

Radicales

1.- Reducir a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{7}$ b) $\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{a^4}$ c) $\sqrt{b}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{ab}$
 Sol: a) $\sqrt[12]{4^4}, \sqrt[12]{5^6}, \sqrt[12]{7^3}$ b) $\sqrt[12]{a^9}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{a^4}$ c) $\sqrt[12]{b^6}, \sqrt[12]{a^4}, \sqrt[12]{b^3 \cdot a^3}$

2.- Extraer factores de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{8}$ b) $\sqrt[3]{16}$ c) $\sqrt{\frac{27}{4}}$ d) $4\sqrt{8b^3a^7}$
 e) $\sqrt[3]{\frac{729}{512}}$ f) $\sqrt[3]{-125}$ g) $\sqrt[3]{\frac{b^6}{216}}$ h) $\sqrt[3]{\frac{-1}{27b^6}}$
 i) $\sqrt[5]{\frac{-32}{b^{10}}}$ j) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$ k) $\sqrt{4x^6y^{12}}$ l) $\sqrt[4]{14641}$

Sol: a) $2\sqrt{2}$; b) $2\sqrt[3]{2}$; c) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$; d) $8a^3 \cdot b\sqrt{2ab}$; e) $\frac{9}{8}$; f) -5 ; g) $\frac{b^2}{6}$;

h) $-\frac{1}{3b^2}$; i) $-\frac{2}{b^2}$; j) $\frac{6}{7}$; k) $2x^3y^6$; l) 11

3.- Introduce los factores en el radical y simplifica:

a) $2x\sqrt{x}$ b) $3\sqrt[3]{3}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ d) $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{27}}x$
 e) $\frac{4x}{3}\sqrt{\frac{9}{4}xy}$ f) $3mx^2\sqrt{\frac{1}{3}mx}$ g) $\frac{2a}{3}\sqrt[3]{\frac{9a}{16}}$ h) $\frac{7}{2}\sqrt{\frac{8}{21}}$

Sol: a) $\sqrt{4x^3}$; b) $\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$; d) $\sqrt{\frac{x}{96}}$; e) $\sqrt{4x^3y}$; f) $\sqrt{3m^2x^5}$; g) $\sqrt[3]{\frac{a^4}{6}}$; h) $\sqrt{\frac{14}{3}}$

4.- Simplifica:

a) $\sqrt[3]{81b^7}$ b) $\sqrt{128m^{10}}$ c) $\sqrt[7]{256b^{14}c^{11}}$
 d) $\sqrt[4]{b^7m^3}$ e) $\sqrt{2,7b^3}$ f) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}b^7m^{45}}$
 g) $\sqrt[3]{0,001b^7}$ h) $\sqrt{324b^3x}$ i) $\sqrt[3]{\frac{8}{729}b^5m^{14}}$
 j) $\sqrt[5]{125m^{10}c^{13}b^7}$ k) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}m^{12}b^{15}c}$ l) $\sqrt[5]{1024m^{37}c^{18}}$

Sol: a) $3b^2\sqrt[3]{3b}$; b) $2m^2\sqrt{4}$; c) $2b^2c\sqrt[7]{2c^4}$; d) $b^4\sqrt[4]{b^3m^3}$; e) $\frac{5}{3}b\sqrt{b}$; f) $\frac{b}{3}m^9\sqrt[5]{b^2}$; g) $\frac{b^2}{10}\sqrt[3]{b}$;
 h) $18b\sqrt{bx}$; i) $\frac{2}{9}bm^4\sqrt[3]{b^2m^2}$; j) $m^2c^2b\sqrt[5]{5^3c^3b^2}$; k) $\frac{6}{7}m^4b^5\sqrt[3]{c}$; l) $4m^7c^3\sqrt[5]{m^2c^3}$

