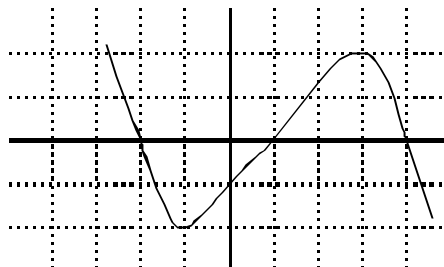


FUNCIONES

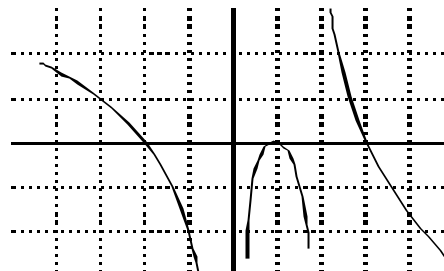
1. Representa gráficamente una función que:
- corta a los ejes en los puntos: (0,-1), (-2,0), (1,0) y (4,0)
 - tiene un mínimo en el punto (-1,-2)
 - tiene un máximo en el punto (3,2)

Solución:



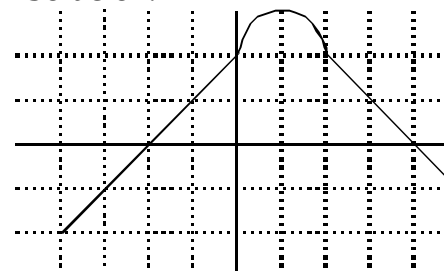
2. Representa gráficamente una función que:
- tiene asíntotas verticales en $x = 0$ y $x = 2$
 - tiene un máximo en (1,0)
 - $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +4$
 - $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$
 - corta a los ejes en los puntos: (1,0), (-2,0), (3,0)

Solución:



3. Representa gráficamente la función que:
- tiene un máximo en el punto (1,3)
 - corta a los ejes en los puntos: (0,2), (4,0) y (-2,0)
 - entre 0 y 2 está definida mediante una parábola
 - Pasa por el punto (2,2)
 - En el intervalo (2, +4) es una recta
 - En el intervalo (-4,0) es la recta $y = x + 2$

Solución:

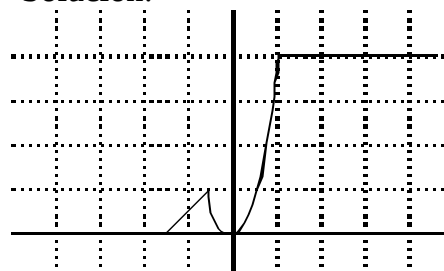


4. Representa y estudia la continuidad de la función $f(x)$, y también de $|f(x)|$ (valor absoluto de $f(x)$).

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } -3 \leq x < -1 \\ 2x^2 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 8 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

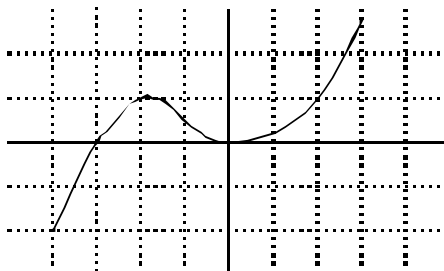
Sol: Continua en $[-3, +4)$

Solución:



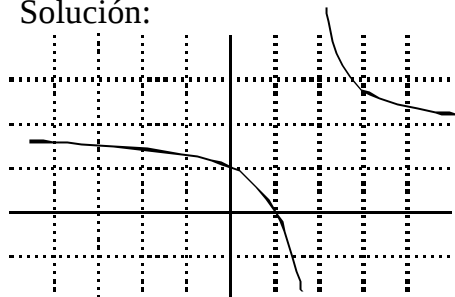
5. De una función conocemos los siguientes datos:
- es creciente de -4 a -2 y de 0 a +4 y decreciente de -2 a 0
 - Corta a los ejes en los puntos (-3,0), (0,0)
- Dibuja aproximadamente la representación de esta función

Solución:



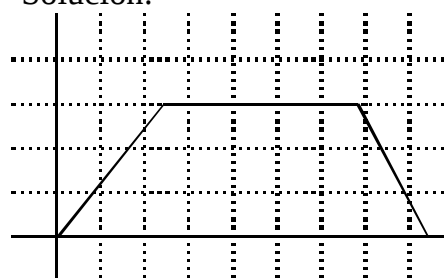
6. Representa la gráfica de una función que tiene dos asíntotas verticales en $x = 0$ y $x = 2$; tiene una asíntota horizontal en $y = 2$; corta a los ejes en los puntos $(1,0)$ y $(0,1)$, pasa por el punto $(3,3)$ y es siempre decreciente.

