

Funciones

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x - 8$

b) $f(x) = \sqrt{4-2x}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-2x}}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$

e) $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$

g) $f(x) = \sqrt{4+2x}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$

j) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

k) $f(x) = \sqrt{\frac{-x+1}{x}}$

l) $f(x) = \frac{\sqrt{4-2x}}{x^2-9}$

m) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$

n) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x^2-5x+6}$

o) $f(x) = \frac{\sqrt{-2x^2+5x-3}}{x^2-9}$

p) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2x+6}}$

q) $f(x) = \frac{1}{7-3x}$

r) $f(x) = \frac{1}{4x^2-1}$

s) $f(x) = \frac{x^7-2}{x^2-4x+3}$

t) $f(x) = \frac{1}{x^3+1}$

u) $f(x) = \frac{x-1}{x^4-3x^2-4}$

v) $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

w) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

x) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}}$

y) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$

2. Dadas las siguientes funciones efectúa las operaciones que se indican, calculando en cada caso el dominio de la función resultante:

$f(x) = \frac{1}{x^2-4}$

$g(x) = x^2-6$

$h(x) = \frac{6x}{x^2-4}$

$p(x) = \sqrt{x+1}$

$j(x) = \frac{x-1}{x+1}$

$k(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

$l(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$

$m(x) = x-4$

$s(x) = \frac{3-x}{x-1}$

$r(x) = \frac{2x-1}{x+3}$

a) $g \circ m$

b) $m \circ g$

c) $f \circ m$

d) $m \circ j$

e) $p \circ r$

f) $p \circ j$

g) $s \circ p$

h) $r \circ s$

i) m^{-1}

j) j^{-1}

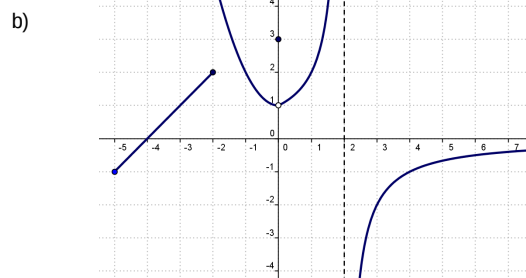
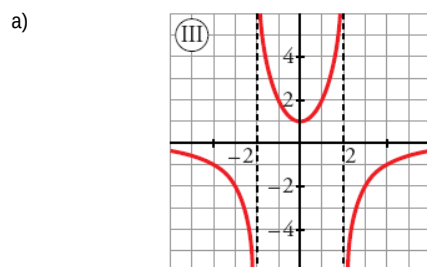
k) r^{-1}

l) s^{-1}

m) p^{-1}

n) g^{-1}

3. Obtener toda la información posible de las siguientes funciones:



4. Representa gráficamente las siguientes parábolas:

a) $f(x) = x^2 - x$

c) $f(x) = -2x^2 - 1$

e) $f(x) = -x^2 + 4x + 5$

b) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

d) $f(x) = -x^2 + 2x - 2$

5. A partir de la gráfica de $y=x^2$ dibuja las siguientes gráficas sin dar valores y explicando lo que haces:

a) $f(x) = (x-3)^2 + 2$

c) $f(x) = -(x+1)^2 - 2$

b) $f(x) = -x^2 + 6$

d) $f(x) = x^2 + 5$

6. A partir de la gráfica de $y=1/x$ representa gráficamente las siguientes funciones racionales sin dar valores y explicando lo que haces:

a) $f(x) = -\frac{1}{x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

e) $f(x) = \frac{1}{x+5}$

b) $f(x) = \frac{1}{x} - 2$

d) $f(x) = \frac{1}{x-2} + 4$

7. Representa gráficamente las siguientes funciones radicales a partir de la gráfica de $y = \sqrt{x}$

a) $f(x) = -2 + \sqrt{x-1}$

b) $f(x) = -\sqrt{x+2} + 4$

c) $f(x) = \sqrt{x-1} + 7$

8. Dibuja las siguientes funciones racionales estudiando previamente sus asíntotas horizontales y verticales y dando posteriormente los valores que necesites

