total: $AT = 193,26 + 162,86 = 356,12 \text{ cm}^2$

Volumen: $V = \frac{\pi \cdot 7,2^2 \cdot 4,6}{3} = 249,72 \text{ cm}^3$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4,6}{7,2} = 0,6389 \rightarrow \alpha = 32^\circ 34' 26,61''$$

25. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un cono de 7,5 cm de generatriz sabiendo que el ángulo que forman la altura y la generatriz mide 26° .



$$\operatorname{sen} 26^\circ = \frac{r}{7,5} \rightarrow r = 7,5 \cdot \operatorname{sen} 26^\circ = 3,29 \text{ cm}$$

$$\operatorname{cos} 26^\circ = \frac{h}{7,5} \rightarrow h = 7,5 \cdot \operatorname{cos} 26^\circ = 6,74 \text{ cm}$$

Área lateral: $AL = \pi \cdot 3,29 \cdot 7,5 = 77,47 \text{ cm}^2$

Área de la base: $Ab = \pi \cdot 3,29^2 = 33,96 \text{ cm}^2$

Área total: $AT = 77,47 + 33,96 = 111,43 \text{ cm}^2$

Volumen: $V = \frac{\pi \cdot 3,29^2 \cdot 6,74}{3} = 76,31 \text{ cm}^3$

Problemas geométricos

2. Cuerpos geométricos

Troncos de conos

El desarrollo de un tronco de cono está formado por los círculos de las bases y un trapecio circular.

Área lateral: Área del trapecio circular que se obtiene en su desarrollo.

$$AL = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

Área total: Es la suma del área lateral y el área de los círculos de las bases.

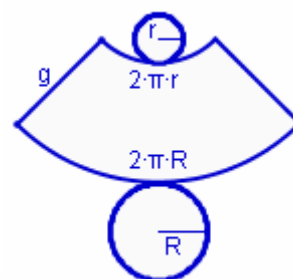
$$AT = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

El **volumen** de un tronco de cono es:

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)}{3}$$



Tronco de cono



Desarrollo de un tronco de cono

Esferas

Una esfera no se puede cortar y desarrollar en figuras planas.

Las fórmulas para el cálculo del área y del volumen de la esfera son:

Área:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Volumen:

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



La altura del tronco de cono, la generatriz y el segmento que tiene como longitud la diferencia de los radios de las dos bases forman un triángulo rectángulo.



Esfera

EJERCICIOS resueltos

26. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de cono de 6,6 cm de altura, 2,2 cm de radio de la base menor y 4,3 cm de radio de la base mayor.



$$6,6^2 + 2,2^2 = g^2 \rightarrow g = \sqrt{47,97} = 6,93 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral: } AL = \pi \cdot 6,93 \cdot (2,2 + 4,3) = 141,43 \text{ cm}^2$$

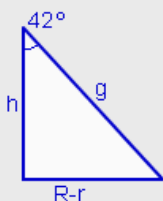
$$\text{Área de la base menor: } Ab = \pi \cdot 2,2^2 = 15,21 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base mayor: } AB = \pi \cdot 4,3^2 = 58,09 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 141,43 + 15,21 + 58,09 = 214,73 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{\pi \cdot 6,93 \cdot (2,2^2 + 4,3^2 + 2,2 \cdot 4,3)}{3} = 226,63 \text{ cm}^3$$

27. Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un tronco de cono de 6,4 cm de radio de la base menor y 12,6 cm de radio de la base mayor, sabiendo además que la generatriz y la altura forman un ángulo de 42° .



$$\text{tg } 42^\circ = \frac{12,6 - 6,4}{h} \rightarrow h = \frac{6,2}{\text{tg } 42^\circ} = 6,89 \text{ cm}$$

$$\text{sen } 42^\circ = \frac{12,6 - 6,4}{g} \rightarrow g = \frac{6,2}{\text{sen } 42^\circ} = 9,27 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral: } AL = \pi \cdot 9,27 \cdot (6,4 + 12,6) = 553,08 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base menor: } Ab = \pi \cdot 6,4^2 = 128,68 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de la base mayor: } AB = \pi \cdot 12,6^2 = 498,76 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total: } AT = 553,08 + 128,68 + 498,76 = 1180,51 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{\pi \cdot 6,89 \cdot (6,4^2 + 12,6^2 + 6,4 \cdot 12,6)}{3} = 2021,62 \text{ cm}^3$$

