

Ejercicios resueltos de trigonometría

1) Convierte las siguientes medidas de grados en radianes:

- | | |
|----------------|----------------|
| a) 45° | f) 225° |
| b) 60° | g) 150° |
| c) 180° | h) 135° |
| d) 270° | i) -90° |
| e) 30° | j) 720° |

2) Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de ángulos del primer cuadrante:

- a) $\text{sen } 150^\circ$
- b) $\text{cos } 210^\circ$
- c) $\text{sen } -60^\circ$
- d) $\text{tg } 200^\circ$
- e) $\text{cos } 240^\circ$
- f) $\text{tg } 800^\circ$

3) Sabiendo que $\text{sen } 80^\circ = 0,98$, calcula el resto de las razones trigonométricas sin usar la calculadora.

4) Sabiendo que $\text{cos } 20^\circ = 0,94$, calcula estas razones trigonométricas sin usar la calculadora.

- a) $\text{sen } 110^\circ$
- b) $\text{cos } 160^\circ$
- c) $\text{sen } 250^\circ$
- d) $\text{cos } -20^\circ$
- e) $\text{tg } 200^\circ$

5) Sabiendo que $\text{tg } 40^\circ = 0,84$, calcula el resto de las razones trigonométricas sin usar la calculadora.

6) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

- a) $\text{sen}^2 x - \text{cos}^2 x = 0$
- b) $\text{sen} x \cdot (\text{cos} x + \text{sen}^2 x) = \text{sen} x$

Soluciones

1) Convierte las siguientes medidas de grados en radianes:

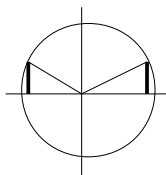
Recuerda que para convertir grados en radianes o viceversa sólo tienes que hacer una regla de tres: “si 360° son 2π radianes, n grados son x radianes”. O lo que es lo mismo, en este ejercicio, multiplicar la cantidad de grados por 2π y dividir entre 360° (normalmente el π se deja como letra, no se opera).

- a) $45^\circ = \pi/4$ rad
- b) $60^\circ = \pi/3$ rad
- c) $180^\circ = \pi$ rad
- d) $270^\circ = 3\pi/2$ rad
- e) $30^\circ = \pi/6$ rad
- f) $225^\circ = 5\pi/4$ rad
- g) $150^\circ = 5\pi/6$ rad
- h) $135^\circ = 3\pi/4$ rad
- i) $-90^\circ = -\pi/2$ rad
- j) $720^\circ = 4\pi$ rad

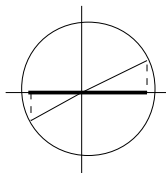
2) Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de ángulos del primer cuadrante:

En estos ejercicios conviene que dibujes la circunferencia con los ejes de coordenadas y representes un ángulo del primer cuadrante y el otro que se te pide, para poder comparar los senos (proyecciones verticales del ángulo) y los cosenos (proyecciones horizontales), con sus respectivos signos.

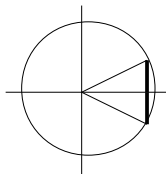
a) $\sin 150^\circ = \sin (180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ$



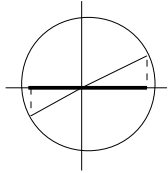
b) $\cos 210^\circ = \cos (180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ$



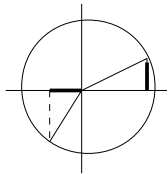
c) $\sin -60^\circ = -\sin (60^\circ)$



d) $\text{tg } 200^\circ = \frac{\text{sen}200^\circ}{\text{cos}200^\circ} = \frac{\text{sen } (180^\circ+20^\circ)}{\text{cos } (180^\circ+20^\circ)} = \frac{-\text{sen}20^\circ}{-\text{cos}20^\circ} = \text{tg}20^\circ$



e) $\text{cos } 240^\circ = \text{cos } (270^\circ - 30^\circ) = -\text{sen } 30^\circ$



f) $\text{tg } 800^\circ = \text{tg } (80^\circ)$ (dos vueltas enteras más 80°)

3) Sabiendo que $\text{sen } 80^\circ = 0,98$, calcula el resto de las razones trigonométricas sin usar la calculadora.

