

37. Estudia la continuidad de las funciones:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ x^2 - 3 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{x+4}{3} & \text{si } x > 2 \end{cases} \\
 \text{c) } f(x) &= \begin{cases} x^2 + 3x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 5x & \text{si } 1 < x \leq 5 \end{cases} & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} x-1 & \text{si } -4 \leq x \leq 2 \\ -x^2 + 3x - 1 & \text{si } 2 < x < 3 \end{cases} \\
 \text{e) } f(x) &= \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1-x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{f) } f(x) &= \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \frac{1}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \end{cases} \\
 \text{g) } f(x) &= |x| & \text{h) } f(x) &= x^2 - |x| + 1 & \text{i) } f(x) &= |x^2 - 4| \\
 \text{j) } f(x) &= \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 - x + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases} & \text{k) } f(x) &= \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x - 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x^2 - 3x + 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Sol: a) Continua en $\mathbb{R}$; b) Continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; c) Continua en $(-4, 1) \cup (1, 5)$; d) Continua en $[-4, 3]$; e) Continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; f) Continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; g) Continua en $\mathbb{R}$; h) Continua en $\mathbb{R}$; i) Continua en $\mathbb{R}$; j) Continua en $\mathbb{R}$; k) Continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

38. Halla el valor de k para que sean continuas las funciones:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x+1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ k & \text{si } x \geq 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} 3+x & \text{si } x \leq -2 \\ -x-1 & \text{si } -2 < x < 1 \\ kx+2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\
 \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases} & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & \text{si } x \neq 2 \\ k & \text{si } x = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Sol: a) $k=3$; b) $k=-4$; c) $k=3$; d) $k=1/4$

39. Representa y estudia la continuidad de las funciones:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} -x & \text{si } x < -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \\
 \text{c) } f(x) &= \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } 1 < x < 2 \\ 6-x & \text{si } x \geq 2 \end{cases} & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Sol: a) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{0,2\}$; b) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{-1\}$; c) Continua en $\mathbb{U}$; d) Continua en $\mathbb{U}$

40. Representa y estudia la continuidad de las funciones:

a) $y = \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - 3x + 2}$

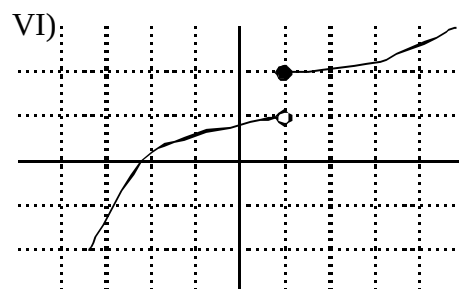
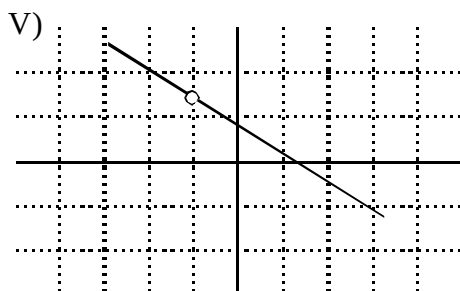
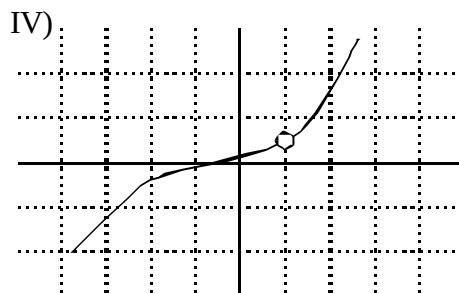
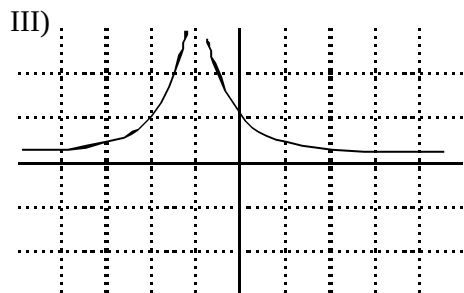
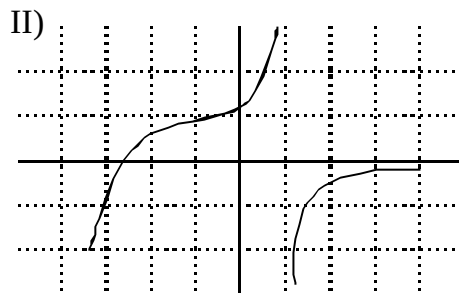
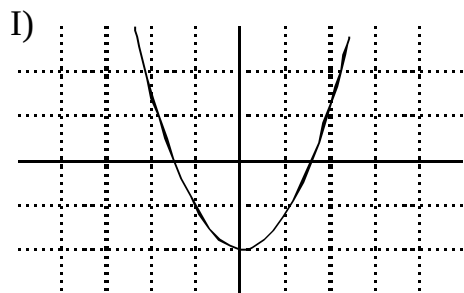
b) $y = |x + 1|$ c) $y = |x - 1|$

d) $y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - x}$ e) $y = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

f) $y = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^2 - x & \text{si } 1 < x < 4 \\ | -2x^2 + 4 | & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