28. Calcular el área y el volumen de una esfera de 5,6 cm de radio.

$$\text{Área: } A = 4 \cdot \pi \cdot 5,6^2 = 394,08 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen: } V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 5,6^3}{3} = 735,62 \text{ cm}^3$$

29. Calcular el radio de una esfera cuyo volumen es de $3261,76 \text{ cm}^3$.

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = 3261,76 \rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot 3261,76}{4 \cdot \pi} = 778,69 \rightarrow r = \sqrt[3]{778,69} = 9,2 \text{ cm}$$

Problemas geométricos



Para practicar

1. La señal de tráfico "STOP" tiene forma de octógono y una altura de 600 mm. Calcula el perímetro y el área.
2. ¿Qué polígonos regulares permiten recubrir el plano sin dejar huecos? Si todos ellos tienen perímetro 8,4 cm, ¿cuál de ellos tiene la mayor superficie?
3. Una cabra está atada a una esquina de una caseta cuadrada de 4,2 m de lado con una cuerda de 7,7 m de longitud. Calcular el área de la región en la que puede moverse la cabra para pastar.
4. Un hotel tiene 64 habitaciones. Cada una de ellas tiene dos ventanas con forma de rombo. El lado mide 1,3 m y el ángulo superior mide 40° . Van a colocar vidrieras en cada ventana, que tendrán que cortar de placas rectangulares. ¿Qué cantidad de cristal se necesita comprar?
5. La entrada a una fortaleza tiene forma de trapecio isósceles. La base mayor mide 14,7 m, la base menor 10,3 m y los laterales 8 m. ¿Qué ángulo forman los laterales con la base inferior?
6. Las dimensiones de un tetrabrik son 16,3 cm de alto, 9,6 cm de largo y 6,3 cm de ancho. ¿Cuál es su capacidad? ¿Qué cantidad de material se necesita para su construcción?
7. Una lata de conservas cilíndrica tiene 8,3 cm de altura y 6,5 cm de radio de la base. ¿Cuál es su capacidad? ¿Qué cantidad de material se necesita para su construcción? ¿Qué cantidad de papel se necesita para la etiqueta?
8. Un lápiz tiene forma de prisma hexagonal y tiene en su interior una mina de forma cilíndrica. Si el lápiz tiene 18 mm de largo y 4 mm de lado de la base y la mina tiene 3 mm de ancho, ¿cuál es el volumen de la parte del lápiz que no está ocupado por la mina?
9. El tetraedro es un poliedro regular formado por cuatro triángulos equiláteros. Es también una pirámide triangular. Calcula el área total y el volumen de un tetraedro de 1 cm de arista.
10. Las farolas de una ciudad tienen la forma de la imagen. Los cristales de la parte superior tienen 26,7 cm de arista superior, 30,7 cm de arista inferior y 15,4 cm de arista lateral. Los cristales de la parte inferior tienen 30,7 cm de arista superior, 21 cm de arista inferior y 37,2 cm de arista lateral. ¿Qué cantidad de cristal tiene cada farola?

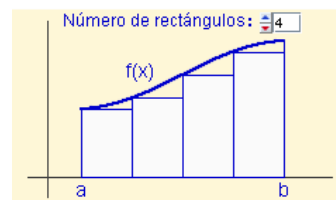
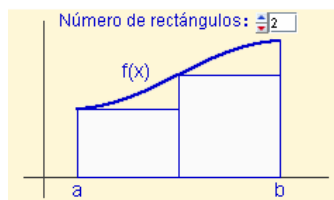
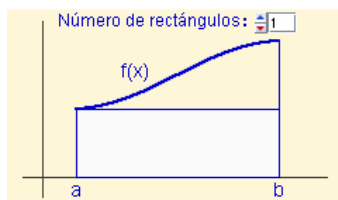


11. Una cofradía tiene que fabricar caperuzas para su desfile de Semana Santa, de 103 cm de alto y 11,2 cm de radio de la circunferencia. ¿Qué cantidad de cartón necesita para cada uno?
12. En una heladería, una tarrina de helado de 7,5 cm de diámetro superior, 6,5 cm de diámetro inferior y 3,6 cm de altura se vende por 1,9 euros. ¿Cuál será el precio de otra tarrina de 9,5 cm de diámetro superior, 8,1 cm de diámetro inferior y 4,8 cm de altura?
13. Sabiendo que el radio de la Tierra es de 6370 km, calcula la superficie y el volumen de nuestro planeta utilizando distintas aproximaciones del número π .
a) 3 b) 3,14 c) 3,1416 d) π

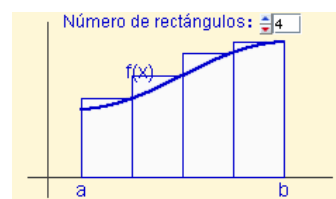
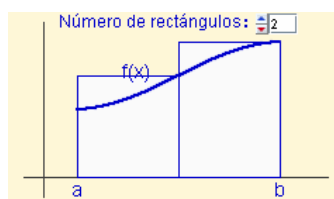


Área encerrada por una curva.

