

1. Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \quad \text{b) } \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} =$$

2. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{8} &= & \text{b) } \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{125} \sqrt{5}} &= \\ \text{c) } \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} &= & \text{d) } -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} &= \end{aligned}$$

3. Racionaliza y simplifica el resultado: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \quad \text{b) } \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \quad \text{b) } \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3}$$

$$\text{d) } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1$$

$$\text{c) } 3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4}$$

Sugerencia: hacer el discriminante
antes de utilizar la fórmula

$$\text{Dato: } \sqrt{1089} = 33$$

5. Para descargar un barco se han utilizado 4 camiones. El primero ha descargado $\frac{1}{6}$ de la carga; el segundo, la cuarta parte; el tercero, la quinta parte, y el cuarto, la tercera parte más 9 toneladas. ¿Cuántas toneladas transportaba el barco? **(1 punto)**

Soluciones:

$$1. \quad a) \quad \frac{18 \cdot 2^{-3} \cdot 9^3 \cdot 6^{-1}}{12^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 9^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot (3^2)^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-1}}{(2^2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot (3^2)^4 \cdot 3^5} = \frac{2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3} \cdot 3^6 \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-1}}{2^{-4} \cdot 3^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^8 \cdot 3^5} =$$

$$= \frac{2^{-3} \cdot 3^7}{2^{-4} \cdot 3^9} = 2 \cdot 3^{-2} = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}$$

$$b) \quad \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{2^8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^3}{2^3 \cdot \frac{3^2}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{2^2}{3}\right)^2} = \frac{2^8 \cdot \frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{3^6}{2^6}}{2^3 \cdot \frac{3^2}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \frac{2^4}{3^2}} = \frac{\frac{2^8 \cdot 3^8}{2^8}}{\frac{2^7 \cdot 3^5}{2^3 \cdot 3^2}} =$$

$$= \frac{\frac{2^8 \cdot 3^8}{2^8}}{\frac{2^7 \cdot 3^5}{2^3 \cdot 3^2}} = \frac{2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2^8 \cdot 2^7 \cdot 3^5} = \frac{2^{11} \cdot 3^{10}}{2^{15} \cdot 3^5} = \frac{3^5}{2^4} = \frac{243}{16}$$

$$2. \quad a) \quad \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{8} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} \sqrt{2^3} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \frac{1}{2} 2\sqrt{2} = \frac{3}{4} \sqrt{2} \sqrt{2} = \frac{3}{4} 2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$b) \quad \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[4]{125} \sqrt{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[4]{5^3} \sqrt{5}} = \sqrt[12]{\frac{5^8}{5^9 \cdot 5^6}} = \sqrt[12]{\frac{5^8}{5^{15}}} = \sqrt[12]{\frac{1}{5^7}}$$

$$c) \quad \sqrt{9 \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}} = \sqrt{3^2 \cdot \sqrt{3^3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt{\sqrt{3^7} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt{\sqrt[6]{3^{21}} \cdot \sqrt[3]{3^4}} \sqrt{\sqrt[6]{3^{25}}} =$$

$$= \sqrt[12]{3^{25}} = 3^{2\frac{1}{12}} \sqrt{3} = 9\sqrt[12]{3}$$

$$d) \quad -2\sqrt{27} + 4\sqrt{12} - \sqrt{300} + \sqrt{75} = -2\sqrt{3^3} + 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} =$$

$$= -2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 2\sqrt{3} - 2 \cdot 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 5\sqrt{3} =$$

$$= (-6 + 8 - 10 + 5)\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$3. \quad a) \quad \frac{3}{\sqrt[5]{27}} = \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{3} = \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{9}$$

$$b) \quad \frac{9}{2\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{2})(2\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{9(2\sqrt{5} + \sqrt{2})}{2^2(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{18\sqrt{5} + 9\sqrt{2}}{4 \cdot 5 - 2} = \frac{18\sqrt{5} + 9\sqrt{2}}{18} = \frac{18\sqrt{5}}{18} + \frac{9\sqrt{2}}{18} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4. \text{ a) } \frac{1}{2}(x-1) + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}(x-3) = x+1 \Rightarrow 3(x-1) + 8 - 2(x-3) = 6x+6 \Rightarrow$$

$$3x-3+8-2x+6 = 6x+6 \Rightarrow x+11 = 6x+6 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x=1$$

$$\text{b) } \frac{x+3}{14} - \frac{2x+1}{6} + \frac{x+3}{7} = \frac{3x-5}{14} + \frac{x-5}{3} \Rightarrow$$

$$3(x+3) - 7(2x+1) + 6(x+3) = 3(3x-5) + 14(x-5) \Rightarrow$$

$$3x+9-14x-7+6x+18 = 9x-15+14x-70 \Rightarrow -5x+20 = 23x-85 \Rightarrow$$

$$-5x-23x = -85-20 \Rightarrow -28x = -105 \Rightarrow x = \frac{-105}{-28} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

$$\text{c) } 3x^2 - 2x = \frac{-2x(x-3)}{4} \Rightarrow 12x^2 - 8x = -2x^2 + 6x \Rightarrow 14x^2 - 14x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(14x-14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 14x-14=0 \Rightarrow 14x=14 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x+1)(2x-1) + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3x = (2x)^2 - 1^2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{1}{9} + 3x = 4x^2 - 1 + 1 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 27x = 36x^2 - 9 + 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 36x^2 + 4x + 27x + 1 + 9 - 9 = 0 \Rightarrow -32x^2 + 31x + 1 = 0$$

$$\text{Hallemos el discriminante: } \Delta = 31^2 - 4 \cdot (-32) \cdot 1 = 961 + 128 = 1089$$

$$\text{Entonces: } x = \frac{-31 \pm \sqrt{1089}}{-64} = \frac{-31 \pm 33}{-64} = \begin{cases} x_1 = \frac{2}{-64} = -\frac{1}{32} \\ x_2 = \frac{-64}{-64} = 1 \end{cases}$$

5. Llamemos x a las toneladas transportaba el barco. Entonces:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x + 9 = x \Rightarrow 10x + 15x + 12x + 20x + 540 = 60x \Rightarrow 57x + 540 = 60x \Rightarrow$$

$$57x - 60x = -540 \Rightarrow -3x = -540 \Rightarrow x = \frac{-540}{-3} \Rightarrow x = 180$$

Por tanto, el barco transportaba 180 toneladas.