Partimos de la relación fundamental en trigonometría:

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$$

Como sabemos cuánto vale el seno, calculamos el coseno:

$$\begin{aligned}\text{sen}^2 80 + \text{cos}^2 80 &= 1 \\ 0,89^2 + \text{cos}^2 80 &= 1 \\ \text{cos}^2 80 &= 1 - 0,97 = 0,03 \\ \text{cos} 80 &= 0,17\end{aligned}$$

La tangente es sen/cos . Por lo tanto,

$$\text{tg} 80 = 0,89/0,17 = 5,24$$

(No coincide con la tangente hecha con calculadora, simplemente porque hemos perdido unos cuantos decimales por el camino)

Pregunta si el resto de las razones (secante, cosecante y cotangente) debes calcularlas. Si también te las pidieran, lo único que tienes que calcular son los inversos de los resultados anteriores.

4) Sabiendo que $\cos 20^\circ = 0,94$, calcula estas razones trigonométricas sin usar la calculadora.

Recuerda del ejercicio 2 cómo transformar en ángulos del primer cuadrante, y del ejercicio 3, cómo sacar el coseno cuando sabemos el seno o viceversa.

- a) $\sin 110^\circ = \cos 20^\circ = 0,94$
- b) $\cos 160^\circ = -\cos 20^\circ = -0,94$
- c) $\sin 250^\circ = -\cos 20^\circ = -0,94$
- d) $\cos -20^\circ = \cos 20^\circ = 0,94$
- e) $\tan 200^\circ = \sin 200^\circ / \cos 200^\circ = -\sin 20^\circ / -\cos 20^\circ = -0,34 / -0,94 = 0,36$

5) Sabiendo que $\tan 40^\circ = 0,84$, calcula el resto de las razones trigonométricas sin usar la calculadora.

Este ejercicio se parece al número 3, pero no puede resolverse de la misma manera, porque no conocemos ni el seno ni el coseno. Tenemos que hacer unos cuantos cálculos más. Empezamos con:

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \sin \alpha / \cos \alpha \\ \tan 40 &= \sin 40 / \cos 40 \\ 0,84 \cdot \cos 40 &= \sin 40\end{aligned}$$

Y esto lo llevamos a la otra relación fundamental:

$$\begin{aligned}\sin^2 40 + \cos^2 40 &= 1 \\ (0,84 \cdot \cos 40)^2 + \cos^2 40 &= 1\end{aligned}$$

Resolviendo esta ecuación llegamos a 0,77. Una vez sabido el coseno, calculamos el seno en la ecuación:

$$0,84 \cdot \cos 40 = \sin 40$$

O en

$$\sin^2 40 + \cos^2 40 = 1$$

Donde más te guste. También hay otra relación fundamental, que es $\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha$ con la que podemos calcular directamente la secante (que es la inversa del coseno), pero no aparece en todos los libros de texto.

6) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

La clave para resolver ecuaciones trigonométricas es convertir todas las razones a un mismo tipo (todos cosenos, por ejemplo), basándote en la relación fundamental $\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$.

a) $\text{sen}^2x - \text{cos}^2x = 0$

$$\text{sen}^2x - (1 - \text{sen}^2x) = 0$$

$$2\text{sen}^2x - 1 = 0$$

$$\text{sen}^2x = 1/2$$

$$\text{sen}x = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$$

Aquí es donde mucha gente se equivoca, porque si bien es cierto que el seno de 45° es ese valor, también el seno de 225° vale $\sqrt{2}/2$. Por lo tanto, nuestra solución debe ser

$$x = 45^\circ + k180^\circ$$

Es decir, 45° , más k veces 180° .

b) $\text{sen}x \cdot (\text{cos}x + \text{sen}^2x) = \text{sen}x$

$$\text{sen}x \cdot \text{cos}x + \text{sen}^3x = \text{sen}x$$

(dividiendo entre $\text{sen}x$ ambos términos)

$$\text{cos}x + \text{sen}^2x = 1$$

(cambiamos sen^2x por $1 - \text{cos}^2x$)

$$\text{cos}x + (1 - \text{cos}^2x) = 1$$

$$\text{cos}x + 1 - \text{cos}^2x = 1$$

$$-\text{cos}^2x + \text{cos}x = 0$$

Si cambiamos $\text{cos}x$ por otra variable ($\text{cos}x = t$), tendremos una ecuación de segundo grado bastante fácil:

$$-t^2 + t = 0$$

$$t(-t + 1) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 1$$

Deshacemos el cambio de variable, y calculamos los ángulos correspondientes que cumplen las igualdades:

$$\text{cos}x = 0 \rightarrow x \text{ vale } 90^\circ \text{ o } 270^\circ; \text{ por lo tanto, } x_1 = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\text{cos}x = 1 \rightarrow x \text{ vale } 0^\circ \text{ o } 360^\circ; \text{ por lo tanto, } x_2 = 0^\circ + k \cdot 360^\circ$$