Para calcular el área encerrada por una curva se puede aproximar el área por una sucesión de rectángulos más pequeños.



También se puede aproximar el área por una sucesión de rectángulos más grandes



El área obtenida por ambas sucesiones coincide y se llama **integral definida** de la función $f(x)$ entre a y b . Se representa por: $\int_a^b f(x)dx$.

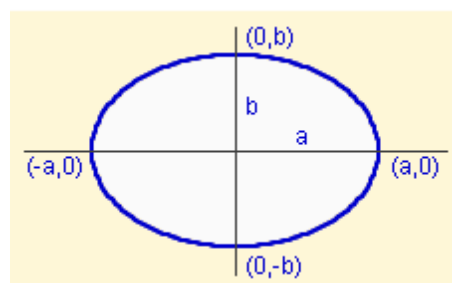
Área y perímetro de la elipse.

Aplicando el procedimiento anterior, se puede deducir la fórmula del área de la elipse, muy similar a la del círculo:

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

Sin embargo, no hay fórmula para la longitud de la elipse, sólo distintas aproximaciones. Una de ellas es:

$$L \approx \pi \left[3(a+b) - \sqrt{(a+3b) \cdot (3a+b)} \right]$$

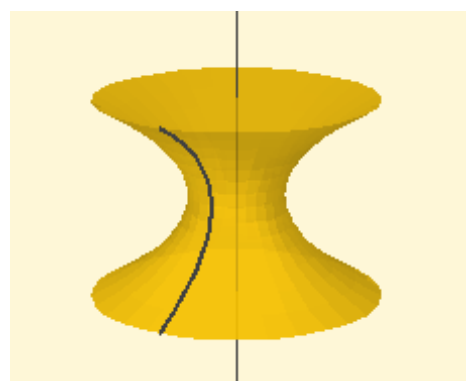


Área y perímetro de la elipse.

Al girar una curva plana alrededor de un eje contenido en un mismo plano, se obtiene una **superficie de revolución**.

Si se gira una superficie plana alrededor de un eje contenido en un mismo plano, se obtiene un **cuerpo de revolución**.

Para calcular la superficie o el volumen de superficies y cuerpos de revolución también se aplican procedimientos de integración, que se estudian en cursos superiores.



Problemas geométricos



**Recuerda
lo más importante**

ÁREAS DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Área lateral: suma de las áreas de todas las caras laterales de un cuerpo geométrico.

Área total: suma del área lateral y del área de las bases de un cuerpo geométrico.

Volumen: es la medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico.

PRISMA



$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del rectángulo}$$

$$At = Al + 2 \cdot \text{área del polígono regular}$$

$$V = \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$

PIRÁMIDE

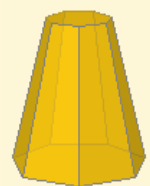


$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del triángulo}$$

$$At = Al + \text{área del polígono regular}$$

$$V = \frac{A_{\text{base}} \cdot \text{altura}}{3}$$

TRONCO DE PIRÁMIDE

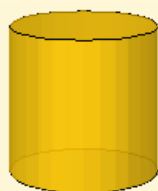


$$Al = n^{\circ} \text{ caras} \cdot \text{área del trapecio}$$

$$At = Al + \text{área de polígonos regulares}$$

$$V = \frac{h \cdot (Ab + AB + \sqrt{Ab \cdot AB})}{3}$$

CILINDRO



$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$At = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

CONO



$$Al = \pi \cdot r \cdot g$$

$$At = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

TRONCO DE CONO



$$Al = \pi \cdot g \cdot (R + r)$$

$$At = \pi \cdot g \cdot (R + r) + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{\pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)}{3}$$

ESFERA



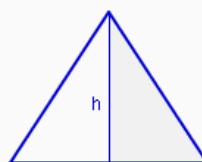
$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

RELACIONES ENTRE LOS ELEMENTOS DE FIGURAS PLANAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS

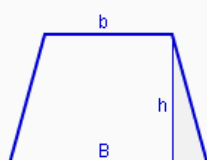
Para calcular lados, ángulos, alturas y aristas de figuras y cuerpos se necesita buscar triángulos rectángulos, en los que se pueda aplicar el teorema de Pitágoras y la definición de las razones trigonométricas.

