

Logaritmos

1.- Calcular:

- | | | | |
|-------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\log_2 8$ | f) $\log_2 0,25$ | k) $\log_4 64 + \log_8 64$ | o) $\log 3 / \log 81$ |
| b) $\log_3 9$ | g) $\log_{0,5} 16$ | l) $\log 0,1 - \log 0,01$ | p) $\log_2 3 \times \log_3 4$ |
| c) $\log_4 2$ | h) $\log_{0,1} 100$ | m) $\log 5 + \log 20$ | q) $\log_9 25 \div \log_3 5$ |
| d) $\log_{27} 3$ | i) $\log_3 27 + \log_3 1$ | n) $\log 2 - \log 0,2$ | r) $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ |
| e) $\log_5 0,2$ | j) $\log_5 25 - \log_5 5$ | ñ) $\log 32 / \log 2$ | s) $\log_{\sqrt{2}} 2$ |

Sol: a) 3; b) 2; c) 0,5; d) 1/3; e) -1; f) -2; g) -4; h) -2; i) 3; j) 1; k) 5; l) 1; m) 2; n) 1; ñ) 5; o) 0,25; p) 2; q) 1; r) 2/3; s) 2

2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
| a) $\log_3 81 = x$ | g) $\log_x 25 = -2$ | m) $\log_4 64 = (2x - 1) / 3$ |
| b) $\log_5 0,2 = x$ | h) $\log_{2x+3} 81 = 2$ | n) $\log_6 [4(x - 1)] = 2$ |
| c) $\log_2 16 = x^3 / 2$ | i) $x + 2 = 10^{\log 5}$ | ñ) $\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$ |
| d) $\log_2 x = -3$ | j) $x = 10^{4 \log 2}$ | o) $x = \log 625 / \log 125$ |
| e) $\log_7 x = 3$ | k) $x = \log 8 / \log 2$ | p) $\log(x + 1) / \log(x - 1) = 2$ |
| f) $\log_x 125 = 3$ | l) $\log_{9/16} x = 3/2$ | q) $\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0,5$ |

Sol: a) 4; b) -1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; ñ) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10

3.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$ b) $\log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}}$ c) $\log_5 \frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}$ d) $\log_7 \frac{49 \cdot \sqrt[3]{343}}{\sqrt{2401}}$

Sol: a) -3; b) 1; c) 0; d) 1

4.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir estas expresiones a un solo logaritmo:

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\log a + \log b$ | f) $\log 2 + \log 3 + \log 4$ | k) $\frac{1}{2} \log x - \frac{1}{3} \log y + \frac{1}{4} \log z$ |
| b) $\log x - \log y$ | g) $\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c$ | l) $\log(a - b) - \log 3$ |
| c) $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$ | h) $\frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b$ | m) $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$ |
| d) $\log a - \log x - \log y$ | i) $\log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$ | n) $\frac{p}{n} \log a + \frac{q}{n} \log b$ |
| e) $\log p + \log q - \log r - \log s$ | j) $\log(a + b) + \log(a - b)$ | ñ) $\log_a ac + \log_d d^3 + \log_b b - \log_a c$ |

Sol: a) $\log(a \cdot b)$; b) $\log(x/y)$; c) $\log \sqrt{xy}$; d) $\log \left(\frac{a}{xy} \right)$; e) $\log \left(\frac{pq}{rs} \right)$; f) $\log 24$; g) $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{bc}}$; h) $\log \sqrt{a^3 \cdot b^5}$; i) $\log \frac{a\sqrt{b}}{c^2}$; j) $\log(a^2 \cdot b^2)$; k) $\log \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[4]{z} \right)$; l) $\log \frac{a-b}{3}$; m) $\log \left(\frac{a}{b^4} \cdot \sqrt{\frac{c}{d^2}} \right)$; n) $\log \sqrt[p]{a^p \cdot b^q}$; ñ) 5

5.- Sabiendo que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,48$ calcula los siguientes logaritmos:

- | | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $\log 4$ | 5) $\log 12$ | 09) $\log 25$ | 13) $\log 45$ |
| 2) $\log 5$ | 6) $\log 15$ | 10) $\log 30$ | 14) $\log 60$ |
| 3) $\log 6$ | 7) $\log 18$ | 11) $\log 36$ | 15) $\log 72$ |
| 4) $\log 8$ | 8) $\log 24$ | 12) $\log 40$ | 16) $\log 75$ |