Sol: a) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{1,2\}$; b) Continua en $\mathbb{U}$; c) Continua en $\mathbb{U}$; d) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{0,1\}$; e) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{2\}$; f) Continua en $\mathbb{U} \setminus \{1\}$

41. a))Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función continua?
b) Señala, en cada una de las otras, la razón de la discontinuidad.



Sol: a) Continua I; b) II no continua en $x=1$; III no continua en $x=-1$; IV no continua en $x=1$; V no continua en $x=-1$; VI no continua en $x=1$

42. Halla los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{1}{x^2} & \text{b) } f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} & \text{c) } f(x) = \frac{3x+1}{2x-1} \\ \text{d) } f(x) = \frac{1}{x^2+x-2} & \text{e) } f(x) = \frac{x-1}{3x+x^2} & \text{f) } f(x) = \frac{2x}{x^2-3} \end{array}$$

Sol: a) $x=0$; b) $x=1$; c) $x=1/2$; d) $x=1, x=-2$; e) $x=0, x=-3$; f) $x=\sqrt{3}$

43. Estudia la continuidad de las funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{1}{x^2+1} & \text{b) } f(x) = \frac{x}{x^2-1} & \text{c) } f(x) = \sqrt{x^2-9} \\ \text{d) } f(x) = \sqrt{3-x} & \text{e) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} & \text{f) } f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-1}} \end{array}$$

Sol: a) Continua en $\mathbb{R}$; b) No continua en $x=1$; c) No continua en $(-3,3)$; d) continua en $(-4,3]$; e) Continua en $(-1, +\infty)$; f) Continua en $(-1,0] \cup (1, +\infty)$

44. Indica para qué valores de x son continuas las siguientes funciones.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = 3 - \frac{2}{x} & \text{b) } f(x) = \sqrt{-x} & \text{c) } f(x) = \sqrt{x-1} \\ \text{d) } f(x) = \sqrt{4-x^2} & & \end{array}$$

Sol: a) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; b) $(-4,0]$; c) $[1, +\infty)$; d) $[-2,2]$

45. Calcula los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-x}{2} \right) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 2x & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1+x}{2x-3} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0,5} e^x \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{3+2x-x^2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1} \ln x & \text{g) } \lim_{x \rightarrow \pi} \cos x & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 3} 2^x \end{array}$$

Sol: a) $3/2$; b) -1 ; c) $4/3$; d) e ; e) 0 ; f) 0 ; g) -1 ; h) 8

46. Calcula el límite cuando $x \rightarrow 4$ de cada una de las siguientes funciones. Representa el resultado que obtengas.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = x^2 - 2x & \text{b) } f(x) = \sqrt{x^2+3} & \text{c) } f(x) = \frac{1+x}{3} & \text{d) } f(x) = \frac{x^2-x}{-4} \end{array}$$

Sol: a) $+4$; b) $+4$; c) $+4$; d) -4

47. Calcula el límite de las funciones del ejercicio anterior cuando $x \rightarrow 4$ y representa la información que obtengas.

Sol: a) $+4$; b) $+4$; c) -4 ; d) -4

48. Comprueba, dando valores grandes a x , que las siguientes funciones tienden a 0 cuando $x \rightarrow +\infty$.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ b) $f(x) = \frac{30}{2x^2}$ c) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x+1}}$ d) $f(x) = \frac{6}{3x^3 - x^2}$

49. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3 + x^3$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 2}{3}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-x^4 + \frac{x^2}{3} - x \right)$
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x)^2$

Sol: a) $+\infty$; b) $+\infty$; c) $-\infty$; d) $-\infty$

50. Calcula el límite de las funciones del ejercicio anterior cuando $x \rightarrow +\infty$ y representa la información que obtengas.