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ b) $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$

9. Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos, estudiando previamente los límites en los puntos conflictivos y su continuidad:

a) $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq -2 \\ 1-x & \text{si } -2 < x < 0 \\ x^2+1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2-1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -x & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -5 & \text{si } x < -4 \\ -x^2-2x+3 & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ x-3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x < 1 \\ -2x+4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

10. Dibuja las siguientes funciones a trozos

a) $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

11. Dibuja la gráfica de la siguiente función y halla su expresión analítica como una función a trozos

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \leq 3 \\ x-3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Soluciones

1) a) $D=\mathbb{R}$; b) $D=(-\infty, 2]$; c) $D=(-\infty, 2)$; d) $D=\mathbb{R}$; e) $D=[2, 3]$; f) $D=(\infty, 0) \cup [1, \infty)$; g) $D=[-2, \infty)$
h) $D=(-2, 2)$; i) $D=(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$; j) $D=(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$; k) $D=(0, 1]$; l) $D=(-\infty, 2] - \{-3\}$
m) $D=(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$; n) $D=\mathbb{R} - \{2, 3\}$; o) $D=[2, 3]$; p) $D=(-\infty, -3) \cup [1, \infty)$; q) $D=\mathbb{R} - \{7/3\}$
r) $D=\mathbb{R} - \{-1/2, 1/2\}$; s) $D=\mathbb{R} - \{1, 3\}$; t) $D=\mathbb{R} - \{-1\}$; u) $D=\mathbb{R} - \{-2, 2\}$; v) $S=(-\infty, -3] \cup (2, \infty)$
w) $D=[-1, \infty) - \{4\}$; x) $D=(1, -\infty)$; y) $D=(-\infty, -2] \cup (2, -\infty)$

2. a) $(g \circ m)(x) = (x - 4)^2 - 6$; b) $(m \circ g)(x) = x^2 - 10$; c) $(f \circ m)(x) = \frac{1}{(x - 4)^2 - 4}$

d) $(m \circ j)(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right) - 4$; e) $(p \circ r)(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x+3}} + 1$; f) $(p \circ j)(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + 1$;

g) $(s \circ p)(x) = \frac{3 - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1}$; h) $(r \circ s)(x) = \frac{2 \cdot \left(\frac{3-x}{x-1}\right) - 1}{\left(\frac{3-x}{x-1}\right) + 3}$; i) $m^{-1}(x) = x + 4$; j) $j^{-1}(x) = \frac{-1-x}{x-1}$

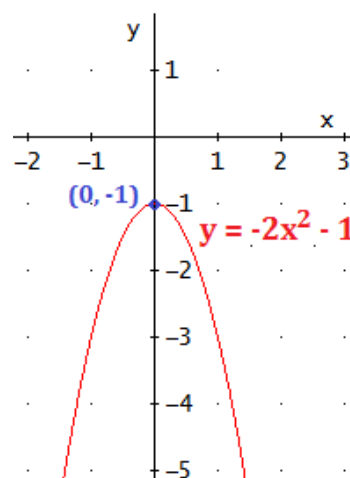
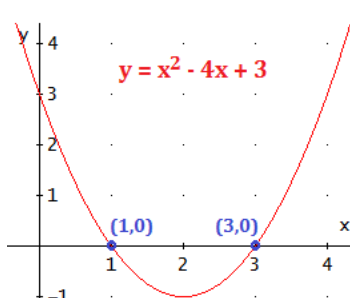
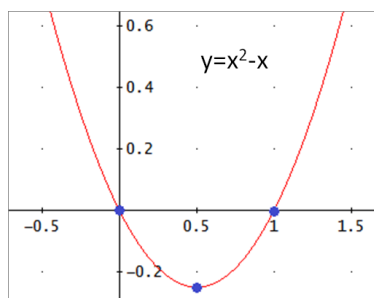
k) $r^{-1}(x) = \frac{-1-3x}{x-2}$; l) $s^{-1}(x) = \frac{3+x}{x+1}$; m) $p^{-1}(x) = x^2 - 1$; n) $g^{-1}(x) = \sqrt{x+6}$