Sol: 1) 0,6; 2) 0,7; 3) 0,78; 4) 0,9; 5) 1,08; 6) 1,18; 7) 1,26; 8) 1,38; 9) 1,4; 10) 1,48; 11) 1,56; 12) 1,6; 13) 1,66; 14) 1,78; 15) 1,86; 16) 1,88

6.- Conociendo los valores de $\log 2$ y de $\log 3$, halla los valores de las siguientes expresiones:

a) $\log 14,4$ **c)** $\log 3600$ **e)** $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$ **g)** $\log(\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,6})$
b) $\log 0,048$ **d)** $\log \sqrt{5,76}$ **f)** $\log \frac{1}{6561}$ **h)** $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$

Sol: a) $4\log 2 + 2\log 3 - 1$; b) $4\log 2 + \log 3 - 3$; c) $2(\log 2 + \log 3) + 2$; d) $3\log 2 + \log 3 - 1$; e) $\frac{1}{2} + 3/2 \log 3 - 13/2 \log 2$; f) $-8\log 3$; g) $9/2 \log 2 - 1$; h) $2/3 \log 3 - 1/3 \log 2$

7.- Expresa en forma de logaritmo cada igualdad:

a) $4^x = 16$ **b)** $10^x = 1,48$ **c)** $a^x = \frac{b \cdot c}{d}$ **d)** $p^x = \frac{a+b}{a-b}$ **e)** $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{27}{8}$

Sol: a) $\log_4 16 = x$ b) $\log_{10} 1,48 = x$ c) $\log_a \frac{b \cdot c}{d} = x$ d) $\log_p \frac{a+b}{a-b} = x$ e) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} = x$

8.- Expresa en la forma exponencial las siguientes igualdades:

a) $\log_a x = y$ **b)** $\log_{10} 1000 = x$ **c)** $\log_a a^2 = 2$ **d)** $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$
e) $\log_{\frac{p}{q}} q = -1$ **f)** $\log_{x-y} (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 3$

Sol: a) $a^y = x$; b) $10^x = 1000$; c) $a^2 = a^2$; d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; e) $p = q^2$; f) $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

9.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

1) $\log 4x = 3 \cdot \log 2 + 4 \cdot \log 3$ **7)** $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$
2) $\log(2x-4) = 2$ **8)** $2 \cdot \log(3x-4) = \log 100 + \log(2x+1)^2$
3) $2 \cdot \log(3-x) = -1$ **9)** $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x+1) = 2$
4) $\log(x+1) + \log x = \log(x+9)$ **10)** $\log^2 x - 3\log x = 2$
5) $\log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$ **11)** $2 \cdot \log(x+5) = \log(x+7)$
6) $\log(x^2 + 15) = \log(x+3) + \log x$ **12)** $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

Sol: 1) 162; 2) 52; c) No; 4) ± 3 ; 5) 4 y 1; 6) 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3$ **b)** $2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{1}{2}$ **c)** $\log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2$ **d)** $e^x - 6e^{-x} = 1$
e) $\log 2 + \log(11-x^2) = 2\log(5-x)$ **f)** $\log_3(3^x - 8) = 2 - x$ **g)** $3^x - 3^{1-x} = 2$ **h)** $2^{2x} - 2^x = 12$
i) $3\log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$ **j)** $\log_{2x+1}\left(\frac{x^4+2}{2x+1}\right) = 1$ **k)** $3^{2x+1} - 5 = 11$ **l)** $7^{3x-2} = 1$

Sol: a) $x = 7$ b) $x = -1 - \frac{\log 3}{\log 2}$ c) $x = \frac{10}{17}$ d) $x = \ln 3$ e) $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$ f) $x = 2$ g) $x = 1$ h) $x = 2$ i) $x = 6$ j) $x = \frac{1}{4}$ k) $x = \frac{2\log 2}{\log 3} - \frac{1}{2}$ l) $x = \frac{2}{3}$

11.- Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$ **b)** $\log x^2 = -2$ **c)** $7^x = 115$ **d)** $5^{-x} = 3$

Sol: a) 4,19; b) 0,1; c) 2,438; d) -0,683