Solución:



7. Representa gráficamente la velocidad de un coche que, partiendo del reposo, primero acelera, sigue durante un rato a velocidad constante y luego decelera hasta llegar a parar.

Solución:



8. Encuentra los puntos de intersección con los ejes de $y = x + 2$. Dibuja la gráfica aproximada de esta función.
SOL: $(0,2)$, $(-2,0)$

9. Halla los puntos de intersección con los ejes y dibuja de forma aproximada las gráficas de las siguientes funciones: a) $y = x^2 - 3x$; b) $y = (x + 1)(x + 3)$; c) $y = x(x - 1)(x + 2)$.

SOL: a) $x = 0$, $x = 3$; b) $x = -1$, $x = -3$; c) $x = 0$, $x = 1$, $x = -2$

10. La función $y = \frac{(x-1) \cdot (x+3)}{x-2}$ tiene una asíntota vertical: $x = 2$. ¿Cuál es su dominio?. Halla los puntos de intersección con los ejes e intenta dibujar la gráfica.

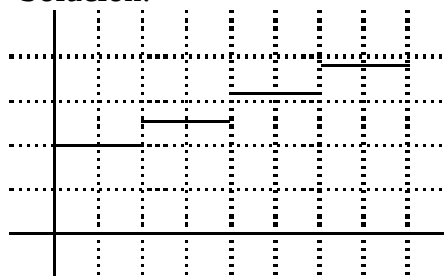
SOL: Dom: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; Cortes: $(1,0)$, $(-3,0)$

11. Calcula el dominio y los puntos de intersección con los ejes de las funciones:

a) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$ b) $y = \sqrt{x^2 - 9}$

Sol: a) $(-2,0)$, $(2,0)$, dom: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; b) $(-3,0)$, $(3,0)$, dom: $[-4, -3] \cup [3, +4)$

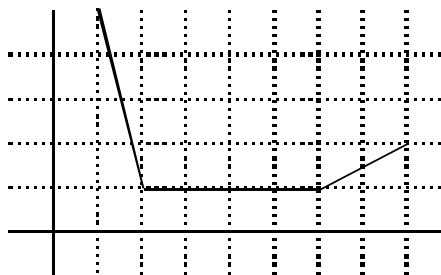
Solución:



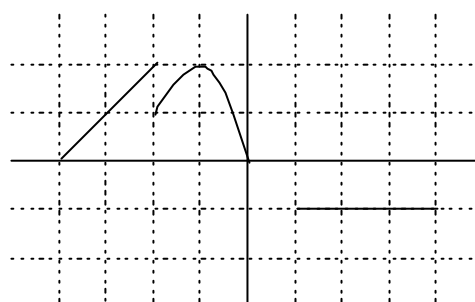
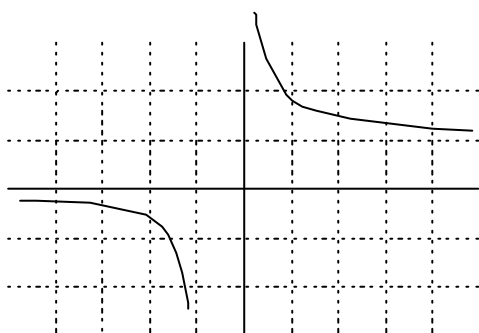
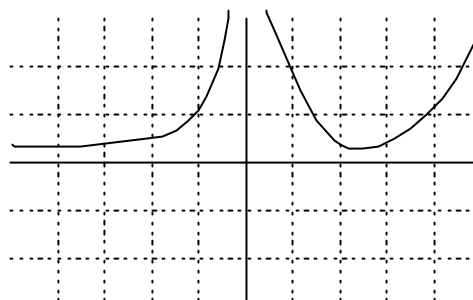
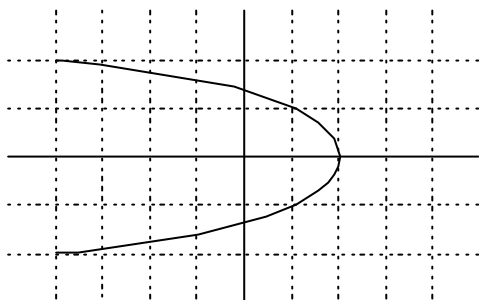
12. Un comercial de una multinacional cobra 1000 euros fijos al mes más 300 euros como comisión por cada venta. Representa en una gráfica su sueldo frente al número de ventas.