Sol: a) $+\infty$; b) $+\infty$; c) $-\infty$; d) $-\infty$

51. Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{(x+1)^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2-x}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{x^2}$
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - x^3}$
e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x+3}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x}{x-2}$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{2x+1}$
h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{2-3x}$

Sol: a) 0; b) $+\infty$; c) 0; d) 0; e) 2; f) $+\infty$; g) $-1/2$; h) 1

52. Calcula el límite de todas las funciones del ejercicio anterior cuando $x \rightarrow +\infty$

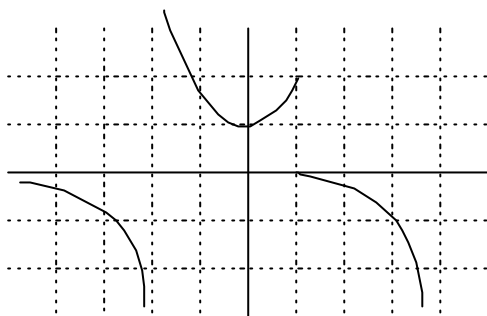
Sol: a) 0; b) $+\infty$; c) 0; d) 0; e) 2; f) $+\infty$; g) $-1/2$; h) 1

53. Dada la función $y = \frac{x}{1-x^2}$, halla:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{1-x^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1-x^2}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1-x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1-x^2}$

Sol: a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0; d) 0

54. Sobre la gráfica de la función $f(x)$, halla:



a) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
e) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow +3} f(x)$

Sol: a) -4; b) +4; c) 1; d) 0; e) 2; f) 0; g) -4; h) -1

55. Representa las gráficas de estas funciones y di si son continuas o discontinuas en $x = 1$.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{si } x < 1 \\ x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ c) $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \neq 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

Sol: a) continua; b) discontinua en $x = 0$; c) discontinua en $x = 0$

56. Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ Halla:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Sol: a) 1; b) 4; c) 2

57. Comprueba si la función $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ es continua en $x = 0$. Sol:

sí

58. Comprueba si las siguientes funciones son continuas en los puntos que se indican:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x}{3} & \text{si } x \leq 1 \\ 2x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ en $x = 1$ b) $f(x) = \begin{cases} x - x^2 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ en $x = 0$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2+4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ en $x = 0$

Sol: a) No; b) No; c) Sí

59. Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^2 + x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + x}{2x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x^2}{x} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{2x}$$

Sol: a) 3; b) 1/2; c) 0; d) -3/2

60. Resuelve los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x}{x^2 + x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 + 3x + 2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4} \end{array}$$

Sol: a) 2; b) 1; c) 1/4; d) 1; e) -1; f) 8

61. Resuelve los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{(x+1)^2} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} -(x+3)^2 & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{(x+2)^2} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{x} & & \end{array}$$

Sol: a) 0; b) -4; c) 0; d) +4

62. Calcula el límite cuando $x \rightarrow 6 + 4$ y cuando $x \rightarrow 6 - 4$ de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{-2}{x^3} & \text{b) } f(x) = 2x^2 - x^3 & \text{c) } f(x) = \frac{x^2}{3x+1} \\ \text{d) } f(x) = \frac{x - 2x^2}{2x^2} & & \end{array}$$

Sol: a) 0, 0; b) -4, +4; c) +4, +4; d) -1, -1

63. Calcula el límite de la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ en $x = 2$, $x = 0$ y $x = 1$

Sol: 2/3, 0, 4

64. Halla las asíntotas de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{3x}{x-1} & \text{b) } f(x) = \frac{x-3}{x+2} & \text{c) } f(x) = \frac{4}{3-x} \\ \text{d) } f(x) = \frac{1}{x^2+1} & \text{e) } f(x) = \frac{2x}{x^2-x} & \text{f) } f(x) = \frac{-x}{(x+2)^2} \end{array}$$

Sol: a) $x = 1$, $y = 3$; b) $x = -2$, $y = 1$; c) $x = 3$, $y = 0$; d) $y = 0$; e) $x = 1$, $y = 0$; f) $x = -2$, $y = 0$

65. Cada una de las siguientes funciones tiene una asíntota oblicua. Hállala y estudia la posición de la curva respecto a ella:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad \text{b) } f(x) = \frac{2-x^2}{x} \quad \text{c) } f(x) = \frac{3x^2-1}{2x}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1} \quad \text{e) } f(x) = \frac{2x^3 - 2}{x^2 - x} \quad \text{f) } f(x) = \frac{-2x^2 + 3}{x + 1}$$

Sol: a) $y = x - 2$; b) $y = -x$; c) $y = 3x/2$; d) $y = x + 3$; e) $y = 2x + 2$; f) $-2x + 2$

66. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1 + x}{2x + 3} \quad \text{b) } f(x) = \frac{3x + 1}{x - 4} \quad \text{c) } f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 1}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + x + 3} \quad \text{e) } f(x) = \frac{x}{x^2 - 1} \quad \text{f) } f(x) = \frac{2x^2}{x - 1}$$