5.- Reducir al máximo los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{3^4}$ b) $\sqrt[10]{7^{18}}$ c) $\sqrt[20]{\left(\frac{3}{2}\right)^5}$ d) $\sqrt[16]{\frac{x^8y^{24}}{3^{32}}}$
 Sol: a) $\sqrt[3]{3^2}$ b) $7\sqrt[5]{7^4}$ c) $\sqrt[4]{\frac{3}{2}}$ d) $\frac{y\sqrt{xy}}{3^2}$

6.- Decir si los siguientes radicales son semejantes:

a) $3\sqrt{2}, \sqrt{18}$ b) $2\sqrt{3}, \sqrt{243}, \sqrt{75}$ c) $\sqrt[3]{125a^4}, \sqrt[3]{27a^7}$
 Sol: Todos si

7.- Calcular los siguientes productos:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{7}$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{10}$ c) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[6]{a^3b^2}$
 Sol: a) $\sqrt[12]{2^4 \cdot 7^3}$ b) $\sqrt[12]{3^6 \cdot 5^4 \cdot 10^3}$ c) $a\sqrt[2]{a^2b^2}$

8.- Calcular los siguientes cocientes:

a) $\frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[6]{4}}$ b) $\frac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[4]{9}}$ c) $\frac{\sqrt[6]{125}}{\sqrt[4]{25}}$ d) $\frac{15\sqrt{32}}{3\sqrt{2}}$
 Sol: a) $\sqrt[12]{2^5}$ b) 1 c) 1 d) 20

9.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $(2 + \sqrt{7})(7 - \sqrt{7})$ b) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$

c) $\sqrt{8}(\sqrt{2} - 5\sqrt{6} + \sqrt{18})$ d) $(2\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(7\sqrt{3} - 2)$

e) $\sqrt{\sqrt{13} + 3} \cdot \sqrt{\sqrt{13} - 3}$ f) $(9\sqrt{5} - 7)(9\sqrt{5} + 7)$

Sol: a) $7 + 5\sqrt{7}$ b) 2 c) $16 - 20\sqrt{3}$ d) $42 - 4\sqrt{3} + 35\sqrt{6} - 10\sqrt{2}$ e) 2 f) 356

10.- Calcular las siguientes sumas:

a) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$ b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{64}$

c) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \frac{1}{\sqrt{8}}$

Sol: a) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ b) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ c) $-\frac{1}{4}(23\sqrt{2} - 24)$

11.- Realiza las siguientes sumas:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

c) $6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$

e) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - 3\sqrt{32}$ f) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486}$

g) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + 6\sqrt{300} - \sqrt{108}$ h) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{3ab^4}$

Sol: a) $5\sqrt{2}$; b) 0; c) $3\sqrt{2}$; d) $14\sqrt{5}$; e) $8\sqrt{2}$; f) $6\sqrt{6}$; g) $47\sqrt{3}$; h) $(5ab + b^2)\sqrt{3a}$

12.- Opera:

a) $2\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 5\sqrt{180} + 3\sqrt{125}$ b) $\frac{1}{4}\sqrt{128} + 6\sqrt{512} - \frac{1}{2}\sqrt{32} - 3\sqrt{98}$

c) $\frac{2}{5}\sqrt{20} - \frac{3}{5}\sqrt{80} + \frac{1}{2}\sqrt{180} + 6\sqrt{45}$ d) $\frac{4}{3}\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{243} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

e) $5\sqrt{44} - 3\sqrt{275} + 6\sqrt{396} - \sqrt{1331}$ f) $7\sqrt{28} - 4\sqrt{63} + 5\sqrt{343} - 2\sqrt{7}$

Sol: a) $5\sqrt{5}$; b) $75\sqrt{2}$; c) $\frac{97}{5}\sqrt{5}$; d) $-2\sqrt{3}$; e) $20\sqrt{11}$; f) $35\sqrt{7}$