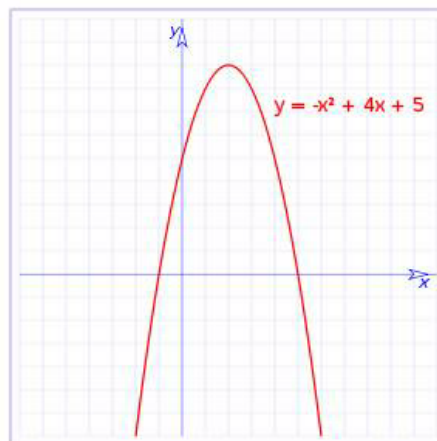
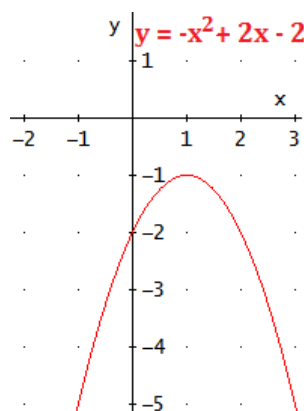
3) a) $D=\mathbb{R} - \{-2, 2\}$; $\text{Im}=\mathbb{R}$; decrec $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$; crec $(0, 2) \cup (2, \infty)$; $x=0$ mínimo relativo; Cóncava $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$, convexa $(-2, 2)$. No tiene raíces, Asíntota vertical en $x=-2$ y en $x=2$, asíntota horizontal $y=0$

B

b) $D=[-5, \infty) - \{2\}$; $\text{Im}=\mathbb{R}$; raíces $x=-4$; crec $(-5, -2) \cup (0, 2) \cup (2, \infty)$, decrec $(-2, 0)$; $x=0$ mínimo relativo; convexa en $(-2, 2)$, c-convexa en $(2, \infty)$; asíntota vertical $x=2$; asíntota horizontal $y=0$ por la derecha.

4





5. A) La gráfica $y=x^2$ sufre una traslación horizontal hacia la derecha de 3 unidades y una vertical de 2 unidades hacia arriba
- B) Se hace primero la gráfica de $y=-x^2$ (simétrica de $y=x^2$ respecto al eje OX) y despues ésta se traslada verticalmente 6 unidades hacia arriba
- C) La gráfica de $y=-x^2$ se traslada horizontalmente 1 unidad a la izquierda y verticalmente 2 unidades hacia abajo
- D)La gráfica $y=x^2$ se traslada verticalmente 5 unidades hacia arriba
- 6) a) la gráfica es simétrica de $y=1/x$ respecto al eje OX
- b)la gráfica $y=1/x$ se traslada verticalmente hacia abajo 2 unidades
- c)la gráfica $y=1/x$ se traslada horizontalmente 1 unidad a la derecha
- D) la gráfica $y=1/x$ se traslada horizontalmente 2 unidades a la derecha y verticalmente 4 unidades hacia arriba
- e)la gráfica $y=1/x$ se traslada horizontalmente 5 unidades a la izquierda
7. A) La gráfica $y=\sqrt{x}$ se tralada verticalmente 2 unidades hacia abajo y horizontalmente 1 unidad a la derecha
- B) la gráfica $y=-\sqrt{x}$ (simétrica de $y=\sqrt{x}$ respecto al eje OX) se traslada horizontalmente 2 unidades a la izquierda y verticalmente 4 unidades hacia arriba.
- c)La gráfica $y=\sqrt{x}$ se tralada verticalmente 7 unidades hacia arriba y horizontalmente 1 unidad a la derecha
8. A) AH $y=2$, AV $x=-1$; b) AH $y=1$, AV $x=2$