Sol: a) $x = -3/2$, $y = 1/2$; b) $x = 4$, $y = 3$; c) $y = 0$; d) $y = 2$; e) $x = 1$, $x = -1$, $y = 0$; f) $x = 1$, $y = 2x + 2$

67. Prueba que la función $f(x) = \frac{3x - 1}{x + 1}$ sólo tiene una asíntota vertical y otra horizontal.

Sol: $y = 3$, $x = -1$

68. Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - x^2}$$

Sol: a) -1 ; b) -2

69. Estudia el comportamiento de estas funciones (límites laterales) en los puntos en los que no están definidas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{(2 - x)^2} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x + 1}{x - 3} \quad \text{c) } f(x) = \frac{1}{x^2 - x} \quad \text{d) } f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{Sol: a) } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty; \text{ b) } \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty;$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty;$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

70. Halla las asíntotas de las funciones:

$$\text{a) } y = \frac{2x^2 + 1}{x^2} \quad \text{b) } y = \frac{x^2 + 2}{x - 1} \quad \text{c) } y = \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 4x} \quad \text{d) } y = \frac{x^2 + 2}{(x - 1)^2}$$

$$\text{e) } y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3} \quad \text{f) } y = x + 1 + \frac{5}{x}$$

Sol: a) $y = 2$, $x = 0$; b) $x = 1$, $y = x + 1$; c) $x = 0$, $x = 4$, $y = 2$; d) $x = 1$, $y = 1$; e) $x = 3$, $y = x + 5$; f) $x = 0$, $y = x + 1$

71. Representa las siguientes funciones y explica si son discontinuas en alguno de sus

puntos:

$$a) \begin{cases} 2x & \text{si } x < 2 \\ 6 - x & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 2 \\ x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Sol: a) Continua; b) discontinua en $x=1$; c) discontinua en $x=2$

72. a) Calcula el límite de las funciones del ejercicio anterior en $x=0$ y $x=2$.

b) Halla, en cada una de ellas, el límite cuando $x \rightarrow 2^+$ y cuando $x \rightarrow 2^-$.

Sol: a) 0, 4; 1, 6; 2, 4; b) -4, -4; +4, 1; +4, -4

73. Calcula los límites cuando $x \rightarrow 2^+$ y cuando $x \rightarrow 2^-$ de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = 3^{x+2} \quad b) f(x) = 0 \cdot 7^x \quad c) f(x) = 2 + e^x \quad d) f(x) = 3/e^x$$

Sol: a) +4, 0; b) 0, +4; c) +4, 2; d) 0, +4

74. Calcula, en cada caso, el valor de k para que la función $f(x)$ sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \leq 2 \\ x + k & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 3 - \frac{x}{2} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + k & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Sol: a) $k = -2$; b) $k = 3$; c) $k = 2$

75. Estudia la continuidad de estas funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 2 - x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 1 - x^3 & \text{si } x < 0 \\ e^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Sol: a) continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; b) continua en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; c) continua en $\mathbb{R}$

76. Calcula a para que las siguientes funciones sean continuas en $x=2$.

$$a) f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 - ax & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ a & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Sol: a) $a = 1/2$; b) $a = 4$

77. a) ¿Se puede calcular el límite de una función en un punto en el que la función no esté definida?

b) ¿Puede ser la función continua en ese punto?

Sol: a) sí; b) no

78. a))Puede tener una función dos asíntotas verticales?
 b))Puede tener una función más de dos asíntotas horizontales?
 En caso afirmativo, pon un ejemplo.

Sol: a) sí; b) no

79. El denominador de una función $f(x)$ se anula en $x = a$.)Existe necesariamente una asíntota vertical en $x = a$? Pon ejemplos. Sol: No

80. Representa una función que cumpla estas condiciones:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$$

)Es discontinua en algún punto?

Sol: discontinua en $x = 1$

81. Representa una función que verifique estas condiciones:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

82. Si $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$,)podemos afirmar que f es continua en $x = 0$? Sol: No

83.)Existe algún valor de k para el cual la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ kx & \text{si } x = 1 \end{cases}$ sea

continua en $x = 1$? Justifica tu respuesta. Sol: No

84. Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x-3}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{x+3}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}$$

Sol: a) 1; b) 0; c) 1; d) 1

85. Halla los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3} - x \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x^2 \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 0,5^x - x$$

Sol: a) $+4$; b) $+4$; c) $+4$; d) -4

86.)Cuál es la asíntota vertical de estas funciones logarítmicas? Halla su límite cuando $x \rightarrow 4$:

a) $y = \log(x-5)$ b) $y = \ln(x+3)$

Sol: a) $x = 5, +4$; b) $x = -3, +4$