13.- Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{a}{\sqrt{m}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{a}{a + \sqrt{b}}$ d) $\frac{2}{\sqrt{3} - 1}$

e) $\frac{5}{2\sqrt[3]{5}}$ f) $\frac{m}{q\sqrt[5]{m^2}}$ g) $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ h) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

i) $\frac{\sqrt{3+a}}{\sqrt{3-a}}$ j) $\frac{3}{5\sqrt[3]{3^2}}$ k) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$ l) $\frac{2\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{2\sqrt{y} - 2\sqrt{x}}$

m) $\frac{4}{\sqrt{5} - 1}$ n) $\frac{3}{3 + \sqrt{6}}$ ñ) $\frac{3}{4 - \sqrt{13}}$ o) $\frac{a + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

p) $\frac{3}{2\sqrt[4]{3^3}}$ q) $\frac{7}{3\sqrt[6]{7^4}}$ r) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ s) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$

Sol: a) $\frac{a\sqrt{m}}{m}$; b) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{a^2 - a\sqrt{b}}{a^2 - b}$; d) $1 + \sqrt{3}$; e) $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{2}$; f) $\frac{\sqrt[5]{m^3}}{q}$; g) $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

h) $4 + \sqrt{15}$; i) $\frac{\sqrt{9-a^2}}{3-a}$; j) $\frac{\sqrt[5]{3^3}}{5}$; k) $\frac{a+x+2\sqrt{ax}}{x-a}$; l) -1 ; m) $\sqrt{5} + 1$; n) $\frac{\sqrt{6}}{3}$;

ñ) $-\frac{\sqrt{13}}{3}$; o) $\frac{(a+b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b}$; p) $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$; q) $\frac{\sqrt[6]{7^2}}{3}$; r) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$; s) -1

14.- Calcular el valor de estas expresiones:

a) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1} - \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$ b) $\frac{3}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + 1} - \frac{5}{\sqrt{6} + 1}$

c) $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2} + 1} - \frac{6}{\sqrt{7} + 1}$ d) $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7} - 2} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

Sol: a) -2; b) 0; c) 2; d) -4

15.- Calcula:

$2\sqrt{8} - 3\sqrt[4]{64} + 5\sqrt[3]{32} - 2\sqrt[5]{128} - 3\sqrt[10]{32768}$

Sol: $-2\sqrt{2}$

16.- Calcula y simplifica estas expresiones:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{125}{27}} & \text{b)} \frac{12}{35} \cdot \sqrt{\frac{98}{5}} \cdot \sqrt{\frac{125}{8}} \\ \text{c)} \frac{21}{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}} & \text{d)} \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}} \cdot \sqrt{\frac{14}{15}} \cdot \sqrt{\frac{21}{11}} \end{array}$$

Sol: a) $\frac{5}{3}$ b) 6 c) $\sqrt{\frac{63}{5}}$ d) $\frac{21}{5} \sqrt{\frac{1}{11}}$

17.- Calcula:

$$\text{a)} \frac{(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{\sqrt{6}} \quad \text{b)} \frac{(2\sqrt{5}+3\sqrt{10}) \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{5})}{4-\sqrt{2}}$$

$$\text{c)} \frac{(4\sqrt{6}+2\sqrt{3})(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})}{2(10-\sqrt{2})} \quad \text{d)} \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Sol: a) 1; b) 5; c) 3; d) -1

18.- Calcula:

$$\text{a)} \frac{(2\sqrt{45}+\frac{3}{2}\sqrt{72}) \cdot (2\sqrt{5}-3\sqrt{2}) \cdot 10\sqrt{5}}{2\sqrt{180}}$$

$$\text{b)} \frac{(2\sqrt{54}-6\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{\sqrt{1+\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{36}}}$$

$$\text{c)} \left(\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}-1} - \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}+1} \right) \cdot \frac{5\sqrt{24}}{8}$$

$$\text{d)} \left(\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2\sqrt{6}+\sqrt{3}} \right) \cdot 14\sqrt{2}$$

$$\text{e)} \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \right)^2 : 6$$

$$\text{f)} \frac{\left(5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} \right) \cdot \left(4\sqrt{2} - 3\sqrt{\frac{1}{2}} \right)}{\frac{1}{8}}$$

$$\text{g)} \frac{(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{3}-2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{24}}$$

$$\text{h)} \frac{\frac{3}{4}\sqrt{6} - 4\sqrt{\frac{27}{32}} + 5\sqrt{\frac{75}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{8}}}$$