13. El valor de un automóvil se deprecia un 10% anual (10% del precio de compra) hasta el 10^o año, a partir del cual permanece constante. A los 30 años, se considera un clásico por lo que duplica su precio cada 10 años. Dibuja una gráfica que describa la función tiempo-valor.

Solución:



14. Dadas las siguientes gráficas, di si son funciones o no y su dominio e imagen.



Sol: a) No es función; b) Dom: $(-4,0) \cup (0, +4)$, Img: $(0, +4)$; c) Dom: $(-4,-1) \cup (0, +4)$; d) Dom: $(-4,0) \cup (1,4)$, Img: $[0,2] \cup \{-1\}$

15. Representa la parábola: $y = x^2 - 6x + 8$.

16. Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = x^2 + 1$ b) $y = -x + 2$ c) $y = \frac{x+2}{x-2}$ d) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$

e) $y = \sqrt{x+2}$ f) $y = \sqrt{x^2+2x-3}$ g) $y = \begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

h) $y = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 3 \\ 5x-2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ i) $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{x}}$ j) $y = \sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-4}$

$$k) y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x - 2}} \quad l) y = \frac{x + 2}{x^2 - 4}$$

Sol: a) $\dot{u}$; b) $\dot{u}$; c) $\dot{u} \setminus \{2\}$; d) $\dot{u} \setminus \{-1, 1\}$; e) $[-2, +4)$; f) $(-4, -3] \cap [1, +4)$; g) $\dot{u} \setminus \{2\}$; h) $\dot{u}$; i) $[-2, 0) \cap [2, +4)$; j) $(-4, -2] \cap [2, +4)$; k) $(2, +4)$; l) $\dot{u} \setminus \{-2, 2\}$

17. Representa las funciones:

$$a) y = 2 \quad b) y = x + 3 \quad c) y = -3x \quad d) y = x^2 + 2x - 3$$

$$e) y = \begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ 2x & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad f) y = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 < x < 5 \\ -x + 10 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

18. Siendo $f(x) = x^2 + 1$; $g(x) = (x-2)/x$ y $h(x) = x^2/(x-1)$. Calcula:

a) $(hBg)(x)$; b) $(fBg)(x)$; c) $(fBh)(x)$; d) $(gBh)(x)$; e) $f^1(x)$; f) $g^{-1}(x)$; g) $h^{-1}(x)$.

$$\text{SOL: a) } \frac{(x-2)^2}{x^2(x-1)}; \quad b) \frac{(x-2)^2}{x^2} + 1; \quad c) \left(\frac{x^2}{x-2} \right)^2 + 1; \quad d) \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2};$$

$$e) y = \sqrt{x-1}; \quad f) y = \frac{-2}{x-1}; \quad g) y = \frac{x \pm \sqrt{x^2 - 4x}}{2}$$

19. Hallar la función inversa de:

$$a) y = \frac{2x+1}{x+3} \quad b) y = \frac{x+5}{2x-2} \quad c) y = \frac{x-1}{x+2} \quad d) y = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$e) y = \frac{x-4}{3x-5} \quad f) y = \frac{2x-1}{2x-3}$$

$$\text{Sol: a) } y = \frac{1-3x}{x-2}; \quad b) y = \frac{2x+5}{2x-1}; \quad c) y = \frac{2x+1}{1-x}; \quad d) y = \frac{x+1}{x-2}$$

$$e) y = \frac{5x-4}{3x-1}; \quad f) y = \frac{3x-1}{2x-2}$$

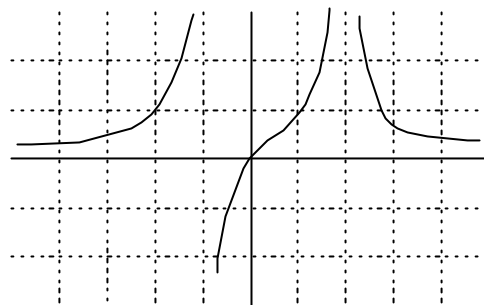
20. Dadas las funciones: $f(x) = \frac{3x-2}{x^2-4}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$. Calcula $(gBf)(x)$ y $(fBg)(x)$.

$$\text{SOL: } (g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{3x - x^2 + 2}{3x - 2}} \quad (f \circ g)(x) = \frac{3 \sqrt{\frac{x-1}{x}} - 2}{\frac{x-1}{x} - 4}$$