TRIÁNGULO ISÓSCELES



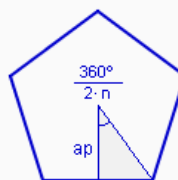
Al dividir un triángulo equilátero o isósceles por la altura se forman dos triángulos rectángulos.

TRAPECIO



La altura, el lado oblicuo y su proyección sobre la base mayor forman un triángulo rectángulo.

POLÍGONO REGULAR



La altura, la mitad del lado y el segmento que une el centro y un vértice forman un triángulo rectángulo.

PIRÁMIDE



La altura de la pirámide, la altura de una cara y la apotema de la base forman un triángulo rectángulo.

TRONCO DE PIRÁMIDE



La altura del tronco de pirámide, la altura de una cara y las apotemas de las bases forman un trapecio rectángulo.

CONO



La altura del cono, la generatriz y el radio de la base forman un triángulo rectángulo.

TRONCO DE CONO



La altura del tronco de cono, la generatriz y los radios de las bases forman un trapecio rectángulo.

Autoevaluación



1. Calcula el área de un triángulo equilátero de 4 metros de lado.
2. Calcula el área de un rombo de 3,8 metros de lado sabiendo que el menor de los ángulos que forman sus lados mide 74° .
3. Calcula el área de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 7,9 metros de radio.
4. Calcula el volumen de un prisma pentagonal de 3 metros de altura y 4,2 metros de arista de la base.
5. Calcula el área total de una pirámide hexagonal de 6,9 metros de arista lateral y 4,9 metros de arista de la base.
6. Calcula el área lateral de un tronco de pirámide cuadrangular sabiendo que las aristas de las bases miden respectivamente 8,8 y 13,3 metros y la arista lateral 8 metros.
7. Calcula el área total de un cilindro de 2,5 metros de altura y 6,7 metros de radio de la base.
8. Calcula el volumen de un cono sabiendo que la generatriz mide 1,8 metros y el ángulo que forma la generatriz con la altura mide 28° .
9. Calcula el área lateral de un tronco de cono cuya altura mide 7,2 metros y los radios de las bases miden respectivamente 3,1 y 7,1 metros.
10. Una esfera de 10,3 metros de radio se introduce en un cubo de 20,9 metros de arista. Calcula el volumen del espacio que queda libre en el cubo.

Problemas geométricos

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. $P=1988,23 \text{ mm}$
 $S=298233 \text{ mm}^2$
2. Triángulos, cuadrados y hexágonos.
El hexágono tiene mayor área $5,09 \text{ cm}^2$
3. $A=158,94 \text{ m}^2$
4. $278,1 \text{ m}^2$
5. $\alpha=74^\circ 2' 16,75''$
6. $V=985,82 \text{ cm}^3$
 $AT=639,3 \text{ cm}^2$
7. $V=1101,68 \text{ cm}^3$
 $AT=604,44 \text{ cm}^2$
 $AL=338,98 \text{ cm}^2$
8. $V=621,01 \text{ mm}^3$
9. $AT=1,73 \text{ cm}^2$
 $V=0,12 \text{ cm}^3$
10. $5566,6 \text{ cm}^2$
11. $A=3645,5 \text{ cm}^2$
12. 4,01 euros
13. a) 486922800 km^2
b) 509645864 km^2
c) $509905556,16 \text{ km}^2$
d) $509904363,78 \text{ km}^2$
a) $1033899412000 \text{ km}^3$
b) $1082148051226,71 \text{ km}^3$
c) $1082699464246,4 \text{ km}^3$
d) $1082696932430 \text{ km}^3$

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. $6,93 \text{ m}^2$
2. $13,88 \text{ m}^2$
3. $176,52 \text{ m}^2$
4. $91,05 \text{ m}^3$
5. $157,2 \text{ m}^2$
6. $339,33 \text{ m}^2$
7. $387,3 \text{ m}^2$
8. $1,19 \text{ m}^3$
9. $263,93 \text{ m}^2$
10. $4552,12 \text{ m}^3$

No olvides enviar las actividades al tutor ►