Sol: a) 5; b) 9; c) 5; d) $16\sqrt{6}$; e) 2; f) -130; g) 0; h) 47

19.- Calcula:

$$\text{a)} \frac{\sqrt{2} + \sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{8}} \quad \text{b)} \frac{3\sqrt{15} - 4\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{60}}{2\sqrt{\frac{3}{20}}}$$

Sol: a) 10; b) 21

20.- Calcula:

$$\text{a)} \left(\frac{\frac{1}{4}\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{27}} \right)^{-2} \quad \text{b)} \frac{\sqrt{10} - \sqrt{\frac{8}{5}} + \sqrt{40}}{\frac{1}{\sqrt{10}}}$$

Sol: a) 3; b)

21.- Calcula:

$$\text{a)} \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right) : \sqrt{8} \quad \text{b)} \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$$

Sol:

22.- Calcula:

$$\frac{(3\sqrt{6}+5\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{54}-3\sqrt{27})}{1+2\sqrt{2}}$$

Sol:

23.- Calcula:

$$\frac{(2\sqrt{150}+2\sqrt{8}) \cdot (5\sqrt{6}-2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{10082}}$$

Sol:

24.- Calcula:

$$\frac{(3\sqrt{20}+2\sqrt{27}) \cdot (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\frac{1}{4}\sqrt{6} \cdot \frac{2}{5}\sqrt{150}}$$

Sol:

25.- Calcula:

$$\text{a)} \frac{9\sqrt{72}-3\sqrt{18}+12\sqrt{98}}{\sqrt{\frac{9}{2}}}; \quad \text{b)} \frac{6\sqrt{18}-3+9\sqrt{98}}{\sqrt{\frac{9}{2}}}$$

Sol:

26.- Calcula:

$$\frac{2\sqrt{72}-3\sqrt{50}+4\sqrt{32}+2\sqrt{98}}{\frac{54}{25}\sqrt{\frac{25}{2}}}$$

Sol:

27.- Calcula:

$$\text{a)} \frac{4\sqrt{80}-\sqrt{20}+5\sqrt{125}-5\sqrt{5}}{17\sqrt{\frac{1}{5}}} \quad \text{b)} \sqrt[3]{\frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{-2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{64}\right)^{-2}}}{0,25}}$$

Sol: a) 10; b) 24

28.- Calcula:

$$\frac{[(4\sqrt{50}-3\sqrt{72}) \cdot (5\sqrt{2}+\sqrt{18})] \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}$$

Sol:

29.- Calcula:

$$\text{a)} \left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{a^2b^3}}} \right)^8; \quad \text{b)} \left(\sqrt[4]{\left(\sqrt[3]{(\sqrt{ab})^5} \right)^6} \right)^2$$

$$\text{c)} \sqrt[3]{a^4b^6\sqrt{a^3b^2}}; \quad \text{d)} \sqrt{abc^4\sqrt{a^3b^3c^2}} \cdot \sqrt[3]{a^5b^5}$$

$$\text{e)} \sqrt[3]{a^4b^6\sqrt{a^3b^2}}; \quad \text{f)} \left(\sqrt{(1+x)} \sqrt[6]{(1+x)^2} \right)^3$$

$$\text{g)} \sqrt[3]{a^2b^5\sqrt[4]{a^3b^7\sqrt{a^5b^5\sqrt{a^7b^3}}}}$$

Sol: g) $b^{24}\sqrt[3]{a^{22}b^{21}}$