21. Dada la gráfica de la figura. Calcula los límites por la izquierda y por la derecha de los puntos:

a) $x = -1$; b) $x = 0$; c) $x = 2$

Sol: a) $+4, -4$; b) $0, 0$; c) $+4, +4$



22. Calcula el dominio de las funciones:

a) $y = x^3 - 8$ b) $y = \frac{x^2 + 2x}{x^3 - 4x}$ c) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ d) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

e) $y = \sqrt{x^3 + 4x}$ f) $y = \frac{3x+5}{x^2+9}$

Sol: a) $\mathbb{R}$; b) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$; c) $(-4, -2) \cup [1, +\infty)$; d) $(-4, 1] \cup [2, +\infty)$; e) $[0, +\infty)$; f) $\mathbb{R}$

23. Calcula la inversa de las funciones:

a) $y = \frac{3x+2}{1-x}$ b) $y = \sqrt{2x+3}$

Sol: a) $y = \frac{x-2}{x+3}$; b) $y = \frac{x^2-3}{2}$

24. Dadas las funciones:

$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ $g(x) = \sqrt{x-5}$ $h(x) = \frac{x+2}{x^2-2}$

Calcula: a) $(f \circ g)(x)$; b) $(h \circ g)(x)$; c) $f^{-1}(x)$; d) $(g \circ g)(x)$; e) $(g \circ f)(x)$; f) $g^{-1}(x)$.

Sol: a) $y = \sqrt{x-5-2\sqrt{x-5}}$; b) $y = \frac{\sqrt{x-5} + 1}{x-7}$; c) $y = 1 \pm \sqrt{1+x^2}$;

d) $y = \sqrt{\sqrt{x-5}-5}$; e) $y = \sqrt{\sqrt{x^2-2x}-5}$; f) $y = x^2 + 5$

25. Calcula el dominio de:

a) $f(x) = \sqrt{\frac{-x+1}{x+1}}$ b) $g(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$ c) $h(x) = \frac{x-8}{x^2-4}$

d) $f(x) = \sqrt{x-1}$ e) $f(x) = 2 + \sqrt{x}$ f) $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-9}}$ g) $h(x) = \sqrt{\frac{x^2-16}{6x-18}}$

Sol: a) $(-1, 1]$; b) $[1, +\infty)$; c) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$; d) $[1, +\infty)$; e) $[0, +\infty)$; f) $(-3, 1) \cup (3, +\infty)$; g) $[-4, 3) \cup [4, +\infty)$

26. Dibuja las gráficas: a) $-x^2 + 4x + 5$; b) $x^2 - 8x + 16$; c) $x^2 - 4x$; d) $2x^2 + 2$.

27. Dadas las funciones: $f(x) = x^3 + x$ y $g(x) = x^2$. Calcular: a) $f \circ g$; b) f/g ; c) g/f ; d) $f \circ g$; e) $g \circ f$; f) $g^{-1}(x)$.

Sol: a) $x^5 + x^3$; b) $(x^2 + 1)/x$; c) $x/(x^2 + 1)$; d) $x^6 + x^2$; e) $(x^3 + x)^2$; f) $\sqrt{x}$

28. Halla el dominio de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \sqrt{9 - x^2} & \text{b) } y = \frac{3}{x+2} + \frac{1}{x-1} & \text{c) } y = \frac{\sqrt{x^2+7}}{x^4+1} \\ \text{d) } y = \frac{2}{3x} & \text{e) } y = \sqrt{x^2 - 4x - 5} & \text{f) } y = \frac{2x}{\sqrt{3-x}} \end{array}$$

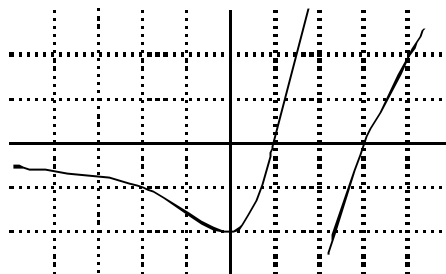
SOL: a) $[-3, +3]$; b) $\mathbb{U}\{-2, 1\}$; c) $\mathbb{U}$; d) $\mathbb{U}\setminus\{0\}$; e) $(-4, -1] \cup [5, +4)$; f) $(-4, 3)$

29. Estudia los dominios de las funciones:

$$\text{a) } y = \frac{x}{x^2 - 3x + 2} \quad \text{b) } y = \sqrt{3 - 2x - x^2} \quad \text{c) } y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

Sol: a) $\mathbb{U}\{1, 2\}$; b) $[-3, 1]$; c) $(2, +4)$

Solución:



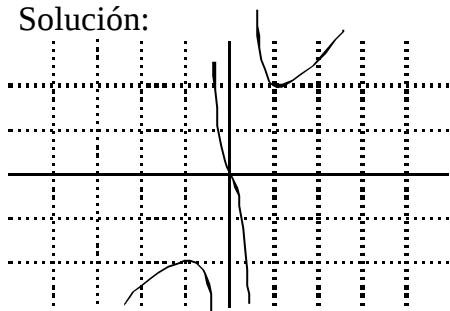
30. Representa una función que pase por los puntos $(1, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, -2)$, que tenga un mínimo en $(0, -2)$, asíntota en $x=2$ y sus límites sean: $x \rightarrow -4 = 0$; $x \rightarrow +4 = +4$; $x \rightarrow 2^- = +4$ y $x \rightarrow 2^+ = -4$.

31. Representa gráficamente las funciones que cumplan las siguientes condiciones:

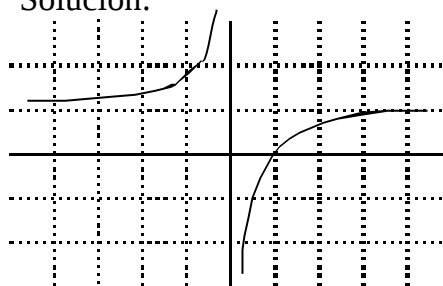
a) Dominio: $\mathbb{U}\{-1, 1\}$; asíntotas: $x = -1$, $x = 1$, $y = x$; máximo en $(-2, -4)$; mínimo en $(2, 4)$; $f(0) = 0$; decrece en $(-1, 1)$

b) Dominio: $\mathbb{U}\setminus\{0\}$; asíntotas: $x = 0$; $y = 1$; creciente en $(-4, 0)$ y $(0, +4)$. Corte en $(1, 0)$.

Solución:



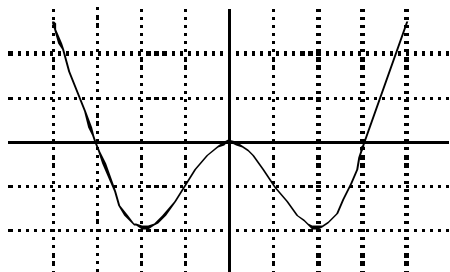
Solución:



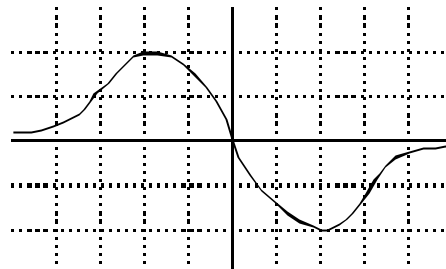
32. Representa una función que cumple las siguientes características: es continua en todo $\mathbb{U}$; $f(-3) = 0$; $f(-2) = -2$; $f(0) = 0$; $f(1) = -1$; $f(-4) = 2$; $f(5) = 6$; $f'(-2) = 0$; $f'(2) = 0$. Límites: $x \rightarrow -4 = 4$; $x \rightarrow +4 = 4$.

33. Representa gráficamente una función que cumple todas las condiciones siguientes: es continua en todo $\mathbb{R}$; $f(-2)=2$; $f(2)=-2$; $f(-4)=0,25$; $f(0)=0$; $f(4)=-0,25$; $f'(-2)=0$; $f'(2)=0$. Límites: $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)=0$; $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)=0$.

Solución 32:



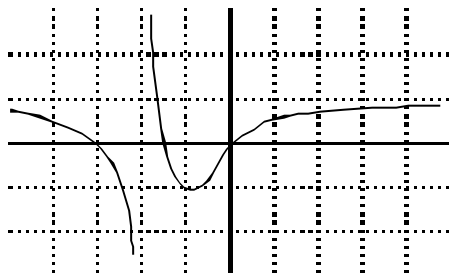
Solución 33:



34. Representa una función que cumpla las siguientes condiciones: $f(0)=0$; $f(-3/2)=0$; $f(-3)=0$; $f'(-1)=0$. Límites: $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)=1$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=-4$; $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)=+4$; $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)=1$.

35. Representa una función continua en todo $\mathbb{R}$ que cumpla: $f(-2)=f(2)=0$; $f(0)=2$; $f'(3)=0$; $f'(0)=0$. Límites: $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)=-4$; $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)=0$.

Solución 34:



Solución 35:

